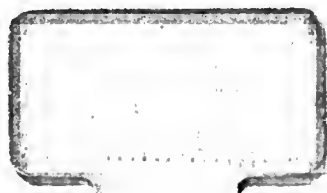




15.8.369

15 Q.8



THEORIA
ENTIUM SENSIBILIVM
SIVE
PHYSICA UNIVERSA
SPECULATIVA, EXPERIMENTALIS
SYSTEMATICA ET GEOMETRICA

OMNIUM CAPTUI ACCOMMODATA.

Accessit rerum index alphabeticus, cujus
ope totum hoc opus lexici
physici vices gerit.

AUCTORE
ABBATE PARA DU PHANJAS
E Gallico sermone in Latinum
vertit F. T.

TOMUS QUARTUS.

THEORIA CÆLI, SIVE ASTRONOMIA
GEOMETRICA, ET PHYSICA.



VENETIIS.

APUD LAURENTIUM BASILIUM
Superiorum permissu, ac Privilegio.
MDCCLXXXIII.

THEORIA

ENTIUM SENSIBILIVM.

S I V E

PHYSICA UNIVERSA.

TRACTATUS SEPTIMVS.

THEORIA CÆLI SIVE ASTRONOMIA.

1108. DEFINITIO I. **A**stronomia est scientia corporum cælestium opacorum, & lucidorum. Eam partiemur in *astronomiam geometricam*, seu speculativam, qua theoriam phænomenorum pertractabimus, & in *astronomiam physicam*, quæ causarum theoriam complectetur. In prima astrorum motum, ordinem, magnitudinem, figuram, distantiam trademus. In altera causam physicam investigabimus, a qua rerum universitas motum habet, & magna, quæ videmus, phænomena oriuntur.

Et si paucis summo ingenio viris dumtaxat profunda astronomiæ arcana penetrare datum sit; confidenter asserimus, ea perutilia, quæ hoc tractatu complectemur, neminis in re philosophica versati, & studio dediti captum excedere.

Corpora cælestia opaca, & lucida.

1109. DEFINITIO II. Sole modo excepto, qui seorsim considerandus videtur, astra divi-

A 2

dun-

4 *Theoria cali,*
duntur in stellas fixas, in planetas, & co-
metas.

I. *Stella fixa* vocantur astra per se lucida ean-
dem inter se distantiam servantia; quædam stel-
larum collectio dicitur *signum*.

II. *Planeta* vocantur astra quædam opaca,
quæ perpetuo per cælos errant modo ad aliquas
stellas fixas accedendo, modo ab illis receden-
do: unde eorum nomen *πλανητης*, quod *astra*
errantia significat.

III. *Cometa* vocantur astra quædam opaca pla-
netarum instar, quæ in cælis aliquo tempore
apparent, deinde occultantur diuturniore tem-
pore, ut deinde iterum appareant, sicuti regu-
laris, & periodica eorum circa solem revolutio
postulat. Astra hæc, quæ non semper, ut pla-
netæ, visibilia sunt, caudata passim, aut comata
sunt; unde illis cometarum nomen inditum fuit
a *κομητης*, *astra comata*.

Plana & axis circuli.

1110. DEFINITIO III. Quum sæpius toto
hoc tractatu de plano, & axe circuli agendum
sit, horum prius nitida notio tradenda est.

I. *Planum circuli* dicitur duplex ejus superfi-
cies plana profunditate carens. Linea, seu pun-
ctum est in plano circuli, quum linea hæc, aut
punctum hoc confunditur cum parte superficiei
circuli. Exempli gratia, si circulum immensum
concipiam per terræ centrum transeuntem; ter-
ræ centrum, & partes omnes circulum hunc
tangentes, quæ cum sua superficie confunden-
tur, erunt in hujus circuli plano.

II. *Axis circuli* dicitur recta per ejus centrum
transiens, & utrinque ejus superficiei perpendi-
cularis. Exempli causa, si per centrum circuli
horizontalis transeat linea verticalis, erit hæc
axis circuli.

Astro-

Astronomia origo, & historia.

III. OBSERVATIO. Astronomia orbi cœva dicenda est, cujus tempus dimensa est, & anni tempora distribuit. At lente progredi debuit, quum ante telescopia inventa ægre admodum corpora a nobis adeo distantia accurate observari potuerint, quæ & motus habent complicatos; & visu difficilia sint.

Inter populos, qui scientiam hanc antiquitus coluerunt, recensendi sunt *Chaldei*, qui plures observationes fecerunt, quæ interierunt; *Ægyptii*, quorum nonnullæ satis accuratæ observationes ad nos usque pervenerunt; & *Sinenses*, apud quos nulla vetus observatio attentione digna invenitur, & apud quos astronomia ineunte sæculo decimo sexto ab infantia nondum excesserat (520, 521, 522). Scientia hæc apud Romanos, apud Arabas, eorumque populorum successores in mediocri illo statu perseveravit, ad quem illam advexerant *Chaldæi*, & *Ægyptii*: quæ gentes *Sinensibus* sibi cœvis hac in re multo doctiores erant. Præclari astronomiæ progressus telescopiorum inventionem, quæ nobis cælum veluti proximum fecerunt, epocham agnoscunt.

Tres summi viri præcipue astronomiam postremis hisce temporibus ad eum perfectionis apicem, ad quem in Europa eversa est, extulerunt. *Copernicus*, qui verum mundi systema, seu verum corporum cælestium ordinem invenit; *Keplerus*, qui veras suorum motuum leges detexit; *Newtonus*, qui veram horum motuum causam physicam ostendit.

I. Ante Copernicum solem, stellas, planetas circa tellurem in centro mundi immobilem converti contendebant: inde astris præposterus, & omnium motuum legibus oppositus motus tribuebatur. Copernicus tellurem inter planetas suo

A 3

vero

vero loco constituit: stellas fecit totidem soles immotos, a quibus planetæ alii, sive astra opaca circa illas revoluta illustrarentur.

II. Ante Keplerum, post Copernicum ipsum, planetarum revolutio, quæ circularis putabatur, imperfecte admodum agnoscebatur. Keplerus detexit, planetas modo magis, modo minus a sole remotos revolutiones suas periodicas circa illum non in circuiis, sed in ellipsis peragere ad duas leges generales, quæ omnes eorum motus calculo subiiciebant. Alibi de celebribus hisce legibus sermo erit.

III. Ante Neutonum, post Copernicum, & Keplerum ipsum, principium ignorabatur, & causa physica, qua planetæ dum circa solem convertuntur in sua orbita detinentur. Detexit Neutonius, esse hanc eorum in solem sui motus centrum gravitationem: ostendit ipse, hanc planetæ cujuscvis gravitationem, puta telluris, aut Jovis, semper esse in duplicata inversa ratione planetæ a sole distantie; & ab hac planetarum in solem gravitatione phænomena omnia cælestia proficisci.

SECTIO PRIMA ASTRONOMIÆ.

ASTRONOMIA GEOMETRICA,

S I V E

THEORIA PHÆNOMENORUM
CÆLESTIUM.

SPHÆRA ASTRONOMICA: ejus natura, & usus.

CORPORA CÆLESTIA: Stella, planeta primarij, & secundarij, cometa, parallaxis, refractio astronomica, luna anomalia, eclipses.

LEGES KEPLERI: Sive duarum celebrium legum natura in calis explicatio, & demonstratio.

MUNDI SYSTEMATA: Systematis Copernicani explicatio, & demonstratio.

TELLUS PLANETA: Ejus figura, ejus in calo locus, tres ejus motus, mensura temporis, & spatij, &c.

SECTIO PRIMA.

ASTRONOMIA GEOMETRICA,
SIVE SPECULATIVA.

1112. OBSERVATIO. Nemo intelligentia præditus globos hos lucidos circa nos conversos non admirabitur, & harmonicos eorum motus dignoscendi desiderio non tenebitur, quibus dies, & anni mensuram obtinent, quibus terra, marique peregrinantes diriguntur, quibus agricola suorum laborum tempus agnoscit, quique privata, & sociali vitæ plurima afferunt adjumenta. At quam sublimi, ac sagaci ingenio præditus ille fuit, qui primus cælum universum complecti ausus est, ut illud suis observationibus, suoque calculo subijceret! Jam vero scientiæ hujus originem, & *fundamenta* investigemus. Puncta duo immobilia, seu quæ talia primis observatoribus visa sunt; omnium hac in re nostrarum cognitionum bases erunt. Puncta hæc duo sunt *centrum terra*, & *polus visibilis*.

Et si puncta hæc re ipsa immobilia non sint, nihil eorum mobilitas theoriæ, quam ista modo immobilia considerantes statuere pergimus, officiet, ut in tractatus decursu apparebit. Itaque cum primis astronomis, & observatoribus terram tamquam in centro universi immobilem consideremus; & cælum tamquam motu diurno ab oriente in occidentem converti circa terram, & circa puncta duo in cælo fixa, quorum alterum semper, alterum nunquam nobis visibile est, quæ *poli mundi* dicuntur, quod totum cælum circa illa quotidie converti videatur. Hoc nomen a græco *πολις*, *verto* derivatum est.

Poli mundi, & telluris.

1113. OBSERVATIO. I. Cælum stellatum nocte conspiciens adnoto, ad quandam borealem altitudinem prope ultimum sidus signi cujusdam, quod urſa minor nuncupatur, punctum esse immobile P, quod nec oritur, nec occidit, quod semper ad eandem supra horizontem altitudinem permanet, quod in se ipsum tantum converti videtur, & circa quod quotidie ab oriente in occidentem tota cælestis machina converti videtur. Punctum hoc P est mundi *polus borealis*; vocatur quoque *polus arcticus*, quod urſæ majori, græce *αρκτος* dictæ propinquum sit; borealis vero, quod boreas a septentrione in meridiem perſet (Fig. 1.).

II. Linea a polo P per terræ centrum T tranſiens indefinite producat. Recta hæc PTM, quam voco *axem mundi*, in firmamento ad aliud immobile punctum M pertinet, circa quod pariter quotidie tota cælestis machina ab oriente in occidentem converti videbitur. Punctum hoc M est alter. mundi polus, seu *polus australis*, qui quoque *antarcticus* nuncupatur.

III. Pars *pm* axis mundi terram trajectans est *axis terra*: puncta vero bina, quibus linea hæc e terra emergit, sunt *poli terra*, alter *p* ad septentrionem est *polus arcticus*, seu borealis; alter *m* ad meridiem est *polus antarcticus*, sive australis.

Astronomia fundamenta.

1114. HYPOTHESIS. Ut qua ratione mens humana astronomicas cognitiones assequi potuerit videamus, ad antiquissima tempora regredior, & sola ratione duce astra observo, & nonnullos circulos in cælo, & in tellure describo, quibus certa quædam puncta statuam, & accu-

10 *Theoria phaenomenorum caelestium,*
ratis quibusdam divisionibus rerum universitatem
partiar (Flg. 1.).

Sit in aperta planitie punctum π , quod mihi
erit specula. Totam cæli partem HPCR su-
pra meum horizontem HTR positam intuitur
complectar. Hemisphærium cæleste superius vi-
debo: punctum Z erit mihi verticale.

I. A semper visibili, & immobili polo P per
centrum terræ rectam PTM duco: est hæc ter-
ræ, & mundi axis, in quo quotidie cælum to-
tum ab oriente in occidentem convertitur, aut
converti videtur. Linea hæc *puncta duo fixa*
in cælo mihi exhibet, polos scilicet P, & M
(1113).

II. A centro terræ rectam T π mente duco
per meam speculam transeuntem, & indefinite
superius productam in Z, & inferius in N. Re-
cta hæc *duo alia* mihi exhibet in firmamento
puncta fixa: zenith Z superius, nadir N e dia-
metro inferius.

Lineæ duæ PTM, ZTN ad quatuor puncta
fixa in firmamento terminatæ, se in terræ cen-
tro secantes sunt, aut esse possunt in eodem
plano: in centro terræ siquidem angulos duos
ad verticem oppositos efficiunt: porro anguli
duo ad verticem oppositi semper in eodem pla-
no esse possunt, puta, in circulo, cum quo eo-
rum lineæ confunduntur. Duas itaque lineas
ad quatuor puncta fixa in cælo terminatas in
eodem circuli plano constituo.

III. Itaque ductis a polo boreali P ad zenith
Z, hinc ad polum australem M, inde ad nadir
N, & ab hoc ad polum borealem quatuor re-
ctis, concipio lineam a centro terræ ad unum
ex his punctis ductam converti secus lineas,
quibus quatuor ea puncta fixa junguntur. Ra-
dius hic TP, exempli gratia, sua revolutione
circulum PZAMNB describet, cujus pla-
num per meum zenith Z, per nadir N, & per
duos mundi polos transibit: est hic *meridianus*
cæ-

cælum, & terram bifariam dividens, parte una ad orientem, altera ad occidentem vergente, sub quo quotidie totum firmamentum transire videbo.

IV. A centro terræ aliam rectam duco T A meridiani radio æqualem, & mundi axi perpendicularem, eamque circa hunc axem converti concipio. Linea hæc alium circulum ATB describet, cujus axis P M per polos terræ transiens ad mundi polos pertinet; & cujus planum ab oppositis polis æque distabit: erit hic *aquator*, qui terram, & cælum bifariam dividet altera parte austrum, altera boream respiciente: hunc vero sub diversis angulis a planetarum orbita in annua revolutione bisectum videbo.

V. Adhuc a centro terræ aliam rectam T H duco radio meridiani æqualem, & lineæ Z T N meum zenith, & nadir attingenti perpendicularem; hanc vero concipio circa lineam Z T N revolutam. Linea hæc T H tertium circulum H T R describet, cujus axis meum zenith, & nadir attinget, planum vero ubique a duobus hisce punctis æquæ distabit: erit hic meus *horizon*, in cujus plano solem, & planetas ad diversa puncta oriri, & occidere modo magis boream, modo magis austrum versus videbo. Circulus hic, ut & duo præcedentes cælum, & terram in duo *aqualia hemisphæria* partitur.

VI. Facile quotquot libuerit circulos in cælo mente ducam eadem methodo: his *sphæra astronomica* conficietur, quæ aliqua materia solida constructa etiam *sphæra armillaris* nuncupatur. (Fig. 58)

Sphæra armillaris astronomicæ imago *sex maximis circulis* constat: sunt hi meridianus M N, æquator A B, horizon H H, Zodiacus D E, & duo coluri (1133); & *quatuor circulis minoribus*, qui sunt duo tropici C D, E F; & duo circuli polares M, & N. Maximorum circulorum centrum est ipsum terræ centrum: minores

A o

extra

12 *Theoria phenomenon celestium.*
extra centrum terræ centrum habent, puta in
axe mundi, aut in alia linea centro terræ ad
firmamentum ducta.

His indicatis de ea ratione, qua mens huma-
na astronomicas cognitiones assequi potuit, præ-
claras hac de re cognitiones acquisitas per par-
tes exponemus. Toto hoc tractatu id præstabi-
mus, in quo præ ceteris omnibus ordine, &
perspicuitate opus est. Prima hac sectione in
quinque articulos distributa de sphaera celestium
corporum, de legibus Keplerianis, de vero mun-
di systemate, de tellure planeta sermo erit.

ARTICULUS PRIMUS.

THEORIA SPHÆRÆ.

1115. DEFINITIONES. *Sphaera* solidum est
seu verum, seu apparens semicirculi PBM cir-
ca suam axem PTM revolutione genitum. Ta-
lis est, aut esse videtur mundus visibilis, quem
veluti a pluribus circulis rectum considerare per-
gimus. (*Fig. 1.*)

In immenso hoc orbe, qui quotidie circa tel-
lurem convertitur, aut converti videtur, *poli*
mundi vocantur puncta duo immobilia P , & M
circa quæ diurnæ revolutiones fiunt; *axis mun-*
di linea recta PTM per centrum terræ ad po-
los terminata; *zenith* punctum cæli Z , aut
 C , aut A nobis imminens, ad quod pertingit re-
cta TnZ a terræ centro per pedes nostros ad
cælum ducta; *nadir* punctum cæli nobis infe-
rius, ad quod pergit recta ngN , vel cfF a no-
stris pedibus per centrum terræ ad cælum infe-
rius ducta; *antipodes* punctum superficiei terre-
stris g vel f , ubi linea hæc inferius e terra emer-
git, ut ad nadir producat: *firmamentum* for-
nix ille seu verus, sive apparens, cui corpora
cæ.

caelestia affixa videntur; *spatia caelestia* spatium omne inter terram, & firmamentum interceptum.

Ex his definitionibus apparet, duo tantum in caelo puncta esse, quæ mundi poli dici mereantur, scilicet puncta *P*, & *M*; verum totidem haberi diversa zenith, & nadir, quot in terrestri superficie puncta sunt, quibus insistere observator posset. Hic in *a* situs nadir habet punctum *N*, zenith verò punctum *Z*; in *p* positus zenith habet punctum *P*, nadir verò punctum *M*. Idem dicas de antipodibus: observator in *b* antipodas habet in *a*: observator in *a* antipodas habet in *b*; si in *c* sit, ejus antipodes erunt in *f*; si in *m*, antipodas habebit in *p*; atque ita de ceteris. Hinc sequitur, Parisiorum, exempli gratia, zenith, nadir, & antipodas nihil cum iis Romæ, Mantuæ Carpetanorum, aut Petropoleos habere commune.

SPHÆRÆ CIRCULI MAXIMI.

Meridianus.

1116. DEFINITIO. (*fig. 2.*) **L**oci cujusque *meridianus* est circulus maximus, cujus planum per loci zenith, & nadir transit, per centrum terræ, & per terræ, & mundi polos. Circulus hic meridianus dicitur, propterea quia quum centrum solis in ejus plano est in sua supra horizontem revolutione hoc in loco meridies est, sole tunc ab horizontis punctis sui ortus, & occasus æque distante. Æque tunc meridies est in terrestribus locis omnibus in plano hujus circuli supra horizontem sitis.

Patet, totidem meridianos dari, quot in telluris peripheria *st* puncta sunt; meridianus enim semper, & ubique per zenith transit; & totidem sunt zenith, quot in terræ peripheria *st* puncta sunt. Quare loci alicujus meridianus

14 *Theoria phaenomenorum caelestium.*
 nus non erit alterius loci magis orientalis, aut
 occidentalis meridianus: verum loci alicujus me-
 ridianus esse potest alterius loci magis borealis,
 aut australis meridianus; meridiani enim pla-
 num a borea in austrum, non vero ab oriente in
 occidentem directum est.

Horizon.

1117. DEFINITIO. Duo horizontes (*) di-
 stinguendi sunt, alter horizon rationalis, & a-
 stronomicus, alter sensibilis. (fig. 1)

I. Loci cujusque *horizon rationalis* est circu-
 lus maximus, cujus axis ad loci hujus zenith,
 & nadir terminatur, & cujus planum per terræ
 centrum transiens ubique a loci hujus zenith,
 & nadir distat (1114, V). Hujus circuli planum
 cælum, & terram bifecat in duo hemisphæria
 æqualia, alterum supra alterum infra hoc pla-
 num. Hujus circuli peripheria ubique a zenith,
 & a nadir distat gradibus 90. Horizon rationa-
 lis puncti π est circulus HTR.

II. Horizon sensibilis cujusque loci est circu-
 lus eundem axem habens cum horizonte rationa-
 li, & cujus planum postremi hujus plano paral-
 lelum non jam per terræ centrum, sed per su-
 perficiem transit in ipso puncto, cujus est ho-
 rizon. Horizon sensibilis paulo minor horizon-
 te astronomico ab hoc ubique distat toto tellu-
 ris radio, leucis scilicet ferme 1430: quæ diffe-
 rentia in cælo nulla est, ubi duo hi horizontes
 ad sensum confunduntur. Si linea hnr semper
 perpendicularis perseverans lineæ TZ circa pun-
 ctum

(*) ETYMOLOGIA. *Horizon* ab $\epsilon\pi\iota\omega\rho$, fi-
 nio. $\epsilon\pi\iota\omega\rho$, circulus hemisphærium nostrum, &
 cali aspectum terminans, seu calum in duas æ-
 quales partes secans, quarum altera semper vi-
 sibilis est.

Etum n converteretur, circulum describeret, qui esset puncti n horizon sensibilis astronomico HTR ejusdem loci parallelus.

Quum a loco ad locum transimus, utrumque horizontem mutamus; aliud enim zenith, aliudque nadir habemus: axis vero horizontis semper per duo hæc puncta transit.

Linea meridiana.

1118. DEFINITIO. Plana meridiani, & horizon sensibilis se ad angulos rectos secant; axis enim horizontis est in plano meridiani, & eorum communis sectio est linea recta: *hæc linea recta*, seu alia quævis linea huic parallela in plano meridiani supra horizontem, est *linea meridiana*.

Æquator.

1119. DEFINITIO. *Æquator* (fig. 2) est circulus maximus A n B n A T, cujus axis PTM transit per centrum terræ, & per terræ, ac mundi polos; & cujus planum ubique ab his polis æque distat. Pars hujus circuli terram attingens est æquator terrestris /: dicitur hic *linea æquinoctialis*: hanc prætergredi est a parte boreali ad australem æquatoris transire (494, IV.)

I. *Æquator* dicitur quoque *circulus æquinoctialis*; quum enim in ipso est sol, ubique dies noctibus æquales sunt: hoc bis in anno contingit, initio veris quum sol ab austro in boream transit, aut transire videtur; & initio autumnii, quum a borea sol in austrum redit.

II. *Æquator* diurna sua circa tellurem revolutione ab oriente in occidentem dies metitur. Jam vero quum æquator, ut quivis circulus, in gradus 360 divisus sit, & dies horas habeat 24, si per 24 dividantur 360, inveniemus 15 gradus æquatoris horæ uni respondere. Quare hora una
ali.

aliquod æquatoris punctum ab horizonte superius, aut inferius feretur per gradus 15, duabus horis per gradus 30; atque ita porro. Idem dicas de circulis KN, RS, aliisque æquatori parallelis.

1120. NOTA I. Horizon semper a zenith determinatur; hoc vero semper gradibus 90 ab horizontis peripheria distat (1117. Quare. (fig. 1)

I. *Quum zenith A, aut B est in æquatore;* planum horizontis per mundi polos transit P, & M. Tunc tantum æquator ABA, & horizon PMP ad angulos rectos sese intersecant.

II. *Quum zenith est inter polos, & æquatorem;* puta in Z; horizon HTR infra unum ex polis P deprimitur, supra alterum M attollitur, & æquatori ATB inclinatur; arcus vero PH, vel RM polo visibili, & horizontis plano interceptus semper altitudini poli P supra horizontem visibilis æqualis est.

III. *Quum zenith est in ipsis polis in P, aut in M;* plana horizontis, & æquatoris confunduntur: æquator, & horizon sunt idem circulus ATB, cujus planum a polis gradibus 90 ubique distat.

1121. NOTA II. Zenith cujusque loci, & polus visibilis semper in plano sunt meridiani ejus loci (1116). Jam vero quoniam polus gradibus 90 ab æquatore distat, & zenith quoque gradibus 90 ab horizonte (1117); patet quantum zenith Z ad visibilem polum P accedit, tantundem horizontem TH infra hunc polum visibilem P deprimi; & poli altitudinem PH æqualem esse distantiae ZA zenith ab æquatore. $HPZ = 90$ gradibus: $PZA = 90$ gradibus aufer partem communem PZ: remanet utrinque, $HP = ZA$. (fig. 1)

Hinc sequitur, *distantiam zenith ab æquatore esse altitudini poli æqualem; & distantiam zenith a polo esse complementum altitudinis poli æqualem.* Exempli gratia, si in meridiano polus P

30 gradus supra horizontem H attollitur; zenith Z distat ab æquatore A gradus 30, & a polo P 60.

Ecliptica.

1122. DEFINITIO. *Ecliptica proprie curva est, quam in annua sua revolutione centrum terra circa solem describit, a centro solis immobilis visa, & ad firmamentum velata: aut, si apparentiæ stemus, ecliptica circulus est, quem centrum solis in annua sua revolutione in firmamento describere videtur ab austro in boream, & a borea in austrum. Curva hæc telluris, hic solis circulus idem sunt: linea scilicet R a N & R in firmamento. (fig. 2)*

Posita terra immobili, si toto anno observemus cuinam firmamenti puncto centrum solis singulis diebus respondeat eadem hora, puta meridie; appareret centrum solis non jam quotidie eidem puncto a firmamenti respondere, sed quotidie meridie in puncto esse gradum unum orientem versus magis vergente: hodie in *a*, cras in *r*, post cras in *b*, deinde in *c*, in N, in *d*, in *e*, in *n*, in *f*, in *g*, in R, in *h*, in K, in *a*; horum vero punctorum meridie observatorum summam anni unius decursu peripheriam circuli R T N in firmamento describere, cujus planum per terræ centrum transfret, & ad planum æquatoris A T B gradibus 23, & minutis ferme 28 inclinatum esset. Circulus hic R T N est *ecliptica*, in cujus plano solis, & telluris centra semper sunt. Eclipticæ nomen illi est a solis, & lunæ eclipsibus, quæ omnes in ejus plano contingunt.

1. Eclipticæ R T N planum (1110) æquatoris A T B plano nec parallelum est, nec perpendicularare, sed obliquum. Hanc eclipticæ obliquitatem ad æquatorem metitur angulus R T B, vel N T A, qui anno 1770 erat ferme graduum 23, 28', 7", 7". Alibi num. hæc eclipticæ

18 *Theoria phenomenonorum celestium.*

cæ obliquitas variabilis sit investigabimus; num angulus NTA augeatur, aut minuat, an idem semper maneat. (1381)

II. Eclipticæ axis DTE, & æquatoris axis PTM eum inter se angulum faciunt, quem eorum plana se in centrīs ad terræ centrum secantia: axes hi ergo eam inter se, quam plana inclinationem habent. Puncta duo cæli, ad quæ eclipticæ axis pertingit sunt *poli eclipticæ*; puncta hæc ergo D, E a polis mundi P, M anno 1770 distabant ferme gradibus 23, 28', 7", 7".

III. Quum ecliptica, & æquator se in centrīs ad terræ centrum secant, patet, *eclipticam dimidiam TN ad æquatoris partem borealem esse, alteram dimidiam ad australem.*

Sol qui anno uno eclipticæ peripheriam percurrit quotidie gradum ferme unum ab occidente in orientem progrediens, erit ergo æquatori modo ad boream, modo ad austrum, quum bis in anno per æquatoris ATB planum transeat.

Circuli æquatori paralleli.

1123. OBSERVATIO. I. Quum sol est in *a* in æquatoris, & eclipticæ interfectione initio veris; ea die *diurnam revolutionem* facit in æquatore cum puncto *a*, quod in ecliptica cælesti occupat. (fig. 2)

II. Quum sol singulis diebus gradum unum ferme in ecliptica progrediens, & successive in singulos dies pergens ab *a* in *r*, ab *r* in *b*, ab *b* in *c* pervenit in N ad solstitium æstivum, & ad æstatis initium; eo die *revolutionem diurnam* circa terram peragit ad borealem æquatoris partem in circulo NKN cum puncto N, quod in firmamento, & in ecliptica occupat, aut occupare videtur.

III. Quum sol quotidie gradum unum ab occidente in orientem in ecliptica progrediens post eclipticæ puncta omnia *a n s g* percurſa pervenerit

sit in R initio hyemis; eo die revolutionem diurnam circa terram peraget ad partes æquatoris australes in circulo RSR cum puncto R, quod in cælo occupare videtur, & quod cum sole circa terram ab oriente in occidentem converti videtur, in circulo RSR æquatori AB parallelo.

IV. Si sol in revolutione sua circa eclipticam ab occidente in orientem a gradu ad gradum saltu transiret integram diem in eodem puncto persistens, & sequenti die ad aliud punctum gradum unum distans saltu transiens; in diurnis suis circa terram revolutionibus tot circulos RS, AB, NK æquatori parallelos describeret, quot dies annus habet. At vero quum annuus solis motus in ecliptica successivus, & perpetuus sit; patet, solem in motu annuo cum diurno composito non jam peripherias invicem se junctas 365 describere, & æquatori parallelas, sed spirales duas continuas, quarum una in R incipit, in N desinit, altera in N incipit, in R desinit,

Quamobrem solis motu apparente ut vero considerato, quælibet hujus astri diurna circa terram revolutio spiralis est paululum æquatori inclinata, quæ tamen tanquam circulus æquatori parallelus ad sensum censerî potest, quum insensibilis sit ejus inclinatio. Sol ergo diurnis suis seu veris, sive apparentibus revolutionibus unius anni curriculo spiras describit ferme $365\frac{1}{2}$, quæ tanquam totidem circuli æquatori paralleli haberi possunt: hinc totidem in sphaera astronomica circuli æquatori ad sensum paralleli.

Poli ecliptica.

1124. PROBLEMA. *Poli borealis ecliptica positionem nullo instrumento astronomico proxime invenire. (fig. 2)*

SOLUTIO. Ex dictis de ecliptica sequitur,
fin

fi in cælo circa mundi polum P describatur DGD, cujus radius v , G ab axe mundi procedens ad gradus 23, 28, 7'', 7'' protendatur in cælesti periphæria circa polum P, polum eclipticæ futurum in periphæria circuli hujus DGD. Ac quodnam in hac periphæria punctum eclipticæ polus est? hoc inveniendum est. (fig. 3)

Omnibus in cælo notum est signum perpetuo apparens, quod *ursa major* nuncupatur, seu *currus David*: re ipsa aliquatenus currus figuram præseferre: stellæ quatuor A B C D rotas referunt, aliæ tres F G T temonem.

I. Si per stellas A, B ducatur mente recta indefinita BAX ad boream, linea hæc stellæ polari P proxima transibit, quæ tantum a stella A distat, quantum A a stella T. Polarishæc est in cauda alterius signi æque stellis septem, minus tamen lucidis, compositi, quod dicitur *ursa minor*, græce *απύρο*, unde propinquus polus arcticus dictus fuit. Stellæ duæ a, & bursæ minoris magis a polare remotæ, quæ caudæ cP postrema est, dicuntur *ursa minoris custodes*.

II. Si altera linea ducatur indefinita CDZ, hæc polo boreali ecliptica proxima transibit, qui est in linea DZ, & in linea per stellas a, & b ducta. Erit ergo polus hic in Z.

III. Recta ab hoc eclipticæ polo ad terræ centrum ducta, & ad oppositam firmamenti partem indefinite producta pertingit ad australem eclipticæ polum nobis invisibilem.

Poli hi eclipticæ D, & E (fig. 2), qui sunt duo puncta in firmamento definita, & quorum auxilio astrorum latitudinem metimur, quotidie aut re, aut apparenter circa æquatoris, & mundi polos ab oriente in occidentem convertuntur. Sella polaris P (fig. 1) non est in ipso polo, sed proxima est, & ex ipsa invenitur. (1355)

Zodiacus, & duodecim signa.

1125. DEFINITIO. *Zodiacus* est zona circularis DTE D in firmamento sexdecim ferme gradus lata, & in toto suo ambitu ab ecliptica bisecta (fig. 58). Zona hæc præter eclipticam, sive annuam solis orbitam, seu mavis terræ, annuam orbitam continet planetarum omnium primariorum, quæ singulæ eclipticam sub diversis angulis bifariam secant, & quæ modo paulum accedentes; modo recedentes in cælo vestigia signare videntur iis similia, quæ in ampla via currus prætereuntes relinquunt. Zodiacus duodecim illustria signa complectitur, quæ *duodecim zodiaci signa* nuncupantur. Nomina, quibus insigniuntur; & notæ, quibus indicantur sunt huiusmodi. Aries ♈, Taurus ♉, Gemini ♊, Cancer ♋, Leo ♌, Virgo ♍, Libra ♎, Scorpius ♏, Sagittarius ♐, Capricornus ♑, Aquarius ♒, Pisces ♓. Duobus sequentibus verbis eorum nomina, & ordo continentur.

Sunt aries, taurus, gemini, cancer, leo, virgo, Libraque, scorpius, arcitenens, caper, amphora, pisces.

I. Et si duodecim signa hæc totum Zodiaci ambitum complectantur, non tamen æquale spatium in cælis occupant. Veteres astronomi singulis æquale spatium assignarunt, gradus scilicet 30 eclipticæ, incipiendo a signo arietis, cuius primum punctum tunc temporis æquinoctio verno satis accurate respondebat. Hoc itaque primum arietis punctum tanquam primum eclipticæ punctum assumptum fuit, sive illud, a quo signa ab occidente in orientem numerari inciperent directione a N n R a. Quamobrem ordo signorum est ab occidente in orientem: aries ab est tauro bc magis occidentalis, hic ve-

10 magis geminis cN atque ita porro. (fig. 2)

II. At duodecim signa, quæ antiquis astronomis puncta fixa erant, modo non amplius in cælo sunt respectu æquatoris, & æquinocriorum, ut tunc (bis mille jam annis) erant. Signum enim arietis, quod tunc totum erat in ab , modo totum est in bc ; & signum piscium, quod tunc erat in Ka , modo totum est in ab . Signa hæc respectu æquatoris $AaBnA$ mobilia, ad quem lentissimo motu semper accedunt, aut a quo recedunt, nequeunt ergo esse amplius punctum fixum respectu æquatoris. Quare recentiores astronomi, neglectis his signis respectu æquatoris mobilibus, pro primo signo assumunt primos triginta gradus ab eclipticæ ad boream æquatoris a puncto æquinoctiali verno numerando; pro secundo signo sequentes 30 gradus bc ab Occidente in orientem procedendo; atque ita porro.

Duodecim hisce eclipticæ divisionibus vetera nomina astronomica remanserunt. Exempli causa, adhuc *signum arietis* vocatur prima divisio ab , etsi totum arietis signum modo sit in secunda divisione bc . Adhuc *signum tauri* nuncupatur divisio bc , etsi totum hoc signum in tertia divisione cN sit; atque ita porro. Quare nomen signi arietis, aut libræ, exempli causa, non amplius respicit signa, quæ exprimit; sed tantum primam, & septimam zodiaci divisionem, singulas graduum 30, exprimit.

III. Quum ecliptica, & zodiacus ab æquatore bifariam secantur: patet, dimidium zodiacum esse æquatori borealem, dimidium australem. Sex prima signa primo versu inclusa vocantur *signa borealia*, quum semper sint in boreali zodiaci parte aNn ; sex alia altero versu inclusa semper in australi zodiaci parte sunt, & *signa australia* dicuntur.

IV. Quum centrum solis semper in eclipticæ plano situm illam anno uno percurrat, sol success-

cessive mensem singula signa tenet, seu singulas 30 graduum divisiones. Quum dicimus, *sol est in hoc signo*, puta, in data stella arietis, significat hoc, solem e terra visum videri in eodem cæli puncto, in quo stella illa; sive solem medium inter tellurem, & stellam illam esse in recta, quæ per centra telluris, solis, & stellæ illius transiret.

V. Quum sol in annua sua revolutione successive in ecliptica signa omnia zodiaci percurrat, hæc vero alia magis, alia minus supra horizontem nostrum elevata sint, *signa ascendentia* dicuntur, quæ sol percurrit supra horizontem nostrum in dies magis assurgendo, *signa vero descendente* quæ sol percurrit in dies minus supra horizontem assurgendo. Signa ascendentia R & N sunt capricornus, aquarius, pisces, aries, taurus, gemini; descendente N & R sunt cancer, leo, virgo, libra, scorpius, sagittarius (Fig. 2).

1126. NOTA. Si annus dies haberet tantum 360, sicuti ecliptica, & circulus quivis 360 tantum gradus habet, sol in annua circa zodiacum revolutione signi gradum singulis diebus percurreret. At quum annus habeat dies 365, horas 5, minuta 48, & secunda ferme 45, plures sunt in anno dies, quam in ecliptica gradus. Non ergo quotidie gradum integrum eclipticæ percurreret, sed aliquanto minus.

Parum admodum astronomiæ interest scire quare veteres astronomi Græci, & Ægyptii iis nominibus signa zodiaci insigniverint. Hic itaque tantum monebimus, quum plæraque signa animalium nomine vocentur, ideo eorum zonam zodiacus (Ζωδιακόν) dictam fuisse a græca voce Ζῷον, *animal*, quasi *animalium zonam*.

Puncta cardinalia, æquinoctialia, solstitialia.

1127. DEFINITIO I. *Quatuor puncta cardinalia sunt: septentrio, meridies, oriens, & occidens æquinoctiorum (Fig. 2).*

Sit $P: M/P$ planum meridiani: $A \cap B \cap A$ planum æquatoris: horum circularum axes (1110) dant quatuor puncta cardinalia. Axis $P T M$ æquatoris dat in cælo septentrionem P , & meridiem M . Axis $A/T: B$ meridiani dat in cælo verum orientem A , & verum occidentem B : est hic oriens, & occidens æquinoctiorum ab illo solstitiorum diversus. In solstitio hyemali sol oritur, & occidit magis meridiem versus in $S R$.

1128. DEFINITIO II. *Puncta æquinoctialia sunt puncta duo α . & η , ubi ecliptica, & æquatur se in cælo secant; alterum α est punctum æquinoctiale vernum; alterum η punctum æquinoctiale autumnale.*

Quum solis centrum in alterutro horum punctorum est, dies toto orbe nocti æqualis est: hinc eorum nomen. Puncta æquinoctialia variabilia sunt, ut quamprimum explicabimus; neque enim semper eidem cæli puncto respondent (Fig. 2).

1129. DEFINITIO III. *Puncta solstitialia sunt in ecliptica puncta N , & R omnium proxima polis mundi P , & M . Punctum N eclipticæ omnium polo arctico P proximum est punctum solstitiale æstivum; punctum R eclipticæ omnium polo antarctico M proximum est punctum solstitiale hyemale.*

Puncta solstitialia semper ab æquinoctialibus distant gradus 90. Quare, ut hæc, mobilia, & variabilia sunt.

1130. DEFINITIO IV. *Æquinoctia, & solstitia peculiarem definitionem postulant, qua probe intelligantur (Fig. 3).*

I,

Theoria phænomenorum celestium.

I. *Æquinoctium* dicitur momentum temporis, quo sol est in plano æquatoris *AB*: contingit hoc bis in anno. Sol a meridie ad boream æquatoris transiens efficit in *a* æquinoctium verum, quod contingit ad diem 20 martii: dies, & momentum, quo fit hic transitus, dies est, & momentum æquinoctii. Sol deinde a borea ad austrum æquatoris transiens efficit in *n* æquinoctium autumnale, quod ad diem 23 septembris contingit: dies & momentum hujus transitus dies est, & momentum hujus æquinoctii.

II. *Solstitium* dicitur momentum, quo centrum solis est in duobus punctis solstitialibus *N*, & *R*. Quum centrum solis est in puncto solstitiali *N* ad primum punctum cancri, seu quarti signi, habetur solstitium æstivum, quod ad diem 21 junii contingit. Quum sol est in puncto solstitiali *R* ad primum punctum capricorni, seu decimi signi, habetur solstitium hyemale, quod ad diem 21 decembris contingit (*Fig. 2.*).

Eclipticam *R a N n R* sol revolutione annua percurrente successive ad æquatorem *AB* accedit, & ab eo recedit. Verum duo sunt tempora, quibus per aliquot dies veluti *stationarius* videtur, seu nec ad æquatorem accedere, nec ab illo recedere: contingit hoc duobus, aut tribus diebus solstitia tum præcedentibus, tum sequentibus, *Solstitium*, quasi *solis statio*.

Præcessio æquinoctiorum.

1131. OBSERVATIO. Supponamus primo in ecliptica *a N n R a* stellas esse 25740 omnes invicem æque distantes, secundis scilicet 50, & tertiis 20. Supponamus deinde in telluris diaphanæ centro *T* oculum quovis anno æquinoctium verum observantem, seu momentum, quo sol ab austro ad boream æquatoris *ATB* transit. Oculus hic videbit quæ sequuntur (*Fig. 2*).

I. Si hoc anno in ipso æquinoctio verno cen-

Phys. Tom. IV.

B

trum

trum solis in firmamento respondet stellæ *a*; anno proximo in ipso æquinoctio verno respondit centrum solis stellæ sequenti, magisque occidentali *x*, quæ in ipso æquinoctio erit in plano æquatoris. Inde sequitur, *puncta æquinoctialia, & solstitialia quotannis regredi in antecedentia signorum ferme secundis quinquaginta cum 20 tertiis*; adeoque puncta æquinoctialia, & solstitialia præsentia *precedere* in diurna revolutione sive oriundo, sive occidendo, sive meridianum attingendo antiquiora puncta æquinoctialia, & solstitialia: est hæc *præcessio æquinoctiorum*, a qua æque solstitia afficiuntur, quæ semper ab æquinoctialibus punctis anni decurrentis 90 gradibus distant.

Juxta celebrem Abbatem Cailleum præcessio media æquinoctiorum est secundorum 50, & tertiorum 20: importat hæc regressum gradus unius annis 71, & mensibus sex; gradus duos annis 143; gradus 360 annis 25740 (*Fig. 2*).

II. Stella *a*, quæ anno proxime superiore erat in plano æquatoris in ipso æquinoctio verno, hoc anno in ipso æquinoctio erit paulo æquatori borealis; hoc enim æquinoctii verni momento stella *x* est in plano æquatoris, & stella *a* quinquaginta ferme secundis in orientem processit in boreali parte eclipticæ. Hinc sequitur, eclipticam, adeoque firmamentum totum *præter revolutionem diurnam ab oriente in occidentem circa mundi axem P T M, aliam lentissimam revolutionem subire ab occidente in orientem circa eclipticæ axem D T E*. Alibi ostendemus, binos hos motus tantum apparentes esse; & totum cælum stellatum esse perpetuo immobile.

III. Quum ex eclipticæ revolutione circa suum axem ab occidente in orientem, puncta omnia *h k y x* eclipticæ successive fiant puncta æquinoctialia verna; sequitur, *stellas quasdam meridionales h k y x perpetuo ad æquatorem accedere; alias quasdam septentrionales a r b c perpetuo ab æqua-*

æquatore recedere. Quare post aliquot sæcula totum firmamentum positionem mutasse videri debet: sicuti re ipsa est. Signum enim piscium, quod erat in $\kappa y \times a$ ad austrum æquatoris ante annos 2000, modo est in $a r b$ ad boream æquatoris. Ipsum annis $71 \frac{1}{2}$ ab occidente in orientem gradum unum progreditur.

Itaque si stella a modo est in æquatore ad punctum æquinoctiale vernum; eadem ipsa erit in N post annos 6435; in n post annos 12870; in R post annos 19305; iterum in a ad punctum æquinoctiale vernum post annos 25740.

Quum stella a est in eclipticæ, & æquatoris intersectione a , aut n ; suas diurnas revolutiones peragit in plano æquatoris. Quum hæc eadem stella a est in N ad punctum solstitiale æstivum, suas diurnas revolutiones peragit in tropico canceri $N K N$ ad boream æquatoris. Quum hæc eadem stella a est in R ad punctum solstitiale hyemale, suas diurnas revolutiones peragit in tropico capricorni $R S R$ ad austrum æquatoris; atque ita porro.

IV. Quum puncta æquinoctialia, & solstitialia cujusque anni temporis initium, & finem definiant, ipsaque retrograda sint, & solem veluti præcedant in sua annua revolutione, sequitur, *solem totam eclipticam non percurrere a puncto æquinoctiali verno ad punctum æquinoctiale vernum anni sequentis transcundo*: tantum eclipticæ gradus percurrit 359, minuta 59, secunda 9, tertia 40.

Exempli causa, sit hoc anno æquinoctium vernum in puncto a . Sol ut adveniat ad sequens æquinoctium vernum, eclipticæ partem tantum $a N n R \times$ percurreret; punctum enim \times erit anno proximo in plano æquatoris quum centrum solis ab australi in borealem eclipticæ partem transibit. Hac itaque annua revolutione sol totam eclipticam percurreret, dempto arcu $\times a$ secundorum 50, & tertiorum 20. Hac observa-

tione quam primum ostendemus quare annus tropicus anno sidereo brevior sit.

1132. DEFINITIO. Ex hac observatione sequitur, *praecessionem æquinotiorum* esse tantum motum realem, sive apparentem in firmamento circa eclipticæ axem DTE ab occidente in orientem; ex quo motu puncta æquinotialia, & solstitialia per hos dies semper sunt quotannis in puncto magis occidentali eclipticæ in antecedentia signorum; & puncta æquinotialia, & solstitialia anteriora tantundem posteriora antecedere in consequentia signorum ab occidente in orientem. Semper punctum postremi æquinotii verni sumitur pro primo eclipticæ puncto. Ab Hyparcho ad nos usque puncta æquinotialia, & solstitialia retrocesserunt gradibus ferme 27.

Coluri.

1133. DEFINITIO I. *Colurus æquinotiorum* dicitur circulus, cuius planum transit & per mundi polos P, M, & per puncta æquinotialia α, η (Fig. 2).

Planum huius circuli perpetuo regreditur ab oriente in occidentem in antecedentia signorum, non secus ac puncta æquinotialia, quibus semper affixum est. Arcus sui regressus est secundorum 50, & tertiorum 20 quotannis (1131).

II. *Colurus solstiorum* dicitur circulus, cuius planum per mundi polos P, M transit, & per duo puncta solstitialia N, & R: circulus hic quotannis regreditur in antecedentia signorum, ut præcedens.

Circuli hi duo se ad angulos rectos secant a suis centris ad terræ centrum; & quotannis eclipticam secant in punctis $axyk$ in occidentem progredientibus in antecedentia signorum. Dicuntur *coluri*, seu mutili, quia toti non videntur supra horizontem ab iis, qui regiones citra, aut ultra æquatorem incolunt: itaque in
pa

Theoria phaenomenorum caelestium. 29
 parte ab observatore magis remota veluti truncati apparent $\kappa\iota\lambda\omicron\iota\ \tau\omega\ \acute{\epsilon}\rho\alpha\nu$: mutli cauda.

Circuli minores sphaera.

1134. DEFINITIONES. I. *Tropicus cancri* dicitur circulus NKN æquatori ABA parallelus, cujus axis est ipse axis mundi, & cujus planum transit per primum punctum cancri, seu per æstivi solstitii punctum N (Fig. 2).

II. *Tropicus capricorni* dicitur circulus RSR æquatori parallelus, cujus axis est ipse mundi axis ATM , & cujus planum transit per primum punctum capricorni, seu per solstitii hyberni punctum R (494).

Circuli hi duo æquatori, & inter se paralleli distant singuli ab æquatore gradibus $23^\circ, 28', 7'', 7'''$. Arcus NAS , sive RBK motum annum verum, sive apparentem solis metitur ab austro in boream, & a borea in austrum. Arcus hic dimidius maximam hodiernam eclipticæ obliquitatem æquatori metitur.

III. *Circuli polares* dicuntur circuli duo DGD , FEF æquatori, & inter se paralleli, quorum axis est axis mundi, radius recta a polis eclipticæ ad axem mundi perpendicularis, & cujus peripheria ubique a polis mundi P , & M tantundem distat, quantum puncta solstitialia N , R ab æquatore AB , scilicet $23^\circ, 28', 7'', 7'''$.

Quatuor hi minores circuli æquatori, & inter se paralleli cælum, & terram dividunt in sex zonas, de quibus jam alibi (494): hic iterum earum genesim, & principia astronomica proferam.

Zona terrestres, & caelestes.

1135. HYPOTHESIS (Fig. 1). Si diameter GTF sphaeræ cælestis revolutionem complet circa axem mundi PTM semper eandem incli-

B 3

na-

nationem CTP servans ad hunc axem, patet, diametrum CTF descripturam conos duos $CTDC$, $FTEF$ vertice ad centrum terræ oppositos. Jam vero conos hos in cælesti, & in terrestri superficie perpendamus.

I. Dum punctum C in cælo peripheriam CDG describit, ejusdem radii TC punctum c in superficie terrestri peripheriam cdc describit. Peripheriæ hæ duæ CDG , cdc inter se, & æquatori parallelæ sunt: angulus CTP , vel cTp , qui eas a polis separat, utrique idem est; sicuti & angulus CTA , vel cTa , a quo ab æquatore sejunguntur.

II. Dum punctum F in firmamento describit peripheriam FEF , punctum f in superficie terrestri peripheriam fef describit. Duæ hæ peripheriæ FEF , fef inter se, & æquatori parallelæ sunt: peripheria cælestis distat a polis mundi, & ab æquatore cælesti quantum minor peripheria distat a terræ polis, & æquatore.

III. Quum duæ majores peripheriæ CDG , FEF ubique ab æquatore, ATB æque distant, etiam a polis cælestibus P , M æque distant. Ita quoque minores peripheriæ terrestres cdc , fef ab æquatore terrestri aba , & a terrestribus polis p , & m æque distant.

Hinc sequitur, *revolutionem diametri, aut radii sphaera caelestis circa axem mundi easdem facere divisiones in cælesti, ac in terrestri superficie*. Corollarium hoc memoria retineri meretur; astronomiæ siquidem, & geographiæ lucem sæpius affert.

1136. PROBLEMA. *Zonarum caelestium, & terrestrium genesis explicare, & magnitudinem determinare (Fig. 2).*

SOLUTIO. Tellure hic quoque immobili supposita in centro firmamenti, ut esse videtur, plures radios concipiamus a terræ centro ad cælum ductos, & sub angulis quibusdam constantibus sese circa mundi axem PTM convertentes:

tes: cælum, & terram videbimus in proportionales circulares zonas dividi ab occidente in orientem (494).

I. Radius TB axi mundi perpendicularis circa hunc axem conversus cælestem æquatorem $BA B$, & terrestrem tft efficiet: cælum, & terram in duo hæmisphæria æqualia boreale unum, australe alterum dividet.

II. Radius TN a centro terræ ad punctum solstitiale æstivum ductus circa axem mundi conversus describet in cælo, & in tellure peripheriam tropici cancri ubique ab æquatore distantem 23° , $28'$, $7''$, $7'''$. Spatium inter æquatorem, & tropicum cancri in cælo æque, ac in tellure est *zona torrida borealis*.

III. Alter radius TR a terræ centro ad punctum solstitiale hybernium ductus circa axem mundi conversus in cælo, & in tellure peripheriam tropici capricorni describet ab æquatore æque cum præcedente distantem. Spatium inter æquatorem, & tropicum capricorni in cælo æque, ac in tellure est *zona torrida australis*.

IV. Axis eclipticæ DTE circa axem mundi conversus in cælo, & in tellure duas circulorum polarium peripherias describet ubique in cælo, & in tellure ab æquatore distantes gradus ferme 66 , $32'$, a polis vero 23° , $28''$.

Spatium inter tropicum cancri, & circulum polarem borealem in cælo, & tellure est *zona temperata borealis* lata ferme 43° , $4''$.

Spatium inter tropicum capricorni, & circulum polarem australem in cælo, ac in tellure est *zona temperata australis* æque lata ac præcedens.

V. Spatium inter polos, & circulos polares æque in cælo, ac in tellure duas zonas efficit, quæ *frigida* nuncupantur a diro frigore, quo in orbe nostro corripuntur. Singulæ hinc inde a polis protenduntur per gradus 23 , $28'$, $7''$, $7'''$,

altera circa polum arcticum, altera circa antarcticum. Harum zonarum latitudo a circulis polaribus ad polos eadem ipsa est, quæ zonarum torridarum. His nomen est ab immani calore, quo ferme toto anno torrentur.

Annus astronomicus, & civilis

1137. DEFINITIO. Annus astronomicus est revolutio seu vera, seu apparens solis circa $R\alpha$ $N\alpha R$: dividitur præcipue in annum sydereum, & in annum tropicum. (fig. 2)

I. *Annus astronomicus sydereus* est integra solis revolutio circa eclipticam ab occidente in orientem in consequentia signorum, enumerandi initium faciendo a transitu centri solis per stellam quamvis α usque ad solaris centri reditum ad hanc eandem stellam α . Annus hic juxta Caillium est dierum 365, horarum 6, minutorum 8, secundorum 58: aliquanto frequenti longior est, a quo anni tempora dividuntur.

II. *Annus astronomicus tropicus* est vera, aut apparens solis revolutio circa eclipticam numerando a centri solis transitu per unum ex punctis æquinoctialibus, aut solstitialibus usque ad reditum centri solis ad idem punctum æquinoctiale, aut solstitiale. Annus hic, ut alibi indicavimus (527) habet dies 365, horas 5, minuta 48, secunda 43, vel 45. Brevior est præcedente minutis ferme 20, ratione regressus punctorum æquinoctialium, & solstitialium.

Exempli causa, ut habeatur annus sydereus, sol totam omnino eclipticam percurrere debet: ut vero habeatur annus tropicus sol eclipticam percurrere debet, dempto arcu $\alpha\alpha$ regressus. Ut arcum hunc $\alpha\alpha$ percurrat, seu ut totam eclipticam perlustrat, illi adhuc desunt viginti ferme minuta temporis. (1131, IV.)

Quum revolutio tropica anni tempora successive reducat, aptior est, quam sydereæ ad tempus in usus civiles, & politicos dividendum.

Hac

Hac ratione astronomicæ supputationes tropicæ revolutioni potius, quam sydereæ accommodantur: & revolutio hæc tropica pro anni astronomici mensura sumitur.

III. *Annus civilis* est tempus periodicum a nationis cujusque consuetudine, & legibus definitum. Omnium optimus est, qui anno astronomico tropico magis congruit. Nobis annus civilis incipit, & completur diebus aliquot postquam sol per punctum solstitiale hybernum transit. (528)

Dies naturalis, dies civilis.

1138. DEFINITIO. *Dies naturalis* est vera, aut apparens solis revolutio circa terram ab oriente in occidentem, numerare incipiendo a transitu centri solis per meridianum quemvis, usque ad reditum ejusdem centri ad eundem meridianum. Hæc revolutio horas 24 continet, modo æqualiter, modo inæqualiter in diem, & noctem divisa, quæ duo simul diem naturalem efficiunt.

Dies civilis nobis, & plærisque populis idem est, ac dies naturalis. Diem civilem nos incipimus a media nocte, quum centrum solis est in inferiori parte nostri meridiani, procedentes usque ad reditum centri solis ad eandem inferiorem meridiani partem. Plærique astronomi diem sumunt a meridie ad meridiem, quum transitum solis per superiorem meridiani partem observant.

Arcus diurnus, & nocturnus.

1139. OBSERVATIO. Sol eclipticam ab austro in boream, & vicissim percurrentes, re, aut apparenter quotidie circa mundi axem PM convertitur: bis in anno in plano æquatoris; reliquo tempore in plano circuli CDC, vel FEF ad sensum æquatori AB paralleli. (fig. 1)

B 5

Po-

34 *Theoria phanomenorum caelestium.*

Ponamus observatorem in n : ejus horizon erit circulus HTR oblique secans & æquatorem AB , & omnes æquatori parallelos, nempe FEF , & CDC . Pars æquatoris, & circulorum æquatori parallelorum est supra horizontem HTR : altera eorundem circulorum pars infra ipsum horizontem est. Pars $\propto Cx$, vel νE horum circulorum supra horizontem est *arcus diurnus*, & diem metitur : pars eorum altera $\propto Dr$, vel $\nu F \nu$ infra horizontem est *arcus nocturnus*, & noctis mensura.

I. Ratio diei ad noctem semper rationi arcus diurni ad nocturnum æqualis est circuli, exempli gratia, CDC , quem sol in diurna revolutione circa axem mundi PM percurrit. Quum arcus diurnus $\propto Af$ æqualis est arcui nocturno fBC , dies nocti æqualis est. Quum arcus diurnus $\propto Cx$ major est arcu nocturno $\propto Dr$, dies nocte longior est. Quum arcus diurnus νE minor est arcu nocturno $\nu F \nu$, dies nocte brevior est.

II. Quum circulus a sole percursus totus supra horizontem est, neque arcus nocturnus, neque nox habetur ; quum hic circulus totus infra horizontem est, neque arcus diurnus, nec dies habetur.

In duobus hisce casibus, qui tantum zonarum frigidarum incolis contingunt, ut mox explicabimus, dies naturalis est dies sine nocte, & nox sine die, horarum 24.

Hæms, æstas, ver, autumnus.

1140. OBSERVATIO. Annus astronomicus, & civilis in quatuor tempestates dividitur inter se & ob annuam solis per eclipticam revolutionem, & ob ea, quæ hinc consequuntur, diversas. (fig. 1)

A puncto solstitiali hyberno F ad punctum solstitiale æstivum C sol quotidie magis supra hori-

horizontem nostrum H T R attollitur, & dies nobis affert semper crescentes. A puncto solstitiali æstivo C ad hybernum F sol in dies minus supra horizontem attollitur, & dies affert semper decrecentes. Hinc tempestatum diversitas, seu temperiei in tellure modo magis modo minus a sole calefacta, & ab ipso modo abinertia ad fecunditatem, modo a fecunditate ad inertiam traducta.

I. *Hyemem* dicimus tempus, quo sol a puncto solstitiali hyberno R ad punctum æquinoctiale vernum α transit. Hoc anni tempus nos a brevissimis diebus ad æquinoctium traducit. (fig.2)

II. *Ver* dicimus tempus, quo sol a puncto æquinoctiali verno α ad punctum solstitiale æstivum N transit; sive a primo puncto arietis ad primum punctum cancri. Hoc anni tempus nos ab æquinoctio ad longissimos dies traducit.

III. *Æstatem* dicimus tempus, quo sol a puncto solstitiali æstivo N ad punctum æquinoctiale autumnale π transit; sive a primo puncto cancri ad primum punctum libræ. Hoc anni tempus a longissimis diebus nos ad æquinoctium traducit. Quare duo hæc anni tempora, ver, & æstas, ceteris duobus diebus ferme octo longiora sint alibi explicabimus. (1321)

IV. *Autumnus* dicimus tempus, quo sol a puncto æquinoctiali autumnali π ad punctum solstitiale hybernum transit R; sive a primo puncto libræ ad primum punctum capricorni. Hoc anni tempus nos ab æquinoctio ad brevissimos dies deducit, quibus sol paucis horis supra horizontem apparens, & radios ad nos admodum obliquos vibrans minimum calorem parit.

Ex sequentibus apparebit, anni tempora esse relativa, atque illud, quod alicui regioni est hyems, alteri æstatem esse posse. Idem anni tempus, quod nos æstatem nuncupamus, antipodibus nostris hyems est; modo in antipodibus incolæ sint.

Tres sphaera positiones.

1141. OBSERVATIO . Æquator horizonti aut perpendicularis, aut obliquus, aut parallelus esse potest pro diversis regionibus, in quibus zenith, & horizon assumetur. Hinc tres diversæ sphaeræ positiones diversas terræ regiones, earumque incolas respicientes. (*fig. 1*)

I. *Sphaera recta* est, quum æquator, ejusque paralleli sunt horizonti perpendiculares. Ita sphaera est incolis α æquatoris, cujus horizon PMP perpendiculariter ab æquatore, ejusque parallelis FEF, CDC secatur.

II. *Sphaera parallela* est quum æquator, & horizon sunt in eodem plano, aut simul concurrunt. Ita est sphaera polorum p , & m incolis, si incolæ sub polis sunt; eorum quippe horizon astronomicus est ipse æquator, & horizon sensibilis est circulus æquatori parallelus: poli mundi sunt eorum zenith, & nadir.

III. *Sphaera obliqua* est, quum æquator, ejusque paralleli ab horizonte oblique secantur. Ita sphaera est omnibus populis n inter polos, & æquatorem sitis; eorum enim horizon HTR, cujus planum infra unum polum est, & supra alterum, necessario æquatori AB, ejusque parallelis CDC, EFE obliquus est.

Sphaera recta.

1142. OBSERVATIO . Populi, qui sub ipso æquatore sunt, sphaeram habent: æquator ATB est horizonti PTM perpendicularis, cujus planum per terræ, & mundi polos transit. In sphaera recta, exempli gratia, in α , (*fig. 1*)

I. Perpetuum est æquinoctium, noctesque toto anno diebus æquales sunt; circuli enim omnes EFE, CDC, quos toto anno sol circa mundi usum describit, sunt, ut æquator, horizon-

zonti PMP perpendiculares, a quo bifariam secantur: & harum æqualium partium una est arcus diurnus, & diem metitur, & altera arcus nocturnus noctis mensura. (1139)

II. Omnia anni tempora duplicia sunt. Æquatoris incola hyemem habet quum sol minime elevatus est supra suum horizontem PMP: quod bis in anno contingit, quum scilicet sol est in tropico canceri C D C, & quum sex mensibus post est in tropico capricorni F E F. Idem æstatem habet quum sol maxime supra suum horizontem PMP elevatus est; quod adhuc bis in anno contingit, quum scilicet sol a tropicis ad æquatorem revertitur. Eadem ratione duplex habebit ver, & duplicem autumnum.

Illi *prima hyems* est quum sol ab E in K transit: *primum ver* quum sol magis supra horizontem ascendens transit a K in A: *prima æstas* quum sol ab A transit in L: *primus autumnus* quum sol a zenith recedens transit ab L in C. Solis reditus a C in E illi adhuc affert quatuor anni tempora: alteram hyemem in CL, alterum ver in LA, alteram æstatem in AK, alterum autumnum in KE. At hæ tempestates, quæ nobis trium mensium sunt singulæ, æquatoris incolæ sunt tantum mensis unius & dimidii.

III. Poli mundi P, & M conspiciuntur raderè horizontem PMP, & stellæ omnes firmamenti successive supra horizontem transire: hoc nobis non accidit, qui in *n* siti citra æquatorem nec polum australem M nec stellas R M N unquam videmus, quæ circa polum M converuntur.

Sphæra parallela.

1143. OBSERVATIO. Sub utroque polo in *p* aut in *m* sphæra est parallela: horizon AB confunditur cum æquatore A B. In sphæra parallela, exempli gratia sub polo arctico P, (fig. 1)

I. Z2.

I. Zenith est polus P , nadir alter polus M , uterque 90 gradibus ab æquatore AB distans, qui est polorum horizon. Toto anno conspiciuntur eadem stellæ circa axem mundi converti, quæ scilicet in boreali hemisphærio BPA sunt: quæ in australi hemisphærio BMA sunt toto anno sub horizonte AB latent. Omnia hæc opposita ratione sub altero polo M contingunt.

II. Quum sol eclipticam percurrentes sex mensibus citra, sex aliis ultra æquatorem sit, qui polorum p , & m horizon est; jam sol sex continenter mensibus supra, sex aliis infra polorum horizontem erit: quare ibi annus constat unico die, & unica nocte singulis sex mensium. (*fig. 1*)

III. Solem in sex signis borealibus sequamur supponentes nos esse in p sub polo arctico P . Quo die sol est in eclipticæ, & æquatoris intersectione ad punctum æquinoctiale vernum, diurna solis revolutio fit in plano æquatoris AB , qui est horizon astronomicus poli p . Toto hoc die incola poli p videt centrum solis converti in toto suo horizonte ABA . Sequenti die videt centrum solis describere circa horizontem circulum hesternum parallelum, aliquanto tamen ad polum accedentem, & supra horizontem elevatum. Tribus continenter mensibus videt solem circa se revolutiones facere in circulis semper horizonti ABA parallelis, in dies tamen supra horizontem magis elevatis usque ad solstitium æstivum, in quo sol describit parallelum CDC gradibus ferme 23, 28" supra horizontem ABA .

Quum sol ad punctum solstitiale æstivum C advenit, non ultra ad polum P accedit, sed ad æquatorem AB accedere incipit, quotidie tribus continenter mensibus circulos parallelos describens, qui tamen ad eum magis, magisque accedentes tandem in æquinoctio autumnalium ipso æquatore confunduntur. Toto hoc tempore poli p incola solem perpetuo videt circa se
con.

converti per circulos horizonti suo, qui est æquator ABA , parallelus.

Post æquinoctium autumnale sol tribus mensibus circulos diurnos describit æquatori parallelus magis magisque ab æquatore recedens ad partes tropici capricorni FEF ; deinde aliis tribus mensibus suos diurnos parallelus describit indies ad æquatorem accedens donec æquator fiat iterum circulus eius diurnus. Toto hoc tempore sol perpetuo infra horizontem poli p latet, qui sex continenter mensibus in densis tenebris versaretur, nisi lucida crepuscula astri hujus absentiam compensarent.

IV. Idem opposita ratione incolæ poli m contingit: nunquam videt nisi polum M , qui ejus zenith est, & stellas AMB , quæ perpetuo supra suum horizontem ABA in circulis horizonti parallelis convertuntur. Polus m sex mensibus noctem habet, quum polo opposito dies sex mensibus lucet.

1144. *NOTA*. Alibi diximus, crepusculum mane incipere, vespere desinere, quum sol gradus ferme 18 infra orizontem est, & quo magis ad polos accedimus, eo crepuscula esse longiora. (1036)

Quare quum sol gradus tantum 23, 28'' infra polorum horizontem descendant, qui æquator est, quivis polus p , aut m in sua nocte sex mensium crepusculum diversa lucis per menses quatuor aut quinque quotannis habere debet.

Sphæra obliqua.

1145. *OBSERVATIO*. In regionibus omnibus inter æquatorem, & polos sphæra est obliqua; horizon quippe HTR diversa obliquitate secatur a 365 parallelis CD , AB , EF , quos sol quotannis in diurna circa axem mundi revolutione describit. Quum hæc sphæræ positio universam tellurem afficiat, dempta linea una, quæ

quæ æquator est, & punctis duobus, quæ poli sunt, peculiarem explicationem postulat. Illam itaque in suis phaenomenis expendemus, (fig. 1)

I. *In universa zona torrida c d f e*, spatio scilicet tropicis incluso (1136): bis in anno sol verticalis est: hinc in hisce regionibus, ut sub æquatore, duplicia quotannis anni tempora; hoc tamen discrimine, quod in regionibus zonæ torridæ hinc inde ab æquatore hæc anni tempora diuturnitate inæqualia sunt: ad tropicos ab una ad alteram æstatem dies aliquot tantum intercedunt.

II. *In zonis temperatis, & frigidis* (1136) nunquam sol est verticalis, zenith enim Z, vel P, vel H ubique magis distat ab æquatore, quam sol eclipticam percurrens ab illo recedat. (1122)

III. *In universo orbe æquinoctium* est iis duobus diebus, quibus sol in æquatoris, & eclipticæ intersectione versatur in plano æquatorisrevolutionem diurnam peragens. Æquator enim ATB ab horizontibus quibusque HTR, PTM, CTF, DTE, ZTN bifariam secatur, & pars supra horizontem sita infra jacentem æquat; quarum prima diei, altera est noctis mensura (1139): quum itaque duo hi æquatoris arcus sint æquales, ubique nox diei æqualis est, quum sol in æquatoris plano versatur.

Hinc quoque sequitur, si toto anno sol in plano æquatoris versaretur, æquinoctium perpetuum futurum, ver quoque perpetuum, & eandem in universo orbe perpetuam tempestatem. Sol vero permanenter in æquatore versaretur (Fig. 2), si planum eclipticæ RTN non amplius æquatori ATB inclinatum, sed parallelum esset, & cum illo confunderetur. Si ergo ecliptica cum æquatore confunderetur, ubique terrarum perpetuum ver esset.

I. *Ubique æquinoctium cessat simul ac sol extra æquatoris planum versatur* (Fig. 1). Hori-

zon

Theoria phaenomenorum caelestium. 41

zon enim HTR, exempli gratia, tunc non amplius a solis diurna revolutione CDC, vel FEF extra æquatorem bifariam secatur. Partes inæquales $\pm Cx$, $\pm Dx$, quarum altera est arcus diurnus, altera nocturnus, dies noctibus inæquales faciunt (1139) regionibus omnibus, quæ sub ipso æquatore non sint. Circulus diurnus CDC, exempli gratia, pari modo inæqualiter secabit horizontes ceteros quoscunque ZTN punctorum R & H, dempto PTM horizonte æquatoris, ubi æquinoctium perpetuum est. (Fig. 1)

V. In zona torrida, & temperata boreali die, quo sol est in tropico capricorni FEF, ad diem, quo est in æquatore ABA, dies $\pm E$ noctibus $\pm Fv$ breviores sunt (1139). Deinde a die, quo sol est in æquatore ABA, addiem quo est in tropico cancri CDC, dies $\pm Cx$ noctibus $\pm Dx$ longiores sunt. Dies, qui a solstitio hyberno ad æstivum progressionem quadam creverunt, eadem deinde progressionem a solstitio æstivo ad hybernum decrescunt.

VI. In zona torrida, & temperata meridionali oppositum contingit. Exempli gratia; in g a die, quo sol est in tropico capricorni FEF, ad diem, quo est in æquatore ABA, dies $\pm Fv$ noctibus $\pm E$ longiores sunt. Deinde a die, quo sol est in æquatore, & æquinoctium efficit, ad diem, quo est in tropico cancri CDC, dies $\pm Dx$ noctibus $\pm Cx$ breviores sunt. Redeunte sole ad æquatorem, & ad tropicum capricorni dies crescunt, ut decreverunt pro puncto g, cujus zenith est in N.

VII. Sub circulis polaribus (fig. 2) omnia zenith DGFE, ut poli eclipticæ D, E (1136) distant a polis mundi P, M gradibus ferme 23, 28'. Horizontes omnes RTN, vel KTS secabunt ergo æquatorem ABA sub angulo æquali ipsi NTA inter æquatorem, & eclipticam comprehenso: omnes ergo hi horizontes attingent hinc tropicum cancri NKN, illinc tropicum capricorni

corni R S R; quandoquidem hi duo circuli tantum ab æquatore distant, quantum circuli polares a polis mundi. (fig. 2)

Circulorum polarium incolæ horizontem habebit RTN si ejus zenith sit punctum D & horizontem KTS, si zenith sit G. Pater, ambos hos horizontes esse infra tropicum cancri N K N, & supra tropicum capricorni R S R. Ergo sub circulo polari boreali dies habebitur horarum 24 quum sol erit in tropico cancri; & nox horarum 24 quum sol erit in tropico capricorni. Incolæ circuli polaris australis oppositum continget.

VIII. *Ultra circulus polares*, puta ad gradus 80 ab æquatore horizon ab æquatore distat gradus 10 dumtaxat. Quamdiu ergo sol supra 10 gradus citra æquatorem est polum arcticum versus, perseverat supra horizontem incolarum zonæ frigidæ ad gradus 80 ab æquatore; quamdiu ergo supra 10 gradus sol ultra æquatorem est polum antarcticum versus, perpetuo infra illorum incolarum horizontem est: quare hi per aliquot continenter menses noctem habent, & per totidem menses perpetuum diem.

Idem opposita ratione contingit incolis interluris parte australi gradus 80 ab æquatore distantibus: dies perpetuus his incipit, quum illis incipit perpetua nox; & vicissim. (Fig. 2)

Facile intelligimus, hanc diei, & noctis perpetuitatem eo citius incipere, & eo diutius perdurare, quo loca polis propinquiora sunt, ubi hæc vicissitudo est mensium sex (1143). Exempli causa, quo locus polo arctico propinquior est eo minus horizon ab æquatore distat; adeoque citius, & diutius hic horizon totus est infra parallelos, quos sol citra æquatorem describit, & supra parallelos, quos sol ultra æquatorem describit.

Longitudo, & latitudo terrestris.

II46. OBSERVATIO. In sphaera, cujusmodi esse concipitur tellus, vel caelum quævis dimensio æque longa; & lata est. Nihilominus *longitudo* dicitur dimensio ab occidente in orientem capta: *latitudo* dimensio ab austro in boream sumpta.

Primorum geographorum temporibus tellus nota, & habitata magis ab oriente in occidentem protendebatur, ab Indis ad extremam Hispaniam, quam ab austro in boream a notis regionibus Scytharum, sive a Lybia ad extremam Germaniam. Hac profecto ratione geographi illi primam dimensionem longitudinem nuncuparunt, alteram latitudinem.

I. Æquator punctum fuit, a quo *terrestrem latitudinem in meridiano* metiri, & numerare inciperent, hinc ad boream, aut ad austrum procedendo.

II. *Primus quidam meridianus* assumptus punctum fixum fuit, a quo *terrestrem longitudinem in æquatore* metiri, & numerare inciperent ab occidente in orientem procedendo. At verum quum in æquatoris peripheria nihil primum sit, nihil ultimum; punctum in æquatore statuendum fuit, quod communi consensu pro primo meridiano haberetur, a quo gradus ab occidente in orientem numerari inciperent.

Punctum hoc æquatoris non idem est omnibus nationibus. Angli primum meridianum eum faciunt, qui Londini meridianus est: Belgæ eum, qui per montem Teneriffæ transit: Galli eum, qui per mediam insulam Ferri Hesperidum magis occidentalem transit.

Punctum æquatoris, per quod meridianus insulæ Ferri transit, erit ergo nobis primum punctum æquatoris; atque ab hoc ab occidente in orientem procedentes gradus longitudinis a 0 ad

360 numerabimus. Quas divisiones in tellure pariant longitudo, & latitudo sequentibus definitionibus ostendemus.

1147. DEFINITIO I. Si æquatore in 360 gradus diviso, transeat per quodvis divisionis punctum meridianus (1116); erit terrestris superficies ab occidente in orientem, & a polo ad polum in 360 partes æquales divisa. Hæ divisiones ab austro ad boream, & a polo ad polum ductæ erunt aliæ aliis orientales, sicuti & regiones quavis divisione interceptæ. Hinc longitudinis differentia.

Quare *loci terrestris longitudo*, puta Parisiorum, est arcus æquatoris inter insulæ Ferri, & Parisiorum meridianos interceptus. Si arcus hic est 20 graduum dumtaxat, Parisii, & puncta telluris omnia a polo ad polum, quæ sint sub eodem semicirculo meridiani Parisiorum, longitudinem habent graduum 20, sive sunt gradibus 20 magis orientalia, quam puncta superficiæ terrestris posita sub semicirculo meridiani insulæ Ferri.

1148. DEFINITIO II. Si diviso meridiani cujusque semicirculo a polo ad polum in gradus 180, traducatur per quodvis divisionis punctum circulus æquatori parallelus: habebimus superficiem terrestrem a polo ad polum in partes 180 divisam, quarum 90 æquatori boreales erunt, aliæ 90 australes. Quum divisiones hæ parallelæ ab occidente in orientem vergant, puncta omnia telluris, quæ sub eadem divisione erunt, æque ab æquatore distabunt, seu eandem latitudinem habebunt. Loca terrestria, quæ sub eadem divisione ad polum arcticum vergent, eandem *latitudinem borealem*, quæ sub eadem divisione erunt alterum polum versus, eandem habebunt *latitudinem australem* (Fig. 1).

Quare *loci terrestris latitudo*, puta urbis n , est arcus an , vel AZ meridiani hujus loci, æquatore, & loco hoc interceptus, sive inter æqua-

æquatorem cælestem, & zenith hujus loci. Si arcus an , vel AZ est graduum 40, locus habebit gradus 40 latitudinis. Latitudo ad 90 gradus protenditur, ad polum usque. Loci latitudo, & longitudo ejus positionem in terrestri superficie definiunt.

1149. PROBLEMA. *Loci terrestris latitudinem, sive ejus ab æquatore distantiam in gradibus, & minutis invenire (Fig. 1).*

SOLUTIO. Sit locus quivis n sub meridiano PAM , & sub zenith Z : invenienda est amplitudo arcus an , quo ab æquatore separatur.

I. Angulus PTA polo cælesti P , & æquatore cælesti ABA interceptus est graduum 90: angulus pTa polo terrestri p , & æquatoris terrestris puncto a interceptus est quoque graduum 90, hi enim duo anguli recti sunt, quum æquator gignatur a revolutione radii TB , vel TA axi mundi PTM perpendicularis (1136).

II. Patet, rectam TnZ a terræ centro ad zenith loci n ductam eandem divisionem efficere in arcu meridiani cælestis PZA , & meridiani terrestris pna . Nota arcus ZA quantitate, innotescet quoque arcus na quantitas; qui illi graduum, minutorum, & secundorum numero æqualis est; sunt enim arcus na , ZA similes in peripheriis concentricis (*Math.* 340).

III. Arcus ZA quantitatem, seu graduum, minutorum, & secundorum numerum noscere facile est: arcus hic est inter zenith Z , & æquatorem A conclusus. Statis ad hoc est quadrante in meridiano collocato (*Math.* 737) poli P visibilis altitudinem, sive arcum PH meridiani polo P , & horizonte H interceptum metiri: arcus hic PH arcui ZA æqualis est. Siquidem,

Arcus HPZ inter zenith, & horizontem est graduum 90: arcus PZA inter polum, & æquatorem est graduum 90: ab his æqualibus aufer

fer communem partem PZ ; residua HP , ZA erunt æqualia. Si ergo altitudo poli, sive arcus PH sit, exempli gratia, graduum 30 , $20'$; arcus ZA , illi æqualis erit quoque graduum 30 , $20'$.

IV. Arcus inter zenith alicujus loci, & æquatorem cælestem similis est arcui inter eundem locum, & æquatorem terrestrem: ergo arcus na similis est arcui ZA ; si ergo arcus ZA est 30° , $20'$; arcus quoque na erit 30° , $20'$.

Hinc apparet, latitudinem facile inveniri, seu loci cujusque n , aut c positionem respectu ad æquatorem ab , & polos p , m ; locus enim quivis n , aut c semper in meridiano terrestri anp eandem positionem obtinet, quam suum zenith in cælesti meridiano AZP .

V. Hinc sequitur, latitudinem loci terrestris cujusque semper poli altitudini æqualem esse, sive arcui PH sumpto ex meridiano, & polo visibili, atque horizonte concluso. Alibi ostendemus qua ratione poli altitudo (1355) accurate inveniatur. Loci n latitudo est borealis, si locus ad polum arcticum vergat: loci c latitudo est australis, si locus ad polum antarcticum vergat.

Longitudo, & latitudo celestis.

1150. OBSERVATIO. Puncta omnia ab , cd , ef , mp , ng terrestris superficiei (Fig. 1), eandem semper positionem servant respectu æquatoris aba , vel ABA , qui semper gignitur a revolutione radii TA axi telluris, & mundi perpendicularis ad centrum terræ.

Non eadem est respectu æquatoris stellarum immobilitas. Hæ ob lentam circa polos eclipticæ conversionem post datum annorum numerum, aut sæculorum modo magis, modo minus sunt æquatori ABA boreales, aut australes (1131). Æquator ergo, qui punctum fixum est ad capi-

piendam *terrestrem* latitudinem, nequit *latitudini stellarum* capiendae inservire.

Hac ratione ducti astronomi stellarum, planetarum, cometarum latitudinem, imo insignis cujusque puncti caelestis capiunt in ecliptica; sicuti sequentibus binis definitionibus explicabimus (Fig. 2).

1151. DEFINITIO I. Si ecliptica R N T dividatur in gradus 360; & sumpto quotannis pro primo divisionis puncto initio arietis, seu puncto æquinoctiali verno *a*, ducatur per quodvis divisionis punctum semicirculus, cujus planum D T E transeat per eclipticæ polos D, E; erit cælum divisum in partes æquales 360 singulas singulis verticales: hinc habebimus earum differentiam in longitudine procedendo in consequentia signorum ab occidente in orientem, & incipiendo a primo puncto *a* arietis graduum enumerationem usque ad 360. Puncta omnia caelestia, quæ erunt in eadem divisione, seu in plano ejusdem semicirculi a polo ad polum eclipticæ, eandem longitudinem habebunt.

Quamobrem *longitudo astri*, seu puncti cujusque caelestis est arcus eclipticæ inter primum punctum arietis, & semicirculum ab astro ad polos eclipticæ ductum. Hæc signis, gradibus, minutis, secundis numeratur, a primo puncto arietis, seu æquinoctiali postremi veris procedendo ab occidente in orientem in consequentia signorum. Dicemus, exempli causa, astrum est ad quartum signum, & gradus 13 35', 40'' longitudinis: indicat hoc, illud esse in plano semicirculi eclipticæ perpendicularis tota hac quantitate distantis a semicirculo per primum arietis punctum seu per postremum æquinoctium verum transeunte, & eclipticæ perpendiculari.

1152. DEFINITIO II. Si in 180 gradus dividatur semicirculus per eclipticæ polos transiens, & per quodvis divisionis punctum ducatur circulus eclipticæ parallelus, erit cælum di-

vi-

Theoria phenomenon celestium.

visum in partes 180, alias eclipticæ R T N boreales, alias australes: hinc habebitur earum diversa latitudo.

Quamobrem *latitudo aſtri*, seu puncti cujusque cælestis, est arcus circuli eclipticæ perpendicularis inter aſtrum, & eclipticam. Latitudo aut *borealis* est, aut *auſtralis* pro aſtri positione aut polum versus borealem D, aut australem E. Hæc gradibus, minutis, & secundis numeratur: exempli causa, dicemus: aſtrum habet gradus 26, 13', 45" latitudinis borealis: indicat hoc, illud esse in plano circuli per polos eclipticæ tranſeuntis; & circuli hujus arcum inter aſtrum, & eclipticam boream versus esse graduum 26, 13', 45". Aſtra, quæ sunt in ipſo eclipticæ plano, nullam habent latitudinem, sive in N, sive in R; ubi declinationem habent, de qua infra (Fig. 2).

Aſtorum declinatio, & aſcenſio recta.

1153. OBSERVATIO. Stellæ in diverſa revolutione quotidie (ſaltem diuturno tempore) eundem circulum N K N, vel R S R æquatori A B A parallelum percurrunt, neque ad ſenſum in dies aut ad boream, aut ad austrum deflectunt. Integra ſæcula tranſeant oportet, ut eæ præferim, quæ longitudinem habent graduum ferme 90, vel 270 æquatori acceſſiſſe aut ab illo reſceſſiſſe dignoſcantur (1172).

Non ita ſoli, & planetis evenit, qui perpetuo æquatori accedunt, aut ab eo recedunt tanta quantitate, ut paucis diebus aſtra hæc appareant converti in parallelis a præcedentibus diverſis. Exempli causa, ſi ſol modo diurnas revolutiones facit in R S R, poſt tres meſes illas faciet in A B A; poſt tres alios in N K N; ac ſtella, quæ modo diurna revolutione convertitur in R S R, in A B A non convertetur, niſi poſt annos 6435; in N K N non convertetur

tetur nisi post annos 12870 (1131). Quare sol percurrit arcum graduum ferme 47 mensibus sex; stella vero non nisi annis 12870 hinc inde ab æquatore (Fig. 2).

Est hæc astrorum declinatio in stellis diutius constans, in sole, & planetis ad sensum in dies varia. Declinatio hæc aut in meridiano observatoris, aut in alio quovis sumi potest.

1154. DEFINITIO I. *Præsens astri declinatio* est in meridiano, in quo astrum est, arcus inter astri centrum, & æquatorem.

Est hæc aut *borealis*, aut *australis* pro astri positione respectu æquatoris. Si astrum, exempli gratia, sit in N, ejus declinatio borealis est arcus N A meridiani P A M. Si astrum sit in S, ejus declinatio australis est arcus A S inter astri centrum, & æquatorem.

1155. DEFINITIO II. Ad astri positionem in cælo determinandam observatur quoque ejus *ascensio recta*, quæ est astri distantia a primo puncto arietis numerata in gradibus, & minutis æquatoris.

Quare *ascensio recta alicujus astri* est arcus æquatoris inter meridianum per primum arietis a punctum transeuntem, & meridianum per centrum illius astri transeuntem. Exempli causa, si astrum sit in S in meridiano P A M, ejus ascensio recta est arcus a A æquatoris; & si astrum sit in K in meridiano P B M, ejus ascensio recta est arcus a A n B æquatoris.

Azimut, & amplitudo astrorum.

1156. DEFINITIO I. A zenith loci cujusque ad ejus horizontem ubique distantia est graduum 90. Arcus circuli a zenith ad punctum quodvis horizontis perpendiculariter ductus vocatur *verticalis*.

Patet, infinitos dari posse *verticales*. *Primus verticalis* ille dicitur, qui a zenith pergit ad

Phys. Tom. IV.

C

æqua-

50 *Theoria phanomenorum caelestium.*
æquatoris, & horizontis intersectionem: hic
meridianum ad zenith ad angulos rectos secat.
Primus verticalis est promiscue meridiano orien-
talis, aut occidentalis.

1157. DEFINITIO II. *Azimut aſtri* dicitur
arcus horizontis inter loci, in quo, exempligra-
tia, observatur, meridianum, & verticalem per
aſtri centrum tranſeuntem,

1158. DEFINITIO III. *Amplitudo aſtri* di-
citur arcus horizontis inter primum verticalem,
& punctum in quo aſtri parallelus horizonti oc-
currit, Amplitudo aſtri est aut *ortiva*, aut *oc-*
cidua, juxta aſtri aut in ejus ortu, aut in oc-
caſu observationem.

Definitiones hæc neceſſariæ ſunt ad intelligen-
da quæ de aſtri alicujus motu diurno, aut an-
nuo quæri poſſunt. Idearum perſpicuitas hanc
nominum varietatem in circulis, ſemicirculis,
& arcubus aſtri poſitionem definiendis po-
ſtulavit,

ARTICULUS SECUNDUS.

THEORIA CORPORUM CALESTIUM.

Articulo hoc in quinque paragraphos diviſo
de ſtellis, de planetis generatim, & ſpe-
ciatim, de ſolis, & lunæ eclipsibus, de aſtro-
nomica parallaxi, & refractione agemus,

PARAGRAPHUS PRIMUS.

STELLÆ FIXÆ.

1159. OBSERVATIO. **M**agnæ inter corpora caelestia varietates sunt: magis genericas hic indicabimus, quibus stellas a ceteris caelestibus corporibus distinguemus.

I. Corporum caelestium alia opaca sunt, alia lucida. *Lucida* sunt sol, & stellæ: *opaca* planetæ primarii, & secundarii, & cometæ.

Stellæ, quæ totidem soles sunt immensum a nobis distiti, a planetis, & cometis distinguuntur *scintillatione*, qua coruscant. Planetæ, & cometæ, qui sunt opaci, ut tellus, luce tantum a sole mutuata lucent, quæ non scintillat, uniformis, & placida est: hanc ad nos inæquali copia reflectunt pro diversa partis eorum illuminatæ respectu nostrum positione.

II. Corpora caelestia alia fixa sunt, alia errantia. *Fixa* ea sunt, quæ eandem inter se distantiam servant: hæc sunt stellæ. Arcus inter stellas duas quascumque idem modo est, qui ante annos bis mille erat Hiparchi temporibus. *Errantia* sunt, quæ perpetuo positionem mutant, quæ ad stellas perpetuo accedunt, aut ab iis recedunt. Hæc sunt planetæ, & cometæ.

A fulgida, & frequenti scintillatione, & ab eadem immutabili respectiva distantia semper stella a planeta distinguetur.

Jucundum sane spectaculum philosopho nox serena: at magnum sane consuetudinis imperium dicendum est, qua mira hæc cæli species non amplius in nobis admirationem creat. Hic stellas tantum considerabimus.

Earum numerus.

1160. OBSERVATIO . I. In nocte serena stellas numero infinitas nos videre putamus. Verum nocte omnino innubi, & sub æquatore ipso, ubi integrum cæleste hemisphærium conspicitur (1142), oculus vel lynceus non nisi stellas ferme mille, & centum, vel ducentas numerare potest in visibili hemisphærio: quare in toto cælo stellæ visibiles erunt bis mille, & ferme ducentæ.

Illusio fortasse a frequenti, & multiplici stellarum scintillatione oritur, a quarum proximis, & frequentibus in oculo impressionibus idæ enascuntur non satis distinctæ. In hoc vividarum, & frequentium sensationum tumultu anima distracta obiectorum numerum veluti auget in ratione numeri sensationum, quas simul habet; & quum sensationes has numerare nequeat, objecta earum quoque innumera arbitratur.

II. Quum arduum dignoscerent astronomi cuiusvis stellæ seorsim positionem mente retinere, stellas in plures collectiones diviserunt, quas *constellationes*, seu *signa* nuncuparunt, & quas variis nominibus insigniverunt, quorum originem detegere nihil interest.

Ptolemæus astronomus cælum stellatum in 48 signa partitus est, quibus recentiores astronomi duodecim alia ad australem polum addiderunt ea in cæli parte, quæ Ptolemæo in Ægypto observanti immobilis erat. Inter signa hæc præcipua sunt duodecim in zodiaco distributa (112), & ursa major, & minor ad polum arcticum (1124).

III. Telescopiis catoptricis, & dioptricis inventis (1032) plures aliæ stellæ detectæ fuerunt, quæ inermem oculi aciem effugiebant. Flamstedius astronomus anglus eas initio hujus sæculi ad 3000 adduxit; celebris vero Abbas Caillius numerum adhuc auxit.

IV.

IV. Præter stellas, quæ inermi oculo, aut telescopiis deteguntur, maculæ quædam albicantes in cælo apparent, quæ *stella nebuloſa* nuncupantur, & ingens zona albicans, quæ *viam lacteā* dicta fuit.

Astronomi nonnulli cenſuerunt, maculas has albicantes; & viam lacteam eſſe tantum stellarum aut minimarum, aut remotiſſimarum præ ceteris congeriem. Hugenius maculam in Oriōne obſervavit: in ea nonnullæ parvæ ſtellæ apparuerunt, quæ tamen albedinem illam parere ineptæ videbantur. Sex ſimilium macularum, quarum quinque telescopiō catoptrico octo pedes longo obſervatæ fuerunt, una tantum inventa eſt, quæ stellarum exiguarum congeries dici poſſit. Quare de viæ lacteæ, & stellarum nebuloſarum natura nihil adhuc certi ſtatui poteſt.

Earum natura.

1161. OBSERVATIO. Verosimillimum eſt, ſtellas eſſe totidem ſoles noſtro ſimiles ad diſverſas diſtantias in immenſo vacuo diſpoſitos, quorum munus ſit planetas, aut orbes opacos illuſtrare, & caleſcere, qui circa illorum centrum convertantur; ſicuti planetæ noſtri circa ſolem ſuas periodicas revolutiones peragunt. Num rationi conſonum dicamus, Creatorem, cujus eſt infinite magna, & infinite ſœcunda mente complecti, immenſos hos orbes unice creaffe, ut punctum dumtaxat, cujuſmodi eſt exiguus globus noſter, noctu illuſtrarent? Cum ſacris literis proſecto ſentit, qui rerum univerſitatem credat ad terræ pulcritudinem, & ad hominis bonum conferre; at qui rerum univerſitatem ad hominem unice, & ad tellurem referri velit, hic Dei ſapientiam, & potentiam circumſcribit, & ſacras literas perperam interpretatur.

Quod vero ad viam lacteam, & ad ſtellas ne-

bulosas spectat, num suspicari liceret, in iis caelestibus plagis magnam esse lucis primigeniae congeriem nondum in corpora lucida conformatam? Ita celebris Hallejus suspicabatur, qui ex hoc phaenomeno ea geneseos verba apte explicari censet, quibus dicitur, lucem ante solem creatam fuisse (883). Immenso tractus materiae, qua sol, & stellae constant, per caelos diffusae, nec ita densae, aut fermentescentis, ut in lucidis corporibus, candorem parerent pro densitatis, & motus diversitate varium.

Earum magnitudo.

1162. OBSERVATIO. Stellae inter se comparatae nobis magnitudine diversae apparent: quare passim in septem classes decrecentes distribuantur. *Stella prima magnitudinis* dicuntur quae nobis plurimum lucent. Ceterae inermi oculo visibiles dicuntur *prima, secunda, tertia, quarta, quinta, sexta magnitudinis* pro diversa apparenti magnitudine, & luce. *Septima magnitudinis* dicuntur quae telescopiis tantum videntur; quum vero in his aliae aliis lucidiores sint, aliquando ulterius etiam dividuntur, & *septima, octava, nona magnitudinis* nuncupantur.

Hic, ut patet, apparentem dumtaxat stellarum magnitudinem consideramus: earum absoluta magnitudo prorsus ignota est. Fortasse quae minores apparent, re ipsa majores sunt, sed ratione distantiae apparens earum discus minuitur in duplicata ratione distantiarum. Quare si stella quadruplo a nobis distet, quam sibi proxima, remotior sexdecies minor apparebit, quam si ad proximae distantiam esset (919).

Nulla ratio probat aequalem, aut inaequalem stellarum magnitudinem. At figurae, & magnitudinis diversitas, quae in naturalibus corporibus observatur a planetis ad teredinem conijcere

re

re facit, inæquales esse stellas magnitudine, quæ totidem soles nostro majores, aut minores erunt.

Earum distantia.

1163. OBSERVATIO. Stellæ inter se comparatæ nobis ad sensum æque distare videntur: si nempe arcus duabus stellis interceptus hodie est graduum 10, semper eodem intervallo distare inter se videbuntur, demptis secundis aliquot: quæ levis differentia ab earum apparente aberrationis motu procedit, de quo infra. Arcus hic graduum 10 stellarum, quibus interfacet, distantiam absolutam non determinat; neque enim radii, quo a nobis distant, longitudinem novimus. Quod de *stellarum a tellure distantia* scimus est, illam immensam esse. Observatio, & suppositiones duæ aliquo pacto immensitatem hanc patefacient (*Fig. 5*).

I. Observatores duo ad duo terræ extrema alter in A, alter in B sub æquatore ad graduum 180 distantiam eodem instante eandem stellam observent, exempli causa, polarem P. Habebunt hi triangulum APB, cujus basis AB est major terræ diameter, leucarum scilicet ferme 3000, & cujus duo latera AP, CP illis ad sensum parallela videbuntur: quare angulus P erit veluti infinite parvus. Atqui ex trigonometria (*Math. 701*) constat, in hoc triangulo isoscele APB sinum anguli P esse ad basim AB, ut sinus anguli A, vel B est ad latus oppositum BP, vel AP, distantiam scilicet stellæ a tellure. Ergo basis AB leucarum ferme 3000 est veluti infinite parva, seu *punctum* lateribus AP, BP veluti infinite magnis comparata. Exempli causa, si angulus P esset duorum secundorum, esset latus AP, vel BP leucarum 535, 478, 197. At quum angulus P nulla comparatione minor sit angulo duorum

C. 4. se.

secundorum, jam latera AP , BP leucis 535 478, 197 immensum majora sunt (*Math.* 718).

Quo remotior erit stella P a tellure, seu a basi AB , eo minor fiet angulus P (916). At quum basis distantia a trianguli vertice immensa est, anguli P imminutio omnino insensibilis evadet. Hinc stellæ inæqualiter a terra distantes exquisitissimis instrumentis observatæ omnes æque distare videntur; nec ulla opticæ, aut geometriæ ope distantia hæc dignosci potest; quin non nisi conjectura, aut hypothese aliqua mens humana quidpiam in hac re statuere potest. Hujusmodi sunt sequentes hypotheses.

II. Notum est, lucis intensitatem decrescere in duplicata ratione distantiarum (898). Si ergo stellæ supponantur esse totidem soles magnitudine, & luce nostro ferme æquales, hæc analogia institui poterit: stellæ lucis intensitas est ad solaris lucis intensitatem, ut quadratum distantiae solis a terra (122), ad quadratum distantiae stellæ a terra. Tres primi termini aliquo pacto noti quartum dabunt, cujus radix quadrata immensam stellæ a terra distantiam exprimet.

III. Notum est, duorum æqualium objectorum distantiam esse in ratione inversa suarum apparentium diametrorum (918). Positis ergo stellis totidem solibus, altera analogia institui poterit; apparens stellæ diameter (quæ non nisi punctum lucens vel optimis telescopiis apparet) est ad apparentem solis diametrum, ut distantia solis a terra ad distantiam stellæ a terra. Tres primi termini noti quartum dabunt, cujus immensitas quæsitam distantiam exprimet.

IV. Hac theoria, ac præsertim theoria parallaxeos orbis annui (1340) celebris Abbas Caillius deprehendit, *stellas prima magnitudinis*, quas terræ omnium proximas censere debemus, *distare saltem supra leucas 2, 800, 000, 000, 000*. Verosimile est, *stellas sextæ, & septi-*

Theoria phaenomenorum caelestium. 37
primæ magnitudinis magis adhuc immensum a
terra distare.

Praesumptio contra telluris immobilitatem.

1164. OBSERVATIO. Si tellus est immobilis, evidens est, stellas omnes quotidie circa tellurem converti describentes curvam BAB , NKN , GDG , SRS , EFE , cujus radius TA sub æquatore est saltem leucarum 2, 800, 000, 000, 000. (Fig. 2)

Si velocitas stellarum in revolutione diurna in æquatore ABA calculo expendatur, quisque tellurem mobilem, stellas immobiles sibi persuadebit. Si enim stellarum velocitas constans supponatur illa, qua globus bellicus ex majori tormento in mœnia fertur (391), invenies, stellas terræ proximas in revolutione diurna insumere debere supra annos 11349000, dies vero supra 4, 142, 385, 000. Stellæ ergo, quæ diurnam revolutionem faciunt in æquatore, & terræ proximæ, ac omnium lentissimæ velocitate moveri deberent vicibus 4, 142, 385, 000, majore, quam globus bellicus in mœnia a tormento projectus.

Quid de velocitate tanta, quam ratio ejurat, dicamus, quum evidens sit, simplicem telluris circa suum axem conversionem ab occidente in orientem phaenomena omnia exhibere posse, quæ a diurna stellarum circa tellurem ab oriente in occidentem conversione repetuntur? Quænam vis centralis excogitari potest stellas determinans ad motum per curvam circa tellurem contra motus omnis naturam rectam affectantis? Qua ratione stellæ omnes quotidie circulos describentes aliæ majores BAB , aliæ minores NKN , GDG , SRS , EFE , arcus similes circulorum inæqualium eodem tempore percurrunt; & omnes diurnam revolutionem incipiunt, & complent horis omnino 23, 56', 4" ? Quæ præ-

38 *Theoria phenomenonum celestium.*

cipue ratione stellæ, quæ modo majorem circum-
lum B A B describunt, velocitatem imminuunt
ad minorem circumulum N K N transeunt; &
quæ modo minorem circumulum N K N percurrunt,
velocitatem augent ad majorem circumulum B A B
transeunt? Profecto si vera sit, non tantum
apparens hæc diurna stellarum revolutio, nihil
hactenus in motus theoria, ceteroqui tam evi-
denter demonstrata, profecimus. Quare quum ita
sit, de illusione jam suspicari incipiamus in o-
mnibus stellarum motibus; quum earum motus
simplicissimus, magisque conspicuus verus esse
nequeat, quin rationi adversetur, & omnes mo-
tus, & physicæ leges evertat.

Earum motus.

1165. OBSERVATIO. Plures motus seu ve-
ri, sive apparentes in stellis observantur, quos
noscere oportet, quosque de systemate Coperni-
cano agentes explicabimus. (fig. 2)

I. *Motus diurnus ab oriente in occidentem*, quo
singulæ circumulum æquatori parallelum circa a-
xem mundi P T M describere videntur horis fer-
me 24; seu accuratius horis 23, 56', 4" fer-
me: quo fit, ut stella α , quæ heri cum centro
solis per meridianum transit, hodie minu-
tis ferme 4 ante solem ad meridianum adveniat,
qui adhuc a meridiano distat ferme gradum u-
num; quo fit, ut hæc eadem stella ferme gra-
dum unum quotidie præcurrens, post tres men-
ses occidat sole ad meridianum adveniente; post
novem menses oriatur sole in meridiano existen-
te; post annum per meridianum transierit vici-
bus 366, quum sol tantum 365 per meridianum
transierit.

Idem stellis omnibus evenit, sive æquatorem
percurrant, sive tropicos, sive circulos polares,
sive alios circulos quosvis æquatori parallelos.
Mones earum diurnæ revolutiones sunt tempo-

ribus æqualibus tum in magnis parallelis ABA , tum in parvis GDG ; & omnes hæ revolutiones solari revolutione citius complentur minutis 3, & secundis ferme 56.

II. *Motus eclipticæ parallelus ab occidente in orientem* lentissimus, quo eclipticæ, seu circuli eclipticæ paralleli gradum percurrere videntur annis 71, & mensibus sex; totam vero eclipticam, aut circulum illi parallelum annis 25740. Est hæc *præcessio æquinotiorum* (1131) appellata; sive quod puncta æquinotialia nostrorum temporum antiqua præcedant; sive quod puncta æquinotialia antiqua recentiora præcedant in consequentia signorum. (fig. 7)

Hoc motu firmamenti circa axem eclipticæ DE , stella R magnam suam revolutionem peragit in ecliptica $RaSnR$: stella G magnam suam revolutionem peragit in circulo $G H G$ eclipticæ parallelo: polus ipse mundi P magnam suam revolutionem peragit in circulo Pqr/P adhuc eclipticæ parallelo. Idem dicas de aliquavis stella K , aut M . Singulæ annis 25740 circa axem eclipticæ convertuntur in circulo eclipticæ parallelo, cujus planum a terræ centro inæqualiter distat.

III. *Motus aberrationis*, quo stellæ aliquogradus secundo a vero loco, quem in cælis occupant, removentur. Motus hujus periodus anno ipso completur. Hoc motu, qui, ut præcedentes, tantum apparens est:

Primum stellæ C in plano eclipticæ positæ quotannis lineam, aut arcum describere videntur $g h$ secundorum ferme 40, procedentes a g in h in consequentia signorum mensibus sex, & ab h in g redeunt sex aliis mensibus in antecedentia signorum; nec nisi bis in anno in vero loco C apparentes.

Stellæ deinde, quæ sunt in ipsis eclipticæ polis D , E , quotannis circa verum ipsarum locum describere videntur circellum D , cujus diame-

ter

ter est ferme secundorum 40 ; procedentes & ipsæ mensibus sex in consequentia signorum, & sex aliis in antecedentia. Hæ nunquam in vero loco videntur : ab eo semper distant secundis ferme 20. (fig. 7)

Tandem quæ sunt inter eclipticam, & polos, puta, in v , videntur quotannis describere circa verum earum locum ellipsim 1, 2, 3, 1, cujus primus axis plano eclipticæ parallelus est ferme secundorum 40, & axis secundus eo minor est, quo stella est eclipticæ plano propinquior, & ab ejus polis remotior. Hæ nunquam in vero loco videntur, a quo modo magis, modo minus recedunt procedentes & ipsæ sex mensibus in consequentia signorum 1, 2, aliis sex in antecedentia 3, 2.

Alibi ostendemus, motum hunc aberrationis annuæ, qui sane singularis esset, si verus esset, quique vix a sæculo innotuit, esse tantum consuetarium motus annui telluris circa solem in plano eclipticæ. (1331)

IV. Quum sol noster circa proprium axem rotetur in centro mundi nostri planetarii diebus $25 \frac{1}{2}$ (1181) : probabile admodum est, stellas quoque *motu rotationis* agi circa proprium axem alias majori, alias minori celeritate ; unde illis figura eveniat a sphærica magis, minusque diversa. Hæc hypothesis sequenti phænomeno explicando aliquatenus inservit.

Stella quadam evanescentes.

1166. OBSERVATIO. Phænomenon, quod semper physicis mirabile visum fuit, est quarundam novarum stellarum *apparitio*, & quarundam veterum *evanescentia*.

I. In signo tauri sex stellæ sunt *plejades* nuncupatæ. Notum est, plejadas olim septem fuisse, quarum una prorsus evanuit.

II. Anno 1572 in Cassiopea nova stella apparuit,

fuit, quæ quatuor mensibus stellas primæ magnitudinis luce superabat, & subinde decrescens tandem post annos duos prorsus evanuit. Par phaenomenon in eadem cæli regione apparuerat annis 945, & 1264: fortasse tres hæ stellæ una, eademque sunt, quæ fortasse iterum apparebit post annos 120. (*)

III. Apparent quoque in aliis signis stellæ, quum lux certa periodo augeri, & minui videtur. Phaenomena hæc omnia ab eadem probabiliter causa sunt, quæ per plures jam annos observatores investigantes eludit, fortasse semper eludet. Interea en tibi de hac re conjecturas.

1167. EXPLICATIO. I. Num cum Neutono suspicari licet, stellas has alternis apparentes, & evanescentes, crescentes, & decrescentes, non esse soles undequaque lucidos, sed corpora mixta in uno hemisphærio lucida, in altero opaca? Quarenam natura, quæ nihil passim per saltum operatur, & ubique continuitatem affectare videtur a specie ad speciem transiens, ab animali ad vegetabile, ab hoc ad fossile (547, VIII.) eundem tenorem non serveverit in corporibus cælestibus, & a corporibus lucidis ad opaca per alia partim lucida, partim opaca non transferit?

In hac hypothesi, quæ nihil rectæ philosophandi rationi habet oppositum, soles hi mixti partim opaci, partim lucidi circa suum axem revoluti, ut sol, & planetæ nostri (1181) periodo varia, nobis visibiles erunt, quum nobis lucidum hemisphærium obvertent, deinde eo tempore nobis evanescent, quo hemisphærium opacum in revolutione telluri obversum fuerit.

Iidem hi soles mixti modo majores, modo minores nobis apparebunt pro majori, aut minori parte hemisphærii lucidi ad nos conversa: sicuti
pla-

(*) De hac stella vide, si lubet, *Bayerium Uranometr. Tab. 10.* Interpres.

planetæ nostri in quadraturis minus lucidi, & minores apparent, quam quum totus eorum discus illuminatus terræ obversus est.

1168. EXPLICATIO II. Si hæc hypothesi non adridet, supponamus cum illustri Maupertuisio, stellas has alternatim apparentes, & evanescentes esse soles fixos, uti noster est, celeriter circa proprium axem rotatos, & planetas circa eorum centrum revolutos illuminantes.

I. Celerrimus rotationis motus circa proprium axem (1182) soles hos plurimum ad polos comprimere debet, quæ depressio magis magisque augeri potest; illisque figuram inducere circulo potius, quam sphaeræ similem: lentis dioptricæ instar; quum enim partium motus nulla comparatione major sit ad æquatorem, quam ad polos; patet, partes omnes niti a centro recedere, sed multo, ac multo magis ad æquatorem, quam ad polos.

II. Evidens est quum hic sol ita in cælo locatus fuerit, ut axis sui æquatoris terram versus dirigatur, ingentem superficiem terræ obversurum; discumque lucidissimum, maximeque visibilem; quum vero sui æquatoris planum terræ obvertetur, non nisi multo, ac multo minorem superficiem oculo obiecturum lineæ instar, quæ insensibilis esse poterit ratione minimi anguli, quem subtendit. (921)

III. Planetæ, & cometæ, qui circa hunc solem convertuntur, nam converti possunt, quin ejus in cælum locum, & positionem identidem mutant? Non sane: sicuti enim sol hic astra illa errantia attrahit, & in suis curvis continet; ipse quoque ab illis attrahitur, & eorum modo majoribus, modo minoribus viribus attrahentibus obsequi debet.

Ut res quanta fieri potest simplicitate exhibeamus, fingamus solis hujus lenticularis æquatorem directum ad ingentem aliquem planetam, seu cometam, qui lente sæculi unius decursu cir-

circa ipsum convertatur. Patet, partem hujus æquatoris planetæ, aut cometæ proximam magis, quam partes ad centrum, aut ultra centrum, attractum iri (1420); atque æquatorem hunc magis hinc, quam inde attractum niti debere ad conversionem circa suum axem faciendam quo tempore circa ipsum planeta, aut cometa in sua orbita convertetur. Hinc sol iste & celerrime circa proprium æquatorem & lentissime circa suos polos conversus modo magis, modo minus æquatorem suum, seu majorem diffeum nobis obvertet; ut explicavimus.

Stationes solis, & stellarum.

1169. OBSERVATIO. Sol, & stellæ nullam sensibilem latitudinis mutationem subeunt (1152) at perpetuas subeunt declinationis mutationes (1153); hoc tamen discrimine, quod stellæ longissimum tempus postulant præ sole, ut data graduum, aut minutorum quantitate ad æquatorem accedant, aut ab eo recedant. Ut enim sol a puncto æquinoctii verni, ubi nihil declinat, ad solstitium æstivum transeat, ubi declinat ferme gradibus 23, 28' tribus tantum mensibus indiget: stellæ, ut hanc habeant declinationem annos postulant 6435. (1131).

At vero quamvis sol a solstitio ad proximum æquinoctium pergens magis in dies declinet, nonnulli tamen dies sunt, quibus declinationis augmentum, aut decrementum est insensibile, & veluti respectu æquatoris *stationarius* est. Idem quoque in stellis contingit: nonnullis sæculis *stationaria* sunt in circumstantiis iisdem, in quibus sol diebus aliquot stationarius est; ut modo explicabimus.

1170. LEMMA. Quum circuli duo, ut æquator A T B, & ecliptica R T S se in centrīs T secant (fig. 7)

I. Patet, eorum arcus A a f a communi inter-

terseccione nTa usque ad gradus 90 magis invicem divaricari: in gradu nonagesimo non amplius divaricari, sed subinde magis invicem accedere.

II. Patet, prope puncta interseccionis arcus analogos ad , ac esse lineas duas divergentes: corpus ergo, quod percurrat arcum ad gradus unius, aut alterius, recedet ab alio circulo quantitate dc .

III. Patet quoque, ad gradus 90 ab eorum interseccione arcus analogos mAm , mSm singulos unius, aut alterius gradus esse lineas ad sensum parallelas. Si chartæ duæ circulares invicem decussentur in centro sub angulo graduum 20, aut 25, sensibilis hic parallelismus ad gradus 88, 30', ad 90 apparebit.

Solis stationes.

1171. EXPLICATIO I. Annuam solis revolutionem in ecliptica primum observemus: ab ejus motu stellarum motus, ab ejus notis stationibus, quid stellarum stationes sint aptius intellegemus. (fig. 7)

Sol in æquinoctio verno a non declinat; ejus enim centrum est in plano æquatoris, ubi nullam declinationem subit. At ab hoc æquinoctio ad solstitium æstivum S magis magisque ab æquatore ABA recedit; & in dies declinat magis in boream usque in S , ubi gradibus ferme 23, 28' declinat. At declinatio hæc non æquali quantitate in dies crescit. In primis gradibus ad declinatio magna est; in intermediis dm minori in ratione crescit: in postremis mSm intensilis est, ac veluti nulla. Exempli causa.

I. Quum sol duobus ferme diebus primos duos eclipticæ gradus ad percurrit, ab æquatore recedit quantitate dc ; analogi enim horum circulorum arcus dac divergunt rota quantitate dc .

II. Quum sol tribus mensibus post percurrit
ecli-

Theoria phenomenon celestium. 65

eclipticæ mSm gradum nonagesimum, & nonagesimum primum, ab æquatore ad sensum non recedit: duo enim arcus analogi mSm , mAm non divergunt, sed sunt ad sensum paralleli. Idem parallelismus habetur sole existente in R inter eclipticæ gradum 269, & 271.

Hinc *solis stationes ad puncta solstitialia*, ad gradus scilicet longitudinis 90, & 270. Sunt hi dies solstitorum. Uno, aut altero die ante, & post solstitia sol eandem ad sensum declinationem, seu ab æquatore distantiam habet. Arcus AS , vel BR hujus declinationis mensura idem ad sensum est, graduum scilicet 23, 28' ferme, si ve in puncto solstitiali, si ve in gradu uno citra aut ultra hoc punctum observetur.

Stellarum stationes.

1172. EXPLICATIO II. Age vero magnam modo stellarum revolutionem circa eclipticæ axem DTB ab occidente in orientem consideremus, quæ annis tantum 25740 completur (1137) & quæ solari revolutione cui tamen similis est, vicibus 25740 lentior est. Stellæ, ut sol, & diurnam in circulo æquatori parallelo, & magnam illam revolutionem in circulo peragunt eclipticæ parallelo.

I. Sit primo stella quævis in plano eclipticæ. Stella a , quæ modo in eclipticæ plano est ad punctum æquinoctii verni, nullam habet declinationem, quum sit in plano æquatoris; nec longitudinem habet, quum in primo arietis puncto sit.

Stella hæc ab a in S tendens ratione magnæ suæ revolutionis circa eclipticæ axem DTB arcum ad gradus unius percurrit annis $70\frac{1}{2}$, & a plano æquatoris recedit quantitate dc , quæ est ejus declinatio: arcus enim analogi ad , ac eclipticæ, & æquatoris divergunt. Stella hæc annis 70 eam tantum obtinet declinationem, quam sol unico die.

Quum

Quum stella a erit in mSm inter gradus longitudinis 89 , & 91 , annis 143 percurrent gradus duos eclipticæ ab æquatore AB toto hoc tempore ad sensum non declinans; arcus enim analogi mSm , mAm eclipticæ, & æquatoris sunt ad sensum paralleli (1170). Idem stellæ huic contingit in R . Hinc *diuturna stella hujus statio*, quæ *stellistitium* dici posset, ad gradus 90 , & 270 longitudinis: stellistitium solstitio vicibus 25740 diuturnius.

II. Sit modo alia quævis stella K extra planum eclipticæ in circulo latitudinis per primum arietis punctum transeunte: longitudinem nullam habebit; & diurnas revolutiones peraget in parallelo TST , a quo ejus ab æquatore declinatio habetur. Porro hæc declinatio magis magisque augebitur a puncto K , ubi nullam habet longitudinem, usque ad H , ubi habebit longitudinis gradus 90 .

Quum stella hæc primos sui eclipticæ paralleli gradus Kd percurrit, declinationem non parum auget; arcus enim analogi paralleli eclipticæ, & paralleli æquatori Kd , Kc sunt divergentes. At vero quum arcum mHm percurrit graduum duorum, vel trium, declinationem ad sensum non immutat; arcus enim analogi mHm , mAm sunt ad sensum paralleli. Idem huic stellæ in G continget.

Eadem theoria stellæ cuiusvis accommodari potest ejus eclipticæ parallelum cum ejus æquatori parallelo comparando. Omnes eodem modo stationariæ sunt ad gradus 91 , & 270 longitudinis. Hinc apparet, stellas has esse puncta in cælo fixa, quibus utamur ad observationes longum tempus complectentes comparandas.

Lux Zodiacalis.

1173. DEFINITIO. *Lux zodiacalis* est splendor, sive albor sæpius viæ lacteæ alboris similis,

lis, qui stans anni temporibus ante solis ortum aut post occasum apparet lanceæ, aut fusi formæ secus zodiacum, in quo semper cuspide, & axe continetur, basi vero horizonti oblique insistent.

Phænomenon hoc a celebri Cassino detectum, atque descriptum ingenioso Mairano speculandi argumentum dedit, qui magna verisimilitudine arbitratur, esse ipsam solis atmosphæram valde ad astri hujus polos compressam, ad æquatorem vero admodum elongatam. Huic auctori est illa materia maxime fluida per se lucens, aut fortasse a solis radiis tantum illustrata, quem anuli lenticularis figura complectitur. Anulus hic fusi formæ apparet, cujus apices angulum comprehendunt graduum modo 26, modo 45, modo 100, pro magis directa, aut obliqua respectu nostrum positione. (919)



§. II.

PLANETÆ IN GENERE.

1174. OBSERVATIO. Circa solem in centro mundi nostri planetarii immobilem sex primarii planeta ad varias ab illo distantias convertuntur. (Fig. 4)

Eorum nomina, ordo, & notæ sunt hujusmodi. Mercurius ☿, Venus ♀, Tellus ♂, Mars ♂, Jupiter ♃, Saturnus ♄. Curva a quovis planeta circa solem tamquam sui motus centrum descripta non est circulus, sed ellipsis. (1276)

Inter planetas primarios tres sunt, qui planetas secundarios habent, nempe Tellus, quæ lunam habet, Jupiter, qui quatuor satellites, seu lunas habet, & Saturnus, qui quinque satellites, aut lunas habet. Planetæ secundarii circa primarium tamquam sui motus centrum conver-

tunt.

tuntur, dum primarius ipse circa solem convertitur. Centrum motus secundariorum perpetuo locum mutat; primarius enim circa solem conversus secundarium secum trahit. Curva, quam secundarii circa primum describunt, ipsa quoque ellipsis est. Quum curva primariorum planetarum circa solem, & secundariorum circa primarios sit ellipsis; operæ pretium est hujus curvæ hic notionem addere, quæ in parte mathematica amplius dignosci poterit. (*Math.* 749, 765)

Eorum curva.

1176. DESCRIPTIO. Sit in plano indefinito (*fig.* 23) recta indefinita TE, in qua capiantur arbitrio puncta duo R, S: his alligentur extremitates filii quantumvis longi. Hæmatites filum semper æque tendat, & plano perpendicularis convertatur circa puncta R, S. Curva TCEGT ab hæmatite descripta est *ellipsis*. (*Math.* 756), atque hæc curva est, quam planetæ omnes circa solem S describunt. (1276)

I. *Axis primus* dicitur maxima diameter TE, quæ in hac curva duci possit; *axis secundus* maxima diameter CG, quæ ad medium primum axem perpendicularis duci possit.

II. *Foci* dicuntur puncta duo R, S in axe primo: *centrum* punctum O in axe primo a focis æque distans: *excentricitas* distantia RO, vel SO inter alterutrum focus, & centrum.

III. Posito sole, seu centro motus in alterutro foco, puta S, *absides* dicuntur puncta, alterum omnium proximum foco S, alterum ab hoc foco omnium remotissimum: *absis superior* punctum remotissimum T: *absis inferior* punctum proximum E: *linea absidum* axis primus ad absides terminatus: *distantia media* punctum C, aut G æque a duobus focis, & absidibus distans.

1176. COROLLARIUM. Ex ellipsis constru-

structione patet, duarum linearum quarumcumque a focus ad punctum quodvis peripheriæ duarum summam semper esse primo axi æqualem: est enim summa hæc semper filo æque tenso æqualis. Ergo $CR + CS = TE$; item $DR + DS = TE$, vel RCS ; item $RIS = TE$, vel RDS .

Patet quoque ex constructione, differentiam inter axem primum TE , & secundum CG esse posse infinite variam pro diversa focorum R, S inter se distantia: quare & excentricitas infinitum variari potest. In ellipsi a planetis descripta excentricitas exigua est, in descripta a cometis circa solem multo maxima.

Eorum revolutio diurna.

1177. OBSERVATIO. Planetæ, ut & stellæ, quotidie circa tellurem converti videntur ab oriente in occidentem in circulo æquatori parallelo; hoc duplici discrimine.

I. Parallelus, in quo stella quævis diurnam revolutionem peragit, diutius idem ad sensum est: parallelus vero, in quo planeta quivis diurnam suam revolutionem peragit, mutari dignoscitur paucis diebus; quum modo cum æquatore concurrat, modo citra, modo ultra æquatorem sit.

II. Stellæ motu ad sensum uniformi semper diurnas revolutiones complent: planetæ modo eodem tempore, quo stellæ, modo longiore, modo brevior convertuntur.

Eorum revolutio annua.

1178. OBSERVATIO. Præter motum diurnum, qui tantum apparens est, planetæ primarii motum habent verum, & permanentem modo magis, modo minus acceleratum, quo perpetuo ab occidente in orientem feruntur in consequentia signorum circa solem, & in plano zodiaci. Hoc motu

motu cujusque primarii planetæ centrum circa solem intra zodiaci fines peculiarem curvam describit, quæ non nisi circulus, aut ellipsis esse potest, at circulus non est (Fig. 4, & 2).

I. *Revolutio annua* planetæ dicitur curva, quam ejus centrum ab immobili sole visum describit in plano zodiaci, numerando ab hujus curvæ puncto, in quo planeta e sole visus cum data stella quavis concurrit, donec planeta ad idem suæ curvæ punctum, sive ad eandem stellam redeat. Revolutio hæc quo ad tellurem revolutionem sideream refert, quæ facile ad tropicam adduci potest (1137).

III. *Tempus periodicum* planetæ illud dicitur, quod in annua circa solem revolutione insumit, a dato in curva puncto numerando ad reditum usque ad idem punctum. Curva hæc, in qua centrum planetæ convertitur, dicitur *trajectoria*. Tempora periodica cujusque planetæ solitarii eadem semper sunt, sed in diversis planetis diversa sunt, ut quamprimum dicemus.

III. *Sex curva* planetarum primariorum a terra, aut a sole visæ intra zodiaci fines omnes continentur: & ecliptica tantum, seu curva telluris est zodiano parallela, quem bifariam dividit. Ceteræ omnes, Mercurii, Veneris, Martis, Jovis, Saturni eclipticam bifariam, & oblique secant sub diversis angulis, quos quamprimum definiemus.

IV. *Nodi planeta* dicuntur puncta duo, in quibus ejus curva eclipticam secat: *nodus ascendens* eclipticæ punctum, in quo planeta ab australi latitudine ad borealem transit: *nodus descendens* eclipticæ punctum, in quo planeta a boreali ad australem latitudinem transit. In nodis nulla est planetæ latitudo (1152).

Eorum tempora periodica, & velocitas media.

1179. OBSERVATIO I. *Tempus periodicum* pla-

Theoria phaenomenorum caelestium. 71
 planetarum longitudine diversum est pro diversa planetæ a sole sui veri motus centro distantia.

I. Juxta Caillium tempus periodicum cujusque planetæ, seu dies, horæ, minuta, secunda, quibus totam curvam, seu trajectoriam suam percurrit, est hujusmodi.

Planeta. Dies. Horæ. Minuta. Secunda. Ferae

Merc.	87	23	15	30 = 3 mens
Venus	229	16	48	20 = $8\frac{1}{3}$ mens.
Tellus	365	6	8	58 = 1 annus
Mars	686	23	30	30 = 2 anni
Jupiter	4332	12		= 12 anni
Satur.	10759	8		= 30 anni

Keplerus, Cassinus, Neutonus, Hirius, & alii plærique astronomi tempora hæc periodica æque definierunt, minima quidem varietate, adeoque negligenda.

II. *Vera, & absoluta* planetarum velocitas in orbita in dies varia fit exigua quantitate ordinatim crescente, & decrescente in quavis revolutione circa solem: alibi phaenomeni causam indicabimus (1275). Vera hæc, & absoluta planetarum velocitas mediam obtinet magnitudinem inter aphelia, & perihelia: dicitur hæc *velocitas media planetarum*.

III. Media hæc planetarum velocitas vera, & absoluta, (seu spatium, quod planeta eodem tempore, puta die uno, percurrit), major est in planetis minus a sole distantibus. Observationibus, & astronomicis inductionibus constat, mediam planetarum velocitatem esse in subduplicata inversa ratione suarum distantiarum a sole; exempli gratia numerum leucarum, quas uno die Mercurius percurrit, esse ad eum, quem uno die percurrit Mars, ut radix quadrata e distantia mediæ Martis a sole ad radicem qua-

72 *Theoria phenomenon celestium.*
 quadratam distantiae mediae mercurii a sole:
 (1301).

Porro singulari hac proportionem Mercurius Veneri, Venus Telluri, Tellus Marti, Mars Jovi, Jupiter Saturno omnium lentissimo celerius vero motu procedunt.

Suarum orbitarum inclinatio.

1180. OBSERVATIO. Planetæ cujusvis orbita, seu *trajectoria* diverso modo est eclipticæ inclinata, sive sub diversis angulis eclipticam secat, quos hic Caillium sequentes indicabimus. Orbita Mercurii est omnium maxime inclinata: orbita Jovis omnium minime eclipticæ inclinata. Omnium orbitarum planum per centrum solis transit, quod omnium periodicarum revolutionum centrum commune est: alibi hanc orbitam non circularem, sed ellipticam esse ostendemus (1276).

<i>Inclinatio.</i>	<i>Gradus.</i>	<i>Minuta.</i>	<i>Secunda</i>
Saturni	2	30	36
Jovis	1	19	30
Martis	1	50	54
Telluris	0	0	0
Veneris	3	23	20
Mercurii	7	0	0

Eorum motus rotationis.

1181. OBSERVATIO. Planetæ primarii, ut & tellus, motus duos veros, & permanentes habent, alterum *revolutionis* circa solem, & alterum *rotationis* circa proprium centrum. Sol ipse, qui motum revolutionis non habet, motum habet rotationis, quo circa suum axem diebus $25 \frac{1}{2}$ convertitur, Motus hic in sole, & planetis nobis innotescit ex maculis, quas in
 iis

iis deprehendimus, & quarum motus observatur. Exempli gratia (*Fig. 4*).

I. Si planetæ magis conspicui exquisitis telescopiis observentur, loca in iis apparebunt ceteris obscuriora, quæ *macula* dicuntur: hæ apparebunt locum mutare, ab uno ad alium planetæ limbum progredi, post planetam occultari, deinde iterum ad primum limbum regredi, & eandem semper in planetæ disco positionem servare. Hinc inferemus, maculas has ipsi planetæ adhærere; qui, ut tellus, eodem tempore duobus motibus veris, & permanentibus cietur, brevior altero, quo circa proprium axem convertitur, diuturnior altero, quo circa solem agitur. Primus *planeta diem* efficit, seu tempus metitur, quo observatori planeticolæ videbitur firmamentum circa planetam suam converti. Alter *planeta annum* efficit, seu tempus metitur, quo sol in centro mundi planetarii immobilis eidem observatori videtur per zodiacum converti in curva a planeta descripta. Est hoc hujus planetæ tempus periodicum (931, 932).

II. Si *macularum naturam* investigemus, patet, nihil eas esse, nisi partes superficiei planetæ minus aptas solis lucem reflectere. Exempli causa: facile concipies, tellurem a sole, aut a luna visam apparituram maculis distinctam ea ratione, qua orbis partes in globo artificiali descriptæ sunt: maria, quum omnem ferme lucem ebibant, visum iri ingentes tractus obscuros; insulas, & scopulos puncta lucida, ingentes terras spatia magna lucida obscuris commixta ubi lacus, aut silvæ sint, partibus magis splendentibus distincta ubi terræ albicantes sint, scopuli, montes nivales. Maculæ hæ a sole visæ nobis circa terram converti viderentur eo ipso tempore, quo terra circa suum axem convertitur.

III. Sol, ut planetæ, suas maculas habet,
Phys. Tom. IV. D quæ

74 *Theoria phaenomenorum caelestium.*

quæ successive circa hoc astrum convertuntur diebus $25 \frac{1}{2}$. Tempus est hoc, quo sol circa suum axem convertitur. Ex ejusdem Caillii observationibus motus rotationis hisce temporibus completur.

diebus, horis, minutis, secundis.

In Sole	25	12	0	0
In Jove		9	56	0
In Marte		24	40	0
In Tellure		23	56	4 (1324).
In Venere		23	20	0
In Luna	27	7	43	5

Saturni distantia, & exigua lux, Mercurii parvitas, & magna soli propinquitas in iis maculas detegere non siverunt, adeoque nec rotationis tempus definire. Analogia tamen, hi quoque planetæ circa axem suum rotari censi possunt. Luna quoque motum rotationis circa suum axem habet, de quo alibi (1243).

1182. COROLLARIUM. *Sol, & planeta ad polos compressi, ad æquatorem elati esse debent.*

EXPLICATIO. In sole, & in planetis poli sunt superficiei puncta duo, circa quos rotantur: *axis* est recta per polos, & centrum ducta: *æquator* est circulus axi perpendicularis per centrum transiens (494).

Quum sol, & planetæ motum rotationis habeant circa axem, ut tellus, patet, eos, non secus ac tellurem (1373) depressos esse debere ad polos, ad æquatorem elatos: in se enim, licet diverso gradu, eandem causam habent, unde oritur hæc depressio ad polos, & ad æquatorem intumescencia in tellure, nempe circa axem revolutionem.

In Jove planetarum maximo, & in quo rotationis motus celerrimus est hæc depressio ad polos, & intumescencia ad æquatorem maxime con-

con-

conspiciuntur sunt. Ex magis accuratis observationibus sui æquatoris diameter duodecima parte major est axe per polos transeunte. In aliis planetis depressio non discernitur: sicuti telluris depressio non discerneretur si a planetis conspiceretur.

Eorum directiones, stationes, regressus.

1183. OBSERVATIO. Planetæ omnes motum verum, & permanentem habent circa solem ab occidente in orientem, quo zodiacum percurrunt, Saturnus annis 30, Jupiter annis 12, Mars annis 2, Terra seu Sol anno uno, Venus mensibus $8\frac{1}{3}$, Mercurius mensibus 3 (1179). Si tellus in universi centro immobilis esset omnium harum revolutionum centrum; quo tempore sol quotidie unum ferme eclipticæ gradum percurrit, Saturnus trigesimam gradus partem in zodiaco percurrere deberet, Jupiter duodecimam, Mars dimidiam, Venus gradum cum dimidio, Mercurius gradus quatuor (Fig. 2).

At non ita se res habet: planetæ non videntur constanter in zodiaco progredi in consequentia signorum, ut eorum periodica revolutio postulat. Quodam tempore in zodiaco progredi videntur supra quam eorum motus postulet: alio tempore stare videntur: alio tandem tempore regredi videntur, seu in zodiaco moveri directione periodicæ eorum revolutioni opposita. Exempli causa, si duobus annis quotidie transitus Martis per meridianum observetur, a quo quotidie recedere deberet magis, magisque in orientem progrediens, inveniemus,

I. Aliquo tempore Martem, & datam stellam simul ad meridianum advenire. Tunc planeta *stationarius* est; neque enim progredi, aut regredi in zodiaco videtur. Ejus motus revolutionis annuæ in zodiaco in consequentia signorum

rum ab occidente in orientem aliquot diebus cessare videtur.

II. Alio aliquo tempore, diebus aliquot post stationes Martem quotidie ad meridianum pervenire citius, & breviori tempore, quam datam stellam. Tunc planeta est *retrogradus*; videtur enim motum habere motui suæ revolutionis annuæ oppositum, a quo quotidie magis in occidentem in antecedentia signorum per zodiacum abripiatur.

III. Alio tempore, sex, aut septem mensibus post stationes, Martem, & datam stellam, cui in cælo conjunctus videtur, non amplius simul ad meridianum appellere: Mars quotidie serius ad meridianum pervenit. Tunc planeta est *directus*: quotidie enim in zodiaco progreditur in consequentia signorum ab occidente in orientem tantundem, aut magis quoque, quam postulet ejus in zodiaco annua revolutio. Ejus motus annuæ revolutionis non jam ut antea suspensus, imo supra quam postulet auctus videtur.

Eædem stationes, progressus iidem, & regressus videbuntur in Saturno, Jove, Venere, & Mercurio, at aliquo discrimine, cujus ratio reddetur quum hoc phænomenon explicabitur adeo absurdum in hypothesi terræ immobilis, adeo simplex, & naturæ conforme in hypothesi copernicana (1316).

Eorum perihelium, & aphelium.

1134. OBSERVATIO. Si planetæ in annua revolutione circa solem circulum describerent, cujus sol centrum esset, semper ab ipso æque distarent: nec aphelium haberent, nec perihelium. Verum observationibus constat, ipsos in ellipsi converti, cujus focus unum occupat sol: debent ergo modo esse perihelii, seu soli propin-

pinquiores, modo aphelii, seu a sole remotiores. Sit ellipsis T C E G T ab annua planetæ alicujus T revolutione descripta circa solem S, qui unum ex focusellipteos S immotus occupat. In hac curva (Fig. 25).

I. *Perihelium* dicitur punctum E, in quo planeta est maxime soli propinquus. Quare planeta in E est perihelium.

II. *Aphelium* dicitur punctum T, in quo planeta est a sole remotissimus. Quare planeta in T est aphelium.

III. *Planeta excentricitas* dicitur dimidia differentia inter maximam, & minimam a sole distantiam: hujus mensura est pars axis primi duobus focus R, S intercepta. Exempli causa: R O, vel S O est planetæ T excentricitas.

1185. COROLLARIUM. Apparet jam, distantiam cujusque planeta a sole perpetuo augeri, & minui in tota sua periodica revolutione circa solem, qui semper in plano elliptico est, sed extra centrum in alterutro focorum (fig. 23).

Distantia hæc minuitur ab aphelio T ad perihelium E: crescit a perihelio ad aphelium: media est in C, & G ad æqualem a perihelio, & aphelio distantiam. Quamobrem maxima distantia planetæ T est in T, minima in E, media in C, & G. In quavis periodica revolutione planeta bis est in sua distantia media, quæ dimidio axi primo æqualis est.

Quum de planetarum distantiiis a sole sermo est, semper distantia mediæ intelliguntur, nisi maxima, aut minima aperte indicetur.

Eorum distantia media.

1186. OBSERVATIO. Sex ellipses, seu trajectoriæ planetarum primariorum etsi inter se non parallelæ (1180), omnes ab occidente in orientem in zodiaco circa solem convertuntur, qui immotus in plano est, & in communi foco omnium ellipsium (Fig. 23).

Curvæ hæ ellipticæ omnes ad diversas a sole distantias excentricitatem diversam habent: aliæ magis, aliæ minus a circulari figura distant. Exempli causa, curva Veneris minimum excentrica est: ejus axis primus TE parum ab axe secundo CG differt. Contra vero curva Mercurii multo magis, proportionē habita, excentrica est: ejus axis primus TE a secundo CG admodum differt. Curva Veneris magis ad circulum accedit: curva Mercurii hinc compressa, illinc elongata multo magis a circulo distat.

Ex Caillio subiicio sex planetarum ellipsium dimensiones telluris ellipseos axi comparatas, quique in partes æquales 20000 divisus supponitur.

Dimensiones orbitæ	Axis primus	Axis secundus	Excentricitas	Distantia media
Mercurii	7742	7570	810	3872
Veneris	14466	14465	52	7233
Telluris	20000	19997	168	10000
Martis	30474	30342	1415	15203
Jovis	104020	103899	2505	51980
Saturni	190758	190448	5430	95302

1187. **NOTA I.** Ope parallaxeos solis inventa est ejus a tellure distantia, seu telluris a sole distantia (1221). Hinc ex secunda lege Kepleri ceterorum planetarum a sole distantia definita fuit (1263). Hinc ortæ cognitiones omnes distantiarum planetarum a sole omnium revolutionum centro (Fig. 4).

I. Orbitarum seu planetarum dimensiones passim partibus proportionalibus designantur; sive ad majorem calculi simplicitatem; sive quia non satis accurate constat telluris a sole distantia, cui ceteræ omnes comparandæ sunt.

II. Quum sex orbitarum dimensiones in partibus proportionalibus innotescunt supra indicatis,

Theoria phaenomenorum caelestium. 79
 tis, facile est easdem dimensiones in partibus absolutis, puta, in leucis habere. Ex parallaxi enim solis invenitur *distantia media telluris a sole*, quæ tercenties centena leucarum millia ferme continet, quæque bis-sumpta axem primum orbitæ terrestris æquat. Hic axis ergo omnium orbitalium communis mensura, seu terminus comparationis continet sexcenties centena leucarum millia.

Quum axis hic supponatur partium 20000, ut cujusque ex his partibus habeatur valor absolutus leucæ 60000000 per 20000 dividendæ sunt. Quotiens erit leucarum 3000. Quælibet enim ex his 20000 partibus valet leucas ferme 3000. Poterit ergo in leucis proxime haberi cujusque planetæ *distantia media* a sole, datam in partibus proportionalibus distantiam in leucas 3000 ducendo; ut infra.

<i>Distantia Media</i>	<i>In partibus proportionalibus</i>	<i>In leucis quæ singula continent hexapedas</i>
Mercurii	3872	11616000
Veneris	7133	22699000
Telluris	10000	30000000
Martis	25203	45609000
Jovis	51980	155940000
Saturni	95302	285906000

III. Si *distantia media* telluris leucis 30000000 major, aut minor sit (1221), majores, aut minores assumptæ leucæ assumendæ erunt. Exempli gratia, si distantia hæc media telluris a sole sit leucarum 28,000,000, quarum singulæ constant hexapedis 2287, leucæ a nobis indicatæ constabunt tantum singulæ hexapedis 2140. Si illa distantia media sit leucarum 34,500,000, leucæ assumendæ hexapedas 2645 singulæ continebunt.

IV. Data planetæ *distantia media*, & excentri-

D 4

tri-

tricitate, facile maxima, & minima distantia invenitur (fig. 23).

Siquidem distantia media CS, vel GS dimidio axi primo TOE æqualis est. Est ergo distantia media ipsi EO, vel TO æqualis: ergo minima distantia æqualis est distantiae mediae dempta excentricitate SO: ergo maxima distantia æqualis est distantiae mediae addita excentricitate SO. Ut ergo habeatur maxima distantia excentricitas distantiae mediae addenda est; ut habeatur minima, excentricitas a distantia media est subducenda.

1188. NOTA II. Quum sæpius hæ distantia media planetarum in supputationibus occurrant, operæ pretium est eas ad minimos terminos adducere, proportionaliter per 1000 dividendo. Tunc nova erit ipsarum ratio, sive eadem minimis terminis expressa: scilicet.

Mercurii = $3 + \frac{4}{5}$, & paulo plus.
 Veneris = $7 + \frac{1}{2}$ & paulo plus.
 Telluris = 10
 Martis = $15 + \frac{1}{2}$ ferme
 Jovis = 52, & paulo minus
 Saturni = $95 + \frac{1}{2}$, & paulo plus.

Eorum apogæum, & perigæum,

1189. OBSERVATIO. Circa solem immotum in communi orbitarum omnium ellipticarum foco (fig. 4.) ab occidente in orientem convertuntur in plano zodiaci orbes sex opaci; primo scilicet *Mercurius* in ellipsi *m a m*, dein a sole remotior *Venus* in ellipsi *V X V*; dein *Tellus* cum sua luna in ellipsi *T B D A*; tum *Mars* in ellipsi *M N M*; tum *Jupiter* cum quatuor suis satellitibus in ellipsi *I K I*; tandem omnium remotissimus *Saturnus* cum quinque suis satellitibus in ellipsi *S Z S*.

Quum tellus citius remotioribus a sole planetis,

netis, serius soli propinquioribus revolutionem suam compleat (1179); debet ipsa modo his planetis accedere, modo ab illis recedere, qui proinde modo perigei sunt, modo apogei (*).

I. *Planeta perigeus* est quum terræ maxime propinquus est. Exempli gratia, quum Saturnus est in S, & tellus in T, Saturnus est perigeus. Ita si tellus sit in T, Mercurius in a, erit Mercurius perigeus. Pari modo quum tellus erit in A, & Venus in X, Venus erit perigea (fig. 4).

II. *Planeta apogeus* est, quum a terra maxime distat. Exempli causa, posita tellure in D, & Saturno in S, Saturnus erit apogeus in S, dum Jupiter erit perigeus in I.

III. Positis punctis F, f focus ellipsium, & sole in F extra omnium ellipsium centrum C, sol erit *perigeus* quum tellus erit in T; erit *apogeus*, quum tellus erit in D. Solis perigea, & apogea eo ipso tempore habentur, quo tellus perihelia est, & aphelia, quum scilicet in superiore, & in inferiore abside versatur. (1175)

Eorum magnitudo absoluta, & respectiva.

1190. OBSERVATIO. Planetæ magnitudine inter se differunt. Mercurius omnium minimus est, Jupiter omnium maximus primariorum: Terra, & Venus ferme æquales sunt. Notum est, ad sphaeræ soliditatem cognoscendam satis esse ejus diametrum novisse. (Math. 577; 605)

Alibi ostendemus qua ratione planetarum diameter dignosci possit (1226): interea harum dia-

(*) ETYMOLOGIA. *Perihelium*, *perigeum*: α περί, prope, circum, & ήλιος sol, & γη terra. *Aphelium*, *apogeum*: $\alpha\beta$ από, longe, ab, & ήλιος sol, & γη, terra.

82 *Theoria phaenomenorum caelestium.*

diametrorum mensuras, & proportiones exhibebimus, quales ex astronomicis observationibus eas tradit illustris Maupertuisius, fractionibus neglectis. Solis diameter, quæ ut terminus comparationis assumitur, divisus supponitur in 3000 partes æquales, quarum quælibet est tertia diametri terrestris pars, seu leucas communes mille continet (1225). Lunæ diameter est quarta pars terrestris diametri. His rationibus observatione inventis, habemus

	<i>in partibus aequalibus. in leucis hexapedarum</i>		
Diameter Solis	= 300	= 300000	
Mercurii	= 1	= 1000	2180,
Veneris	= 3	= 3000	vel
Telluris	= 3	= 3000	2287
Luna	= $\frac{1}{4}$	= 750	
Martis	= $1 + \frac{13}{17}$	= 1662	
Jovis	= $33 + \frac{1}{2}$	= 33333	
Saturni	= $27 + \frac{1}{4}$	= 27250	

II. Si modo horum orbium soliditates invicem comparentur sumpta tellure tamquam termino comparationis, & supposita ejus soliditate = 1, sequentes proportionales invenientur, quæ etsi fortasse non omnino accuratæ, eam tamen omnem obtinent certitudinem, quæ hac in re haberi possit: sunt hæcubi diametrorum (*Math.* 622); quæ non nisi ex datis diametris errori subesse possunt. Quare diametris ad cubos elevatis, hisque per 27 divisus, ut telluris cubus ad unitatem redigatur erit soliditas

Tel.

Telluris	=	1
Lunæ	=	$\frac{1}{64}$
Mercurii	=	$\frac{1}{27}$
Veneris	=	1
Martis ferme	=	$\frac{3}{9}$
Jovis	=	1331
Saturni	=	730
Solis	=	10000000

Vides hic, soliditatis nomine triplicem tantum orbium dimensionem intelligi, non materiæ densitatem, quæ probabiliter in omnibus diversæ est, nec dignosci a nobis potest.

Eorum opposito, & conjunctio.

1191. OBSERVATIO. Planetæ duo, puta Mars, & Jupiter, e terra visi dum circa solem convertuntur, successive in diversis zodiaci punctis apparent: modo in eodem circulo latitudinis per eclipticæ polos transeunte; & tunc sunt *in conjunctio*ne; modo in circulis latitudinis invicem distantibus eclipticæ gradus 180: & tunc sunt *in oppositio*ne; modo in circulis latitudinis invicem distantibus gradus 90; & tunc sunt *in quadratura*; modo in circulis invicem distantibus citra, aut ultra gradus 90, vel 180, & tunc *oppositi sunt illa quantitate*, puta signis 4, & gradibus 13, vel signis 10, gradibus 17, minutis 40. Quamobrem

I. *Conjunctio* dicitur duorum astrorum aspectus, quæ e terra visa in eodem apparent circulo latitudinis, & eandem habent longitudinem (1551): sive ambo in eodem cæli puncto appareant, sive in duobus diversis, quorum alterum altero magis boreale sit.

II. *Oppositio* dicitur duorum astrorum aspectus visorum in circulis latitudinis invicem distantibus

bus eclipticæ gradibus 180. Generatim conjunctio, & oppositio dicuntur quoque *syzygia*: & astrum dicitur esse in syzygiis quum est in conjunctione, aut in oppositione.

III. *Quadratura* dicitur aspectus duorum astrorum visorum induobus circulis latitudinis quartam eclipticæ partem, seu gradus 90 distantibus.

In oppositione tellus astris interjacet: in conjunctione astrum telluri, & astro remotiori interjacet: in quadraturis lineæ duæ a tellure ad astra ductæ angulum rectum efficiunt gradus 90 in cælo complectentem. (*fig. 4*)

1192. *NOTA*. Inter planetas primarios tres sunt, Mars, Jupiter, Saturnus, qui semper magis tellure a sole distant; seu quorum orbita telluris orbitam complectitur: hi *planeta superiores* dicuntur. Duo sunt Venus, & Mercurius, qui tellurē soli propinquiores semper sunt; seu quorum orbita telluris orbita complectitur: hi *planeta inferiores* dicuntur. Sex hæ orbitæ adeo inter se distant, ut nunquam concurrere possint: quæ enim invicem proximæ sunt, octuagies, aut centies centenis leucarum millibus semper distant. (1178)

I. *Tres planeta superiores* cum sole in conjunctione, in oppositione, in quadratura esse possunt: circa enim terræ orbitam convertuntur, unde videntur modo in eodem circulo latitudinis cum sole; modo in circulis latitudinis, qui ab eo, in quo sol est, distare possunt usque ad 360 gradus, ubi iterum in conjunctione erunt.

II. *Planeta duo inferiores*, Venus, & Mercurius, duas conjunctiones habent; oppositionem, & quadraturam nullam. Sunt in conjunctione superiori cum sole, quando sol illis, & telluri interjacet: sunt in conjunctione inferiori cum sole, quando ipsi telluri, & soli interjacent. (*fig. 4*)

Posita tellure in T Mercurius erit in conjunctione

ctione superiori in *m*, & in conjunctione inferiori in *a*. Planetæ duo inferiores neque oppositionem habent cum sole, neque quadraturam; in maxima enim eorum digressionem a loco, ubi sol videtur in zodiaco, Mercurius a sole distare non apparet ultra gradus 28, Venus ultra 47.

Eorum phaeses.

1193. OBSERVATIO. Luna diversis aspectibus nobis apparet: modo pleno disco ad tellurem converso illuminato, modo omni luce destituta, modo varia sui disci parte collucens. Diversi hi aspectus *luna phaeses* dicti fuerunt. Hæ quoque phaeses, hæ lucis, & obscuritatis vicissitudines in planetis quoque a tellure visibilibus contingunt: hinc dictæ *phaeses planetarum*.

I. Luna, tellus, planetæ e sole visi phaesibus carerent: eorum enim pars illustrata, ferme dimidia scilicet eorum superficies, semper observatori in sole posito obversa esset. (*fig. 16*)

II. At observator in tellure *T* situs phaeses in planetis videre debet; lunæ siquidem *ABCD*, aut Mercurii *MNPR*, aut aliorum pars illuminata modo tota observatori *T* obversa est, modo ita directæ, ut tota, aut partim saltem illi aversa sit. Phaeses hæ in Venere maxime conspicuæ sunt, in Marte, ac in Mercurio, si quando exquisitis telescopiis observentur.



§. III.

PLANETÆ SINGILLATIM.

Planetis generatim consideratis, eos quoque singillatim, eorumque peculiare proprietates considerare operæ pretium est. Planetarum theoriæ cometarum theoriam adiiciemus nobis notoriam,

rum, qui a planetis non nisi ellipticae suae orbitae, in qua perpetuo circa solem centrum aguntur, excentricitate, & diversa positione differunt.

Sol.

1194. OBSERVATIO. *Sol* est globus lucidus decies centenis millibus vicibus ferme tellure major. Et si in mundi planetarii centro sit immotus, illum tamen ut planetam, & circa tellurem in ecliptica revolutum, ut apparet, considerabimus. Facile a phaenomenorum astri huius apparentia ad veritatem deinde transitus fiet. Astrum hoc invisibilis Dei aliqua imago est: nos siquidem illustrat, ac vivificat: totum lux est, & beneficentia. (*fig. 10*)

I. Sol *S* in centro mundi planetarii immobilis quotidie horis 24 circa tellurem *P* ab oriente in occidentem converti videtur; propterea quia eodem tempore tellus ipsa ab occidente in orientem circa suum axem *D P F* convertitur. (*932*)

II. Sol immobilis in centro mundi planetarii *T* (*fig. 2*) anno uno circa eclipticam *R a N n R* converti videtur ab occidente in orientem in consequentia signorum, propterea quia eodem tempore tellus ipsa eadem directione circa solem convertitur in ecliptica. Quum tellus est in *R* sol videtur in *N*: quum tellus ab *R* in *a* tribus mensibus transit, sol videtur in *n*: quum tellus pervenit in *N*, sol pervenisse videtur in *R*: quum tellus ab *N* in *n* transit, sol ab *R* in *a* transire videtur: quum tellus revolutionem suam complet in *R*, sol revolutionem suam complere videtur in *N*. Quare sol immobilis converti videtur in ecliptica, propterea quia tellus ipsa circa solem in ecliptica convertitur. (*1931*) (*fig. 2*)

III. Sol zodiacum percurrrens non semper æqua-

quali velocitate procedit: dies enim ferme octo impendit in percurrentis sex signis borealibus α Nn , supra tempus, quod in sex australibus n Ra percurrentis insumit. Ratio hujus est, quia sol non in ipso est centro ellipsis; & telluris velocitas in ecliptica circa solem non semper eadem est, sed quum modo accelerata sit, modo retardata, efficit ut apparens solis T motus alternis accelerari, & retardari videatur eadem proportionem.

Hæc, & alia solis phaenomena alibi fusius explicabuntur: quæ hic tradimus, unice tradimus, ut lector in theoria cæli a motu apparente ad verum transitum facere assuescat.

Mercurius, & Venus.

1195. OBSERVATIO. Planetarum minimus, & soli proximus est *Mercurius*, cujus globus vicies septies tellure, & ducenties septuagies centies millies sole minor est. (*fig. 4*)

I. *Mercurius* m raro visibilis est; fere semper enim solis luce immerfus est, a quo non nisi gradibus 27, aut 28 unquam recedit. Ejus revolutio periodica tribus mensibus completur; & in quavis revolutione duas habet conjunctiones; alteram superiorem, quum sol illi, & telluri interjacet: alteram inferiorem, quum ipse telluri, & soli interjacet.

II. *Mercurii* orbita ma est ellipsis, cujus planum per centrum solis transit in uno ex focus F immobilis: orbita hæc eclipticam secatur sub angulo graduum 7. *Mercurius* ergo in sua revolutione periodica trium mensium modo ad eclipticæ boream est, modo ad austrum, totam ferme zodiaci latitudinem sua revolutione complectens; & quum in inferioribus suis conjunctionibus latitudinem habet minorem minutis 16, apparet supra solis discum instar maculæ nigræ, & rotundæ: hoc evidenter ostendit, esse illum

cor-

corpus opacum. Idem in Venere contingit, quum in inferioribus suis conjunctionibus minutis 16 distat a centro solis, cujus semidiametri mensura sunt ipsa minuta 16.

III. In quavis periodica revolutione Mercurius directus est, stationarius, & retrogradus (1183). *Retrogradus* est in inferiore sua conjunctione *a*, ubi est perigeus: *directus* est in superiore sua conjunctione *m*, in qua est apogeus: *stationarius* est aliquanto postquam retrogradus fuit. Idem in Venere contingit, quæ ipsa quoque directa est in apogeo, retrograda in perigeo, stationaria aliquanto postquam retrograda facta est. (1318)

IV. Mercurius minor apparet quum perigeus est: tunc enim quum pars ejus lucida soli obversa sit, exiguam lucis copiam ad nos reflectit, Major apparet quum apogeus est, & majorem latitudinem habet minutis 16; tunc enim pars ejus illuminata telluri tota obversa est. Falcatu apparet inter duas conjunctiones, ut luna in quadraturis. Idem quoque Veneri contingit. Quum Mercurius triplo ferme soli propinquior sit, quam tellus; jam lux solis in illo novius densior est ea, qua tellus illustratur. (898)

V. Inter Mercurium, & tellurem æquali ferme distantia sita est *Venus* (1177), alter planeta a sole ad stellas progrediendo. Ejus volumen tellurem ferme æquat: ejus revolutio VX completur mensibus ferme $8\frac{1}{7}$: ejus rotatio horis ferme $23\frac{1}{4}$: ejus orbita omnium maxime ad circulum accedit. (fig. 4)

Tellus.

1196. OBSERVATIO. Tertius orbis a sole ad stellas *tellus* est, quæ omnino inter planetas est recensenda. Planeta hic Veneri ferme æqualis, decies centies millies ferme sole minor (1190), vicies septies mercurio major, satelli-

tem,

tem, qui luna est, secum vehit. Dum tellus circa solem immobilem semel convertitur, luna duodecies, aut terdecies circa telluris centrum convertitur.

Tellus planeta tres habet veros motus, qui opticis illusionibus & stellis immobilibus, & planetis mobilibus motus indere videntur plane singulares, & absurdos. (fig. 10)

I. *Motum habet revolutionis diurna ab occidente in orientem circa axem aquatoris, & mundi DTF* constantem, & uniformem, qui completur horis 23, 58', 4" (1181). Primus hic telluris motus, seu omnium suarum partium, & incolarum conversio circa axem DTF semper in dies sibi ad sensum parallelum efficit, ut totum cælum directione opposita ab oriente in occidentem circa tellurem immobilem putatam converti videatur (932): est hæc revolutio diurna, five dies naturalis.

II. *Motum habet revolutionis annua ab occidente in orientem in plano ecliptica circa solem* immobilem in centro mundi planetarii, PQR TP, qui completur diebus 365, horis 6, 8', 58". Curva hæc a tellure in plano eclipticæ percurfa ad ferme tercenties centena leucarum millia a sole efficit, ut sol quotidie appareat in conjunctione cum puncto illi e diametro opposito, in quo tellus est; sive ut sol, etsi immobilis in S, appareat totam eclipticam percurrere eo ipso tempore, quo illam tellus immobilis putata percurrit (931): est hæc solis revolutio fiderea, five annus sidereus anno tropico minutis aliquot longior (1137).

III. *Motum habet revolutionis retrograda ab oriente in occidentem circa ecliptica axem DTE* (Fig. 6), five axem terrestrem dTe semper plano eclipticæ FTG perpendicularem. Motus hic lentissimus est, quo tota tellus circa duo puncta terrestria d, e, vel circa axem terrestrem dTe semper axi eclipticæ DTE parallelum non convertitur, nisi annis 25740. Hoc

Hoc motu retrogrado a diurno, & annuo diverso quodvis superficiei terrestris punctum percurrit circa axem dTe ab oriente in occidentem annis 25740 circulum eclipticæ plano parallelum. Exempli causa, punctum a quotidie ab occidente in orientem conversum circa axem terrestrem pTm semper æquatori perpendiculari; & quotannis conversum circa solem in ecliptica, annis 25740 percurrit circa axem dTe eclipticæ perpendiculari circulum $acAgæ$ eclipticæ plano parallelum, quotannis in hoc circulo regrediens ab oriente in occidentem secundis ferme 50. Pari modo punctum b percurrit circulum $b\beta Bbb$ eclipticæ parallelum. Pari item modo poli terrestres p, m , seu puncta duo circa quæ revolutiones omnes diurnæ fiunt, percurrunt circulos duos $pqrsp, mnokm$. Quare polus terrestris p , qui modo in cælo respicit punctum P , annis 12870 erit in r , & aliud punctum R in cælo respiciet, quod ferme gradibus 47 a puncto P præsentī polo cælesti distabit. (fig. 6)

Tertius hic telluris motus, sive hæc omnium suarum partium, & incolarum revolutio retrograda circa axem eclipticæ, seu circa axem unum terrestrem semper axi eclipticæ parallelum, efficit, ut totum firmamentum, etsi immobile omnino, videatur eodem tempore directione opposita converti ab occidente in orientem circa axem, & polos eclipticæ (932). Hinc phaenomenon *præcessionis æquinoctiorum*, quo totum cælum loco moveri videtur, quodque illusio optica tantum est effecta a revolutione conica axis terrestris pTm circa eclipticæ polos D, E . Alibi tres hos telluris motus, tertium præcipue intellectu difficiliorem fufius explicabimus, (1327)

Mars, Jupiter, Saturnus.

1197. OBSERVATIO. Supra telluris orbitam a sole ad stellas procedendo ad diversas distantias sunt orbitæ Martis M, Jovis I, Saturni S, qui sunt tres *planeta superiores* magnitudine inæquales (1190). Orbitæ hæ, ut illæ telluris, & duorum *inferiorum planetarum* sunt tantum puncta illa spatii infiniti, per quæ planetarum centra in periodica circa solem revolutione transeunt. (fig. 4)

Tres planetæ superiores, ut & inferiores, *directi* sunt, *stationarii*, & *retrogradi* (1183). Quare in eorum revolutione circa solem (1178) ab occidente in orientem, & in consequentia signorum apparent modo celerius ferri, quam eorum verus motus postulet, modo omnino sisti; modo ab oriente in occidentem in antecedentia signorum, & contra verum eorum motum ferri: res plane singularis, nisi optica illusio esset.

Tres planetæ superiores sunt *stationarii* circa tempus eorum perigei, & oppositionis cum sole (1191); *retrogradi* diverso temporis intervallo post stationes; *directi* præcipue circa apogæum, & conjunctionem cum sole.

Quum Mars, Jupiter, & Saturnus simul sunt perigei, omnes simul sunt retrogradi; verum *arcus regressus* major est in Marte, quam in Jove, major in Jove, quam in Saturno. At Mars citius Jove, Jupiter citius Saturno retrogradus esse definit.

Planeta secundarii.

1198. OBSERVATIO. Inter planetas primarios tres solitarii circa solem convertuntur, tres alii alios planetas secum vehunt, qui *secundarii* nuncupantur. Luna semper nota fuit, quæ telluris

Iuris planeta secundarius est: at post inventa dumtaxat telescopia Jovis, & Saturni *satellites* innotuerunt: horum Jupiter quatuor habet, Saturnus quinque. Hi omnes circa proprium planetam, qui ipsis centrum motus est, convertuntur; dum planeta ipse, qui illos secum vehit, periodicam suam revolutionem peragit circa solem. Ita luna circa tellurem sui motus centrum duodecim, aut tredecim suas revolutiones peragit, dum tellus, quæ illam secum vehit, in ecliptica annuam circa solem revolutionem perficit. (fig. 4)

In magnis æque, ac in parvis, in peculiari unius planetæ systemate, ac in universo mundi planetarii systemate natura sibi *concordans* est. Quivis planeta primarius suis satellitibus id ferme est, quod sol planetis primariis.

I. Sicuti sex planetæ primarii circa solem convertuntur temporibus inæqualibus, & ad distantias inæquales; ita Jovis, & Saturni satellites circa primarios planetas suos convertuntur temporibus inæqualibus, & ad distantias inæquales. Propinquiore primario breviori tempore revolutiones suas perficiunt.

II. Sicuti planetarum primariorum orbitæ sunt ellipses, quarum planum per centrum solis transit, & quarum focus unum omnibus communem occupat centrum solis, ita orbitæ satellitum Jovis, aut Saturni sunt ellipses, quarum peripheriæ aliæ alias amplitudine excedunt, quarum planum per planetæ centrum transit, & quarum focus unum omnibus communem occupat centrum planetæ primarii.

III. Sicuti planetæ omnes eadem directione circa solem feruntur in orbitis eclipticæ (quæ est orbita apparens solis) inæqualiter inclinatis; ita satellites eadem directione feruntur circa planetam primarium in orbitis orbitæ primarii inæqualiter inclinatis.

IV. Sicuti inter distantias medias, & tempo-

ra

ra periodica planetarum datur ratio quædam generalis (1267); ita inter distantias medias, & tempora periodica satellitum cujusque planetæ ratio quædam datur. Exempli causa: quadratum temporis periodici primi satellitis Jovis est ad quadratum temporis periodici secundi; ut cubus distantie mediæ primi a centro Jovis ad cubum distantie mediæ secundi ab eodem centro.

1199. NOTA. *Primus* planetæ *satelles* dicitur, qui centro planetæ proximus: *secundus*, qui a primo minus distat; atque ita porro. Satellites hi dum circa planetam suam convertuntur, quem aliquando occultant, & a quo sæpius occultantur, a planetæ centro inæqualiter recedunt.

Ex Caillio subiicio & eorum maximæ occidentalis, & orientalis digressionis mensuram in planetæ primarii diametris, & tempus, quo ad easdem partes, puta ad O, digressionem redeunt, in hypotesi, qua a centro solis observarentur. (Fig. 4)

Satellites Jovis.	Tempora revolutionum				Maxima eorum digressio occidens; & oriens. in semidiames.
	Dies.	Hora.	Min.	Sec.	
I.	1.	18.	28.	36.	5 + $\frac{2}{3}$ Jov.
II.	3.	13.	18.	52.	9.
III.	7.	3.	39.	40.	14 + $\frac{1}{3}$
IV.	16.	18.	5.	6.	25 + $\frac{1}{3}$
Saturni.					Saturni.
I.	1.	27.	18.	27.	8 + $\frac{7}{8}$
II.	2.	17.	41.	22.	11 + $\frac{1}{4}$
III.	4.	12.	25.	12.	15
IV.	15.	22.	41.	14.	36
V.	79.	7.	48.	0.	108

Anulus Saturni.

1200. OBSERVATIO. Quod in Saturno mirabile est, latus anulus est *AS*, quo ambitur: unicus est hic in cælo; planeta, aut cometa nullus quid tale exhibet.

Anuli hujus natura nobis prorsus ignota est: suspicari possemus, esse hanc atmosphæram annularem, zonam ingentem materiæ nubibus nostris similis, quæ perpetuo ad maximam elevationem circa Saturnum diffusa nubium instar non dissiparetur.

Anuli hujus figura elliptica est: ejus axis primus Saturni orbitæ inclinatus est gradibus ferme 30. Anuli hujus axis primus est ad Saturni diametrum (1190) ferme ut 9 ad 4: ejus axis secundus semper varius est, modo amplior, i modo contractior. Quum Saturnus modo telluris propinquior sit, modo ab illa remotior, modo hac modo illa positione respectu telluris, patet, ejus anulum diverso aspectu nobis se obijci debere.

Cometa.

1201 OBSERVATIO. Præter sex planetas primarios, quorum modo circa solem revolutiones explicavimus, plerique alii inter solem, & stellas globi opaci sunt, qui circa solem commune suorum motuum centrum periodicas revolutiones faciunt in ellipsis maxime excentricis, alii ab occidente in orientem, alii ab oriente in occidentem, hi ab austro ad boream, alii a borea ad austrum. Exempli gratia (*fig. 9*).

Dum tellus, & planetæ primarii convertuntur ab occidente in orientem circa solem *S* in zodiaco *ABCD A*; alii globi opaci circa ipsum solem convertuntur ab occidente in orientem, & in consequentia signorum in ellipsi *MNOPM*,
alii

alii ab oriente in occidentem in antecedentia signorum in ellipsi *mno pm*; hi ab austro in boream in ellipsi *g hkl g*; atque ita de ceteris. Sol *S* ad sensum immobilis in spatio infinito spatii partem occupat, quæ omnium harum ellipsium cometarum, & planetarum primariorum focus communis est; attamen inter astra hæc opaca omnia, & errantia discrimina magna sunt.

I. Planetæ omnes circa solem convertuntur ab occidente in orientem intra zodiaci fines, quos nunquam excedunt. Contra cometæ periodicas suas revolutiones circa eundem solem peragunt, alii hac, alii opposita directione, in zodiaco, extra zodiacum, alii in consequentia, alii in antecedentia signorum. Cujusque planetæ orbita definita, & constans est, eandemque semper in cæli spatio infinito positionem ad sensum servat: cometarum orbitæ diversas respectu æquatoris positiones obtinent.

Inter cometas 43, quorum satis exactas observationes habemus, & quorum tabulam protulit Caillius anno 1755, 21 sunt, qui in consequentia signorum procedunt, 22, qui in antecedentia, in orbitis æquatori inæqualiter inclinati, a gradibus 2 usque ad 88; quare totum ferme cælum complectuntur. Post illos alii plures visi sunt partim directi, partim retrogradi.

II. Planetæ perpetuo apparent quum supra horizontem sunt, nec solis radiis immergi: sive enim perihelii, sive aphelii (1184) satis terræ propinqui sunt, ut sub angulo sensibili nobis appareant (921), & sufficientem ad visionem lucis copiam reflectant. Cometæ contra nobis visibiles non fiunt, nisi quum prope perihelium, sive absidem inferiorem sunt, ad curvæ suæ puncta *M, m, G, g*. A perihelio distantes, & ad aphelium *O, o, K, k* vergentes a sole plurimum distans exigua nimis luce nitent (898), & sub nimis exiguo angulo optico (918) obli-

ciunt.

ciuntur, ut a tellure A B C D A videantur (921).

III. Planetæ in suis circa solem revolutionibus orbitam parum excentricam describunt (1186): sive perihelii sint, sive aphelii eundem fere caloris gradum ab hoc astro obtinent. Contra vero cometæ circa solem orbitas M N O P M, *m n o p m* maxime excentricas describunt: in perihelio g, aut *m* alii centies, alii millies, alii fortasse millies millies soli propinquiores sunt, quam in aphelio K, aut o.

IV. Curvæ planetarum omnes aliæ supra alias sunt ordine dispositæ, & planetæ eas describentes nunquam sibi occurrere, & confluere possunt. Contra cometæ curvas describunt, quarum pleræque in planetarum regionem descendunt abscidem inferiorem habentes in g, aut *m* inter solem, & planetas A B C D A. Auctore enim Maupertuisio, „ cometæ fere omnes „ accuratius observati quum ad has cæli regiones advenerunt, multo magis tellure ad „ solem accesserunt. Fere omnes Saturni orbitæ tam prætergressi sunt, imo Jovis, Martis, & Telluris “. *Maupertuisius. Tom III pag. 232.*

Eorum actio, calor, frigus.

1202. OBSERVATIO. Ex Halleij supputationibus cometa anni 1680 ita soli proxima transiit, ut in suo perihelio sexta tantum solaris diametri parte ab ipso distaret, leucis scilicet ferme 50000; post perihelium vero die 11 novembris ita terrestri orbitæ proxima transiit, ut ab ea semidiametrum solis, leucas scilicet ferme 150000 tantum distaret. Hinc duo de cometis animadvertenda sunt (*Fig. 9*).

I. Si cometa, & planeta velocitate globi bellici centies saltem velociores colliderentur, quod

quod omnino α, β, γ non est, immanium harum massarum ictus juxta leges motus in utroque maximas perturbationes efficeret.

Verum verosimillimum est, naturæ auctorem, qui in ordine a se statuto stabilitatem decrevit, planetarum, & cometarum motus ita disposuisse (quod evidenter fieri potest), ut in periodica eorum circa solem revolutione, nec se concursu dissicerent, nec nimia proximitate eorum motus perturbaretur. Exempli causa, quum cometa anni 1680 ita proximus transiit puncto B terrestris orbitæ, tellus a puncto hoc longe distabat, adeoque a cometa nullam passâ est sensibilem attractionem, unde aut ejus motus annuus, aut æquatoris positio in ecliptica, aut pars ejus ulla immutaretur.

II. Quum multo, ac multo soli propinquiores cometæ sint in perihelio, quam in aphelio; jam immane frigus in aphelio, & immensum calorem in perihelio perpeti debere videntur; quo calore eorum superficies succendi etiam poterit summa solarium radiorum intensitate: ex Newtoni supputatione, quam ex lucis theoria quisque facile instituet (898); cometa anni 1680 in perihelio calorem passus est vices octies millies illo majorem, quem tellus æstate subit.

Inde immanis vaporum copia inter cometam, & solem elevata ingentem tractum materia fluidæ efficiet aptæ solis lucem reflectere. Est hæc verosimillima lucis illius causa, quæ varia intensitate læpius cometas in suo perihelio comitatur; & eos modo *barba* instar præcedit, modo *coma* instar ambit, modo *cauda* instar sequitur pro diversa cometæ respectu telluris, & solis positione. Non omnes cometæ talem caudam, aut æque lucidam secum vehunt; sive quod non omnes æque ad solem accedunt, sive quod non omnes materia constant æque in vapores attollenda.

1203. OBSERVATIO. Semper philosophi fuerunt, qui *cometas esse orbes opacos planetis nostris similes* censuerunt. Ita veteres Chaldaei senserunt, ita Pythagorici, alique plures, ut Apollonius Myndius, Hypocrates Chius, Eschylus, Diogenes, Democritus, Seneca. Hoc præterea Senecæ laudi tribuendum est, quod nemo veterum tanta sublimitate, ac philosophica doctrina, quanta ipse, de cometis differuerit. Quæstionum naturalium libro sexto ita de cometis loquitur, ut Caillius, Lalandius, Maupertuisius, Buffonius loquerentur.

At vero hæc apud homines est veritatis conditio, ut priusquam admittatur diutius rejiciatur, & impugnetur. Aristoteles, *cometas esse censuit meteora fortuita, & evanescentia*. Vicit Aristotelis sententia, quæ a Ptolemæo, a Baccone, a Galilæo, a Tychone Brahe, a Keplero, a Ricciolio, ab Hirio recepta ad postrema hæc usque tempora invaluit.

Vix sæculum est, quum vetus opinio iterum admitti cœpit; nec nisi ineunte anno 1759 opinio hæc demonstratione vera probata fuit. Antea cometæ cum Aristotele credebantur *meteora malefica ignea*, aut lucida tenuissimis vaporibus, & exhalationibus in summa atmosphæra coalescentia: quæ postquam ibi aliquandiu fermentescentia splenduerint, dissiparentur, & in orbem nostrum venefica eorum principia depluerent. Inde, juxta illorum temporum præjudicia, bella, pestes, intemperies, urbium, & agrorum vastationes, fames, alique flagella, quibus orbis ante, & post funesta ea phænomena vexabatur.

Inde fortasse orta quoque *astrologia judiciaria*, ineptum humanæ mentis delirium; quæ virtutes, vicia, vitam, mortem, hominum felici-

licitatem, & infortunia corporum caelestium influxui tribuebat; qui influxus beneficis, aut maleficis esset pro diversa astrorum positione, quo momento quis nasceretur. At præjudicia, & fatuitas tandem cessant, veritas æterna est. Modo non philosophi tantum, sed vulgus ipsum nullo metu astra, & cometas ipsos aspicit; neque jam quidpiam beneficum, aut maleficum in terram influunt: exiguum tantum partem solaris lucis reflectunt æque puræ, ac illa sit, quam rupes, & specula ad nos remittunt.

1204. ASSERTIO. *Cometa, ut tellus, & planeta primarii, sunt globi opaci mundo coarui, qui periodicas suas circa solem sui motus centrum revolutiones peragunt innocui: a tellure visibiles quum illi proximi sunt, invisibiles quum ab illa immensum recedunt: iisdem virium centralium legibus quibus planeta ceteri, obsequentes, & in spatii caelestibus procedentes in curvis inæqualiter excentricis, quarum planum per centrum solis transit in uno earum foco siti. (Fig. 9).*

DEMONSTRATIO. Cometæ non meteora fortuita, & evanescentia sunt, sed corpora permanentia natura, & origine planetis similia, si ita in cælo apparent, ut eorum loco planetæ apparerent; si motus habent æque, ac planetæ periodicos, & regulares. Atqui astronomicis observationibus rem ita esse constat.

I. Planetarum motus circa solem in tota revolutione non est uniformis: in perihelio citissimus est, inde ad aphelium decrescit; hinc usque ad perihelium augetur.

Cometæ quoque quum ad perihelium diriguntur, longe adhuc distantes admodum exigui apparent, obscuri, figura irregulari, motu lento. Inde magnitudine, luce, velocitate crescunt usque ad perihelium. Inde abeuntes successive magnitudine, luce, velocitate decrescunt ferme, ut antea creverant; tandem in curvæ par-

100 *Theoria phænomenorum caelestium.*
te magis a nobis remota evanescunt; ut supra explicavimus (1201).

II. Planetæ primarii singuli certo, ac definito tempore revolutionem periodicam complent circa solem, a dato puncto ad idem punctum redeunt, puta perihelii, ad idem perihelii punctum. At ad hoc tempus rite definiendum pluribus accuratis observationibus opus fuit (1178).

Idem in cometis contingit. Certo, ac constanti temporis intervallo a perihelio ad perihelium redeunt: non eodem tamen omnes. At hoc tempus in duobus, aut tribus accurate observatis definitum, nondum in aliis observatione definiri potuit.

Tempora periodica Cometarum.

1205. OBSERVATIO. Parum in cometis astronomia profecit propterea quia annis bis mille meteora reputati fuerunt, quæ in summa atmosphæra exaltata irregulari, nec observatione digno motu cierentur. Quum jam a sæculo planetis similes haberi cœperint, summo studio eorum motus observati fuerunt; unde demonstratum fuit, esse illos orbes opacos circa solem motu regulari revolutos.

Duorum tantum cometarum tempus periodicum hætenus satis accurate innotuit, quorum alter anno 1759, alter anno 1680 postrema vice apparuit (fig. 9).

I. Cometa anni 1759 observatus fuerat annis 1531, 1607, 1682. Celebris Hallejus, qui summo studio cometam hunc observaverat anno 1682 Newtoni theoriam virium centralium corporum in curvis ellipticis sequutus, ausus est annos ultra 70 ante eventum cometæ hujus reditum prædicere anno 1757, vel 1758.

Clairautius magis accurata methodo, & supputatione cometæ hujus reditum prædixit pro anno

Theoria phaenomenorum caelestium. 101
anno 1758, vel 1759 ineunte. Prædictionem
eventus probavit: cometa hic Parisiis visus fuit
die 21 Januarii anno 1759 in ea cæli regione,
in qua expectabatur: ejus periodus est annorum
ferme 76. Hoc reditu, qui in astronomia epo-
cha erit, Aristotelis de cometis sententia peni-
tus eversa fuit, & opposita demonstrata.

II. Alter cometa observatus fuit exeunte an-
no 1680. Ingenti magnitudine visus fuit; sive
quod talis esset, sive quod terræ, & soli pro-
ximus transierit (1202). Varia ab historia
colligendo magna verisimilitudine illatum fuit,
eundem esse, qui annis 1106, 531, & in mor-
te Cæsaris apparuit. Quare ejus tempus perio-
dicum hisce quatuor apparitionibus indicatum
erit annorum ferme 575.

III. Venturis ætatibus tempus quoque perio-
dicum cæterorum cometarum visibilium inno-
tescet, accurate eorum apparitiones, semitam,
& perihelium adnotando. Intervallum inter pe-
rihelia eorum *tempora periodica* definit; transi-
tus vero per perihelium a maxima eorum vera
velocitate indicatur.

IV. Suspiciatus quoque est Hallejus, cometas
annorum 1661, & 1532 unicum esse, cujus
periodus esse annorum 129. Ita suspicandi ra-
tio est, quia cometæ annorum 1661, & 1532
eandem ferme semitam sequuti sunt, & motus
symptomata fere eadem habuerunt. Hinc sane
cometarum identitas statui posset, si rudibus
illorum temporum observationibus fides haberi
posset; neque enim verosimile est, cometas duos
eandem ipsam in cælo viam tenere, eademque
lucis, magnitudinis, motus phænomena exhi-
bere.

Hoc anno 1772 cometæ jam 52 directi, aut
retrogradi aliquatenus observati fuerunt: de his
adhuc alibi (1339).

V. Mirabuntur fortasse aliquando posterius, post
Halleii prædictiones eventu comprobata philo-

sophos adhuc esse, qui Aristotelis de cometis sententiam tueantur. Injuria posteris mirabuntur. Sciant illi, semper esse, qui perperam sentiant, & qui in prava sententia pertinaces in apertissimas veritates conjurent.

Cometarum velocitas.

1206. OBSERVATIO. In cometis vera velocitas ab apparente distinguenda est (fig. 9).

I. *Vera cometae velocitas* est spatium curvæ percursum, per tempus in eo percurrendo insumptum divisum. Percurrat, exempli gratia, cometa M die uno spatium Mv , vel Mx in curva $MNOPM$: ascus hic erit mensura velocitatis multo, ac multo majoris in perihelio, quam in aphelio.

II. *Apparens cometae velocitas* est arcus firmamenti, quem dato tempore e terra visus percurrere videtur. Sit, exempli causa, terra A, cometa M: videbitur in cælo cometa in F.

Moveantur eadem directione terra, & cometa, & percurrat hic die uno arcum Mx , illa arcum Aa : cometa videbitur in I, & apparebit in cælo percurrisse arcum FI. At si cometa directione telluri opposita uno die pergit ab M in v , dum tellus eodem tempore pergit ab A in a ; cometa expleto die apparebit in E, & immensum arcum FE percurrisse videbitur, etsi tantum re ipsa arcum Mv , vel Mx percurrerit.

Hinc apparet, cometas, more planetarum, esse posse directos, stationarios, retrogrados (1183): etsi inæquali motu semper eadem directione circa solem procedant.

De planetis, & cometis conjectura.

1207. OBSERVATIO., Tellus planetarum, nobis notissimus, inquit celebris Maupertuius, sius,

„ sius, facile nobis suadere potest, ceteros, qui
 „ ejusdem naturæ esse videntur, non esse glo-
 „ bos desertos in cælo suspensos, sed, ut ipsam,
 „ viventes incolas habere. Auctores aliqui con-
 „ jecturas de planetarum incolis protulerunt,
 „ quas nec probare licet, nec refellere. Nihil
 „ tamen præterea probabilitate aliqua fretum
 „ dici potest, quoties dictum sit, immania hæc
 „ planetarum corpora (1190), quum tot ha-
 „ beant telluri communia, etiam incolas, ut
 „ ipsam, habere posse. De horum incolarum
 „ natura nihil, nisi temere, proferri potest. Si
 „ tot varietates in telluris incolis apparent
 „ (537); quid de planetarum adeo a nobis re-
 „ motorum incolis dicemus? Fortasse eorum va-
 „ rietates ne cogitatione quidem assequi pos-
 „ sumus“.

I. Frustra philosophicæ huic conjecturæ reli-
 giosi obijciunt: nihil de his incolis, neque con-
 tra ipsos religio docet. Si cometæ, aut plane-
 tæ incolas habent *entia intelligentia* aliqua ra-
 tione nobis similia; Deus providus, sapiens,
 & semper sibi concors rerum ordinem illi de-
 creverit ad suum finem consequendum opportu-
 num, sive nostro similem, sive diversum. Quod
 ad divinum Messiam omnis gratiæ, & meriti
 fontem spectat; vel illi incolæ redemptores non
 indiguerunt, vel ea ratione, qua divinæ Sapien-
 tiæ placuit, ejus merita illi quoque applicata
 fuerunt.

II. At neque ratio contra planeticolas quid-
 piam habet: imo hinc Dei creatoris opera ma-
 gis analogæ apparent; atque ita natura univer-
 sa viventibus frequens ea inutilitatis specie ex-
 uitur, a qua prorsus abhorreere videtur. Si pla-
 netæ, & cometæ incolas habent, ut tellus,
 alios ratione donatos, alios destitutos, natura
 illis corporis habitum domicilio analogum im-
 pertita est: mercurii incolæ majori calore indi-
 gebunt: Saturni incolæ majori frigore: co-

metarum incolæ ita comparati erunt, ut a torrido perihelii calore, ad asperrimum aphelii frigus sensim sine sensu transire possint, ea ferme ratione, qua nos sine detrimento a summis æstatis caloribus ad maximum hyemis frigus transimus; ita tamen, ut eorum membra violentioribus caloris, & frigoris gradibus resistent, quam quos ferre nos possumus.

III. Mens obstupefcit *torridos calores* considerans, quos mercurii incolæ perferrent, & quorundam præsertim cometarum, qui in perihelio mercurio soli multo propinquiores sunt. Neutono auctore, cometa anni 1680 in perihelio calorem pertulit ferri candentis calore fere bis millies majorem.

At Neutonus supponit, solem nullo obstaculo in nudum cometam agere: fortasse non ita erit. Nam præter probabilitatem est, immensam vaporum copiam nubium instar densissimarum supra cometam exaltatam, a quibus verosimiliter id est, quod nos cometæ caudam dicimus, illum a torrido solis ardore protegere? Si nubes, quæ æstate terras aliquando obtegunt, frigus in aere efficiunt aptum aquam in gelu constringere (794) citius asperrimis hyemis frigoribus; quare immensæ hæ nubes cometarum in perihelio simile phaenomenon in illis non pariant?

Ceterum quum ad quandam telluris profunditatem eadem semper temperies sit (301); quare in intimis cometarum visceribus idem non contingat? In hac hypothesi cometarum incolæ in abditis cavernis delitescerent, ut superficie ardorem effugerent paucis iis diebus, aut mensibus, quibus celerrimus eorum globus nimium soli propinquus est.

§. IV.

PARALLAXIS, ET REFRACTIO ASTRONOMICA.

1208. OBSERVATIO. QUum tellus motuum omnium caelestium centrum esse videatur, hos motus ut a tellure immobili visos considerabimus. Duas oppositas *opticas illusiones*, parallaxis, & refractione pariunt in caelestibus motibus, quos nosse oportet, ut in observationibus supputentur.

CAPUT PRIMUM.

ASTRORUM PARALLAXIS.

1209. EXPLICATIO. Sit A tellus immota, & diaphana in sensibili centro firmamenti: A K radius terrestris: A, & K observatores duo eodem tempore astrum aliquod, puta lunam, aut Solem, aut Martem, aut Saturnum conspicientes: H A G horizon rationalis observatoris K: P K O horizon ejusdem sensibilis. (Fig. 12).

I. Sit L M L orbita lunæ circa tellurem. Luna in L in duobus diversis cæli locis ab observatoribus A, & K videbitur. Visa a telluris centro A, congruet in cælo stellæ T: visa a puncto K, congruet in cælo stellæ R. Angulus R L T, sive illi æqualis K L A est *luna parallaxis*.

II. Sit S P F ecliptica, sive orbita apparens solis. Sol in S positus ipse quoque in duobus

E 3

di-

diversis locis videbitur ab observatoribus A, & K: Visus a terræ centro A, congruet in cælo puncto *a*: visus a puncto K, congruet in cælo puncto *k*. Angulus *aSk*, aut illi æqualis A S K est *scilis parallaxis*.

III. Sit F P S orbita planetæ, puta Veneris, aut Jovis. Jupiter in F situs in duobus diversis cæli locis adhuc videbitur ab observatoribus A, K; a centro terræ visus referetur ad punctum T: a puncto K visus referetur ad V. Angulus V F T, sive æqualis A F K est *planeta parallaxis*.

Parallaxis ex etymologia est mutatio loci; ab *παρά*, mutatio, & *πρό* præpositione diminvente. Parallaxis astri: *aspectus astri in loca non vero*.

Diversa astri loca.

1210. DEFINITIO. In astro, puta in luna, in sole, in planeta quovis, in cometa perigeo-
tria diversa loca distinguenda sunt (Fig. 12).

I. Ejus *locus verus*. Est hic spatii punctum, ubi re ipsa astrum est quum observatur. Exempli gratia, L est locus verus lunæ, S solis, F cometæ, aut planetæ F.

II. Ejus *locus opticus verus*. Est hic punctum firmamenti, in quo astrum a terræ centro videretur in recta ab hoc centro per astri centrum ad firmamentum ducta. Punctum T est locus verus opticus lunæ L: punctum *a* locus verus opticus solis S.

III. Ejus *locus opticus apparens*: est hic punctum firmamenti, in quo astrum a terræ superficie videtur. Punctum R est locus opticus apparens lunæ L a puncto K visæ: punctum *k* est locus opticus apparens solis a puncto K visi: punctum V est locus apparens planetæ, aut cometa F a puncto K visi.

Ar-

Arcus loco optico vero, & apparente interceptus anguli parallactici, sive parallaxeos astri quantitatem metitur.

C O R O L L A R I A.

1211. COROLLARIUM I. Ex dictis sequitur, astri parallaxim esse angulum ad astrum effectum a rectis duabus, altera a centro astri ad centrum terra, altera a centro astri ad oculum spectatoris ducta; sive angulum huic ad verticem oppositum, effectum a lineis hisce ad firmamentum productis. Anguli hujus mensura est arcus circuli maximi caelestis, duobus locis opticis inclusus, in quibus astrum a terræ centro, & a spectatore in terræ superficie videretur.

1212. COROLLARIUM II. Quo magis astrum a terra distat, eo ceteris paribus, minor est ejus parallaxis. In triangulo enim $KL A$, vel $K F A$, latere $A K$ eodem permanente, angulus huic lateri oppositus eo minor fit, quo reliqua duo latera majora sunt. (Fig. 12)

1213. COROLLARIUM III. Stella nullam sensibilem parallaxim habebunt. Quum enim terræ radius $A K$ lateribus a stella ad terræ centrum, & superficiem ductis comparatus veluti nullus sit, angulus lateri huic $A K$ oppositus, ad distantiam veluti infinitam (1163, IV.) ad sensum nullus erit. Quare si stella F ita a terra distet, in triangulo parallactico AFK angulus $K F A$, vel $V F T$ erit veluti infinitesimus, adeoque ad sensum nullus (921); latera vero $A F$, $K F$ hujus trianguli erunt ad sensum parallela.

1214. NOTA. I. Planum trianguli parallactici $L K A$, $S K A$, $F A K$ semper spectatoris horizonti est perpendiculare; latus enim $A K$ cum zenith, & nadir observatoris concurrit. Planum ergo trianguli parallactici semper est in plano circuli verticalis. (Fig. 12)

II. Parallaxis effectus est astrum a zenith remove, & horizonti propinquiorem facere. Exempli causa, verus locus opticus lunæ L est punctum T verticalis ZTH: parallaxis illam exhibet in R magis a zenith Z distantem, & horizonti HAG propinquiorem. Pari modo verus locus opticus solis est punctum a: parallaxis illum exhibet in K.

III. Astrum in zenith spectatoris nullam habet parallaxim: visum enim a punctis K, & A, semper puncto Z ejus vero loco optico congruit.

Variatio parallaxeos.

1215. ASSERTIO. *Posita eadem astri a terra centro distantia, ejus parallaxis maxima est in horizonte: imminuitur vero ab horizonte ad zenith in ratione sinuum angulorum complementi altitudinum. (Fig. 13)*

EXPLICATIO. Sit AC terræ radius: CV horizon rationalis: AH horizon sensibilis cum rationali in cælo congruens: A observator: Z ejus zenith: ZV verticalis a zenith ad punctum ortus astri in horizonte ductus, & cum astro terram ambiens; HIK orbita astri observandi, qui veram, aut apparentem circa terram revolutionem suam diurnam facere supponitur ab oriente in occidentem in plano hujus verticalis ZV. Observationibus astronomicis, & ex geometria constat,

I. Astri parallaxim maximam esse quum astrum est in horizonte in H: eam vero magis, magisque imminui, quo magis astrum attollitur ab H in I, K, L, Z, zenith, ubi nulla est.

II. Parallaxim hanc decreascentem esse in H, ut XC, vel HC sinum anguli recti HAG; in I, ut IM sinum anguli ICZ; in K, ut KN sinum anguli KCZ. Quare si anguli AHG, vel a Hc, qui parallaxim horizontalem metitur, quan-

quantitas supponatur partium 100000, ut sinus totus (*Math.* 646) ; invenietur parallaxis aſtri ab horizonte ad zenith aſcendentis ; comparando ſinui toti ſinum complementi altitudinis.

Exempli cauſa : inveniemus , aſtrum ad gradus 60 ſupra horizontem elevatum in K parallaxim habere dimidiam horizontalis in H ; ejus enim parallaxis in H eſt ut ſinus totus $XC = 100000$; in K vero eſt ut ſinus KN anguli KCZ graduum 30 = 50000.

Quum aſſertio hæc unum ſit ex aſtronomiæ , & phyſicæ fundamentis , operæ pretium eſt illam geometricè demonſtrare . Hæc omittat , qui nimis ardua ſibi eſſe noverit ; quamvis ſimpliciſſimam ſinum , & proportionum theoriam in noſtris matheseos elementis traditam tantum ſupponant .

DEMONSTRATIO. Notum jam eſt , triangulorum latera eſſe inter ſe ut ſinus angulorum illis oppoſitorum (*Math.* 701) . Age vero tria triangula HCA , ICA , KCA invicem comparemus , quæ omnia duo habent latera æqualia , & diverſas exhibent aſtri poſitiones reſpectu zenith & horizontis ſpectatoris in A poſiti .

In triangulo HCA ad aſtrum in horizonte terminato ſinus anguli recti HAC eſt ad ſinum anguli AHC horizontalis parallaxeos menſuram ; ut latus CH diſtantiæ aſtri a terra menſura , ad latus CA terræ radium .

In triangulo quoque ICA ad aſtrum ſupra horizontem terminato ſinus anguli obtuſi IAC eſt ad ſinum anguli AIC parallaxeos aſtri ſupra horizontem menſuram ; ut latus IC = HC ad latus CA . Duas jam habemus proportionem invicem comparandas .

$$\text{Sin. HAC : Sin. AHC :: lat. CH : lat. CA}$$

$$\text{Sin. IAC : Sin. AIC :: lat. CI = CH : lat. CA}$$

Quum in ambobus poſtrema ratio eadem ſit , primæ duæ rationes erunt æquales . Hinc altera proportio (*Math.* 166) :

Sin,

110 *Theoria phaenomenorum caelestium.*

Sin. HAC : Sin. AHC :: Sin. IAC : Sin. AIC

Et alternando,

Sin. AHC : Sin. AIC :: Sin. HAC : Sin. IAC

Ex hac analogia sinus anguli AHC parallaxeos horizontalis mensura, est ad sinum anguli AIC ; parallaxeos supra horizontem mensuram ; ut sinus anguli recti HAC ad sinum anguli obtusi IAC. At sinus anguli recti est omnium maximus (*Math.* 643) : ergo parallaxis horizontalis per sinum totum $CX = CH$ expressa major est parallaxi supra horizontem a sinu IM sinu toto CX minore expressa.

II. Modo triangulum ICA ad astrum supra horizontem terminatum cum triangulo KCA ad astrum adhuc altius terminatum comparemus, eadem permanente astri a terræ centro distantia. Eodem modo duas habebimus analogias, unde duabus aliis deductis demonstratio consequetur.

Sin. IAC : Sin. AIC :: lat. IC : lat. CA

Sin. KAC : Sin. AKC :: lat. KC = IC : lat. CA

Sin. IAC : Sin. AIC :: Sin. KAC : Sin. AKC

Et alternando.

Sin. AIC : Sin. AKC :: Sin. IAC : Sin. KAC

Ex hac analogia Sinus anguli AIC mensura parallaxeos in I est ad sinum anguli AKC mensuram parallaxeos in K ; ut sinus anguli IAC ad sinum anguli KAC. At sinus anguli obtusi KAC idem est cum sinu anguli acuti ICZ complementi primæ altitudinis I ; & sinus anguli obtusi KAC idem est cum sinu anguli acuti KCZ complementi alterius altitudinis K.

Ergo astri parallaxes ad varias altitudines æque semper a terra distantis sunt ut sinus IM, KN angulorum ICZ, KCZ, qui complementa sunt altitudinis astri ad zenith. Q. E. D.

1216. COROLLARIUM. Data astri parallaxi ad quamvis altitudinem facile parallaxis horizontis habebitur. (*Fig.* 13)

Parallaxis enim data ad quamvis altitudinem IK est ad parallaxim in horizonte H, ut sinus KN

IK N ad sinum totum. Supponamus, exempli causa, astrum ad gradum 53 elevatum dum ejus parallaxis observatur; sitque hæc secundorum 17: quænam erit parallaxis horizontalis & invenietur hac analogia: parallaxis ad gradus 53 = 17" ad parallaxim horizontalem; ut sinus anguli complementi graduum 37 ad sinum totum. In numeris

$$17 : x :: 60182 : 100000.$$

Diviso extremorum producto 1700000 per medium 60182; erit quotiens $28 \frac{1}{4}$: adeoque astri parallaxis horizontalis erit 28", & ferme 15".

1217. NOTA. Quum astri parallaxis accurate quæritur, ea ad magnam altitudinem quærenda est ad refractionis incommoda vitanda, quæ prope horizontem nimia est; ut mox dicemus.

Astri ad quamvis altitudinem parallaxi inventa, ubi horizonti minor est, calculo horizontalis accurate invenitur; quæ quum major sit, aptior est ad accuratam exhibendam astri a tellure distantiam, ut mox explicabimus.

Parallaxis luna, & solis.

1218. PROBLEMA. *Astri parallaxim, puta luna, & solis, invenire. (Fig. 13)*

SOLUTIO. Ad faciliorem opportuni hujus problematis solutionem supponamus observatorem A in plano æquatoris; & astrum diurnam revolutionem veram, aut apparentem facere in orbita XH I K L posita in plano æquatoris, cujus portio sit Z V X C: astri hujus parallaxim in I observabimus.

I. Accuratissime scire oportet quot horis, minutis, secundis, tertiis astrum bis ad meridianum Z L C appellit, sive resolutionem diurnam complet a momento, quo ejus centrum in meridiano est, usque ad reditum. Sit tempus hoc omnino horarum 24.

Quam

Quum motus aſtri diurnus ſit ad ſenſum uniformis, jam ſex horis aſtrum ad horizontem deſcendet, ſex aliis ab horizonte ad nadir, ſive ad meridianum inferiorem, ſex aliis ab hoc ad horizontem, & ſex aliis tandem ad ſuperiorem meridianum redibit in L. Si in revolutione horas impendat ſupra 24; adhuc revolutio hæc complet cæleſtis circuli, quem aſtrum a terræ centro viſum percurrit, gradus 360. Semper itaque inveniemus quo ipſo momento temporis eſſe debeat in puncto illo, in quo obſervatur.

II. Supponamus, calculo nos inveniriſſe, quo momento aſtrum obſervatur in I, ejus centrum eſſe debere in puncto n gradibus 50 a zenith Z diſtante; hoc vero aſtri centrum viſum a puncto A apparere in puncto m ſecundis 10 magis a zenith Z diſtante: angulus mIn , ſive illi ad verticem oppoſitus AIC erit aſtri parallaxis in I ſecundorum 10; ex hac vero major horizontalis HX invenietur. (1216)

Hac methodo, aut ſimili ſolis, lunæ, planetarum, cometarum periheliorum, & perigeorum parallaxis invenietur. Solis, & lunæ parallaxis horizontalis eadem fere ſemper eſt; neque enim ſol, & luna plurimum terræ in perigeo propinquioreſ ſunt, quam in apogeo. At non ita eſt, in planetarum parallaxi horizontali, qui in perigeo multo propinquioreſ telluri ſunt, quam in apogeo: eorum ibi, quam hic multo major eſt. (1212)

III. Quum refractio aſtronomica parallaxis effectum imminuat, & minorem exhibeat, quam re ipſa ſit, ut mox dicemus; imminutio hæc conſideranda eſt, & inventæ parallaxi mIn id addendum, quod refractio demet in altitudine IM (1231). Exempli cauſa: ſi aſtrum in I obſervatur ad altitudinem graduum 43, vel 44: in tabula refractionum invenietur ejus parallaxis mIn imminuta ſerme uno ſecundo: quare ſi parallaxis inventa ſit ſecundorum 10, erit re ipſa ſecundorum 11.

1219. NOTA. Ad aſtri parallaxim invenien-
dam non eſt neceſſe, aſtrum, & obſervatorem
eſſe in plano æquatoris, ut ad facilem proble-
matis ſolutionem ſuppoſuimus. Ubique aſtri in
quavis latitudine parallaxis obtineri poteſt me-
thodis magis compoſitis, quas tradere omitte-
mus. Satis fit oſtendiſſe, parallaxim inveniri
poſſe, qua aſtrorum a tellure, & a ſole diſtan-
tia definitur.

I. Juxta ephemerides (*Connoiſſance des temps*)
anni 1770, parallaxis horizontalis luna in
diſtantiis mediis erat Pariſiis minutorum 47, 3'.

II. Caillio parallaxis horizontalis ſolis in di-
ſtantiis mediis eſt ſecundorum 10, aut 11: aſtro-
nomi aliqui Caillio antiquiores alii paulo mayo-
rem, alii paulo minorem ſtatuunt. In tam diſ-
ficili, & complicata obſervatione rem accuratiſ-
ſime definire non licet.

Poſtremis hiſce temporibus aſtronomi plures a
regibus in omnes mundi partes miſſi ſunt ad *Ve-
neris ſupra ſolem tranſitum* obſervandum, & ad
ſolis parallaxim quam fieri poſſit accurate defi-
niendam. Ex hiſ obſervationibus, auctore La-
landio, parallaxis horizontalis ſolis in ejus me-
dia a tellure diſtantia eſt ferme ſecundorum
8, 30'', ad ſummum 8'', 42''.

Quare definitum cenſeri poteſt, horizontalem
ſolis parallaxim in diſtantia media a tellure ne-
que majorem eſſe ſecundis 10, neque minorem
8'', 30''. In ſecundo ſequenti problemate in-
noteſcit, quæ nam ex hac parallaxi ſequatur ſo-
lis a terra diſtantia. Ad duo ſequentia proble-
mata ſolvenda methodum a nobis inventam u-
ſurpabimus, cujus explicationem, & demonſtra-
tionem in noſtris matheseos elementis invenies.
(*Math.* 709, 718)

Uſus parallaxeos.

1220. PROBLEMA I. *Dato terreſtri radio,*
¶ *et hanc*

& horizontali luna parallaxi, ejus a centro terræ distantiam invenire. (Fig. 13)

SOLUTIO. Sit lunæ centrum H in ipso horizonte; & angulus $CH A$, vel AHC , cujus est arcus cælestis ac mensura, sit $57', 3''$. Sit quoque radius terrestris datus AC hexapedarum ferme 3269985, ut ferme in Gallia est, ut alibi ostendemus. (1377)

I. In triangulo parallactico HAC notus est angulus A rectus: centrum enim lunæ in horizonte supponitur: notus est quoque angulus H datæ parallaxeos: tandem notum est latus AC , radius terrestris hexapedarum 3269985. Innotescunt ergo tria trianguli latera, adeoque latus CH , distantia lunæ a tellure mensura, hac analogia: sinus notus anguli H ad latus oppositum, & notum AC ; ut sinus notus anguli recti A ad latus oppositum, & ignotum CH . (*Math.* 702)

II. Ut rem arithmetice exhibeamus, duo zero cuique sinui addenda sunt, ut in mathematicis docuimus (*Math.* 717). Quare sinus totus erit 100000000: sinus unius minuti 290900: sinus unius secundi 4848.

Sinui minutorum $57 = 16579900$ addo sinum trium secundorum $= 14545$: hi in summam collecti dant sinum anguli H ; unde analogia:

$$16594445 : 3269985 :: 100000000 : x$$

Diviso producto. mediorum per primum terminum, habetur quotiens 197,053,050 exprimens in hexapedis latus CH , seu distantiam mediam lunæ a centro terræ.

COROLLARIUM. Distantia hac media lunæ a centro terræ ex hoc calculo est hexapedarum 197053050, quæ sunt leucæ ferme 86162 æquales mediis terræ radiis ferme $60 + \frac{1}{4}$,

Brevior, & facillior erit calculus si terrestris radius non in hexapedis; sed in leucis sumatur, quarum continet 1430. Tunc erit analogia:

$$16594445 : 1430 :: 100000000 : x.$$

Di-

Diviso mediorum producto per primum terminum, quotiens in communibus leucis exprimet mediam centrorum telluris, & lunæ distantiam: in data parallaxi siquidem supponitur lunæ in media a tellure distantia.

Sumpto radio in hexapedis res est tantum aliquantulum accuratior, quod sane minimi momenti est.

NOTA. Linea AH horizontem sensibilem refert, ut CV rationalem. Hi horizontes in cælo V congruunt, & promiscue sumi possunt.

Si tamen velis lunam, aut solem in X in horizonte rationali, tunc angulus V X r erit angulus parallaxeos datæ; & in triangulo parallactico X A C innotescet angulus datus X, angulus C rectus, & latus A C, radius terrestris: His tribus notis invenietur latus A X, distantia observatoris A ab astro X in horizonte rationali ad sensum æqualis distantia CX ita, ut alterutra sine sensibilis erroris metu promiscue sumi possit. Hæc, ut patet, & præcedens, & sequens problema respiciunt.

1221. PROBLEMA II. Dato radio terrestris, & horizontali parallaxi solis, ejus a tellure distantiam invenire. (Fig. 13)

SOLUTIO. Sit solis centrum H in ipso horizonte, ubi semel est quotidie, & modo esse supponitur. Sit angulus parallacticus CHA, vel CHA secundorum 10 (1219). Problematis solutio eadem est, quæ præcedentis: tantum sinus parallaxeos solis sinui parallaxeos lunæ est substituendus.

I. Ponamus primo solis parallaxin = 10". Ad habendum sinum hujus anguli parallactici cape sinum 10" (*Math.* 717). Habebis ergo in triangulo A H C analogiam (*Math.* 702); sinus notus anguli H ad latus oppositum, & notum A C; ut sinus notus anguli recti A ad latus oppositum, & ignotum C H. Arithmetice.

$$43483 : 3279985 :: 1000000000 : x,$$

Di.

Diviso mediorum producto per primum terminum, dabit quotiens in hexapedis latus CH, seu mediam solis a tellure distantiam: supponitur enim sol in hac media distantia.

Est *media hac solis a tellure distantia* ex calculo hexapedarum ferme 67, 464, 573, 355; seu leucarum communium ferme 29, 499, 157.

II. Posita solis parallaxi $10''$, $30'''$, erit angulus $H = 10''$, $30'''$; cujus sinus erit 48483 + 2434 = 50907 (*Math.* 717). Ex sequenti analogia; 50907 : 3269985 :: 1000000000 : x , habebis latus C H hexapedarum 64, 234, 486, 416, quæ dant leucas communes ferme 28, 086, 789.

Hinc apparet quanti sit accuratam solis parallaxim habere: nam dimidium secundum additum, aut demptum in hac parallaxi diversitatem infert leucarum quindecies centies millium, & ultra in telluris a sole distantia.

III. Ponamus modo, parallaxin horizontalem = $8''$, $30'''$, habebimus angulum $H = 8''$, $30'''$, cujus sinus est 38787 + 2424 = 41211 (*Math.* 717). In triangulo parallaſtico ACH habebitur analogia; sinus notus anguli H est ad latus oppositum notum AC; ut sinus notus anguli recti A est ad latus oppositum, & ignotum CH (*Math.* 702; & arithmetice,

41211 : 3269985 :: 1000000000 : x . Mediorum producto per primum terminum diviso emerget quotiens exprimens in hexapedis latus CH, seu mediam telluris a sole distantiam: in data enim parallaxi sol ad hanc mediam distantiam supponitur. Hoc calculo *media solis a tellure distantia* est hexapedarum 79, 347, 382, 903, five leucarum communium 34, 694, 964.

COROLLARIUM. Distantia media telluris a sole est saltem leucarum 28, 186, 789; ad summum leucarum 34, 694, 903; & sumpta parallaxi $10''$, erit leucarum 29, 499, 157. Possunt tres hæ mensuræ ad eundem leucarum numerum redigi, quæ singulæ inæquali hexapedarum

rum

rum numero constare supponentur. Ponamus mediam hanc solis a tellure distantiam leucarum 30000000.

Posita parallaxi $10''$, $30''$, quæ nimia est, distantia media leucas continebit 30000000, quarum singulæ constabunt hexapedis 2140.

Posita parallaxi $10'$, distantia hæc leucarum 30000000, leucas habebit constantes hexapedis 2250.

Posita parallaxi $8''$, $30''$, leucis illa 30000000 constabit singulis hexapedarum 2645.

Sumpto inter postremas duas parallaxes medio quodam, fortasse accuratius distantia hæc obtineretur.

Distantia terra a sole.

1222. OBSERVATIO. Distantia mediasolias a terra est ipsa terræ a sole distantia in ellipsi a tellure quotannis circa solem descripta.

Curva C E G T telluris orbitam referat circa solem S immobilem; cuius excentricitas OS est 168 diametrorum terrestrium (1186), leucarum scilicet ferme 404000, (Fig. 23)

I. Tellus in C, aut in G in sua media a sole distantia ab eo distabit leucis ferme 3000000. Ibi tellus est initio veris, & autumni, quum scilicet libram, & arietem ingreditur.

II. Tellus E in minima a sole distantia ab eo minus, quam in C distabit leucis ferme 404000. Ibi tellus est hyeme ad boream æquat- ris in signis borealibus; ut mox explicabimus. (1224)

III. Tellus in T in maxima a sole distantia ab eo distabit magis, quam in E leucis ferme 808000. Ibi tellus est æstate ad austrum æquatoris sub signis australibus, aliquanto magis, quam hyeme a sole distans.

IV. Distantia media CS, vel GS bis sumpta axi primo T O E terrestris orbitæ æqualis est (1176): æquat ergo axis primus 20000 telluris diametros, seu leucas ferme 6000000.

1223. NOTA I. Planetarum, & quorundam cometarum parallaxis eadem methodo, eodemque calculo eorum a terra distantiam prodest; non tamen eorum a sole distantiam, quæ alia ratione est investiganda.

Inventa media telluris a sole distantia ex ejus parallaxi, invenietur *media planetarum primariorum, & cometarum a sole distantia* ope secundæ legis Keplerianæ mox tradendæ. Semel accurate statuta media hæc telluris a sole distantia facile calculo exhibet planetarum, aut cometarum, quorum nota sit revolutio periodica circa solem, mediam ab ipso distantiam. (1263)

1224. NOTA II. Observationibus astronomicis constat, (*) apparentem solis, & lunæ diametrum, tum & planetarum modo majorem esse, modo minorem. Exempli causa, apprens solis diameter, ceteris paribus maxima est in capricorno, minima in cancro, media in ariete, & libra. Horum ratio est, quia apprens ejusdem objecti diameter & major est, quo objectum est spectatori propinquius (918); sol vero, luna, & planetæ modo perigei sunt, modo apogei.

Hinc apparet cur dixerimus, *solem a terra magis æstate distare, quam hyeme*. Quum enim ex observationibus solis diameter major appareat hyeme in capricorno, quam æstate in cancro; jam sol in capricorno telluri propinquior erit, quam in cancro. Ergo *axis primus orbita telluris a borea in austrum vergit*. Ergo *sol hujus orbita focus borealem occupat*; ut in figura quarta exhibetur.

Ex tabulis astronomicis Hirii apprens solis diameter in magnitudine media est minutorum

32,

(*) *Volfius* tomo III. numero 554.

32, 10" : lunæ diameter variat a minutis 29, 30" ad 33, 30".

- Apparentes planetarum inferiorum, & superiorum diametri ita variæ sunt pro diversa eorum ad tellurem positione, ut earum magnitudo generatim definiiri nequeat.

Solis vera; & apparens diameter.

125. PROBLEMA. *Data solis a tellure distantia, ejusque diametro apparente, veram invenire. (Fig. 21).*

SOLUTIO. Sit $S A$ solis a tellure distantia leucarum 30000000; $C A B$ angulus apparentis solis diametri mensura minorum 32, 10".

I. A puncto A , unde apparens solis diameter observatur, ducta sit linea $A S$ ad centrum solis. Hæc solis diametro $C S B$ perpendicularis & veram solis diametrum $C B$, & angulum $C A B$ bifariam secat.

Ita habeo triangulum $C S A$ in S rectangulum, in quo notum est latus $S A$, distantia data: notus quoque angulus $C S A$ rectus: angulus $C A S$ anguli dati dimidius; & angulus $A C S$ supplementum ad duos rectos. Datur ergo ex theoria sinuum (*Math.* 702), hæc analogia: sinus notus anguli $C A S$ est ad latus oppositum, & ignotum C ; ut sinus notus anguli $A C S$ ad latus oppositum, & notum $A S$. Latus $C S$ est ipsa dimidia solis diameter.

II. Facile hæc analogia arithmetice exhibetur sinus duobus zero augendo (*Math.* 718). Sinus anguli $C A S$ 16, 5" est = 4654200 + 24242 = 4678442. Sinus anguli $A C S$ 89°, 43', 55" = 999989100: latus $A C$, distantia telluris a sole, est ferme leucarum 30000000. Ergo 4678442 : x :: 999989100 : 30000000.

Diviso extremorum producto per medium notum habes 140355 numerum leucarum lateris $S C$,

SC, quod bis sumptum totam dabit solis diametrum G S B. Hoc calculo solis semidiameter S C leucas continet 140355; tota vero diameter G S B leucas 280710.

Si ponatur telluris a sole distantia leucarum 30000000, quæ singulæ constant hexapedis 2340, ut ferme est (1221); leucæ 280710, diametri solaris mensura, constabunt singulæ ipsæ quoque hexapedis 2340: quæ ferme 100 diametros medias telluris efficiunt; quum media telluris diameter sit ferme leucarum 2860, quæ singulæ hexapedis constant 2287. Est ergo solis diameter centies ferme diametro telluris major, ut alibi innuimus (1190).

1226. NOTA. I. Si supponatur angulus M D N esse angulus notus a solis, aut lunæ, aut Jovis aut cometæ diametro subtensus (Fig. 21),

Data planetæ, aut cometæ a tellure distantia L D, eadem methodo, eodemque calculo invenietur vera planeta, aut cometa diameter. Hac ratione ex apparente planetarum diametro M L N optimis instrumentis dimensa vera quoque diameter inventa fuit. Alibi harum diametrorum veram magnitudinem dedimus (1190), quales observationibus haberi possunt, quæ maximam diligentiam postulant, & in quibus error vel minimus magnas in supputationem inducit diversitates.

Nota vera cælestis alicujus orbis diametro, facile ejus peripheria, superficies, & soliditas quam proxime invenietur (*Math.* 480, 577, 608).

II. Eadem methodo satellitis a planeta centro distantiam proxime invenies. Exempli causa quum satelles *n* convertitur in curva *n m n*, radio L T perpendiculari, angulus D L *n* rectus est. Capto angulo L D *n*, habebitur analogia: sinus notus anguli L D *n* est ad latus oppositum, & ignotum L *n*; ut sinus notus anguli L *n* D ad latus oppositum, & notum L D. Ita in-

ve-

Theoria phaenomenorum caelestium: 121
 invenies latus Ln satellitis a planetæ centro
 distantiam.

Si angulus DLn non sit rectus, ejus valor
 accuratissimis, & laboriosis observationibus in-
 vestigandus erit: tunc eadem utemur theoria,
 & analogia, iis tantum mutatis, quæ anguli
 DLn diversitas postulat. Passim satellitis a pla-
 netæ centro distantia in planetæ ipsius diame-
 tris tantum enunciari solet, ut alibi indicavi-
 mus (1199).

CAPUT SECUNDUM.

REFRACTIO ASTRONOMICA.

1227. OBSERVATIO. **V**idimus alibi (1044),
 radios lucis oblique in atmosphæram inciden-
 tes ad terræ centrum refractione inflecti; unde
 oritur illusio optica, quæ in observationibus
 consideranda est. Exempli causa (fig. 95. *romi*
præcedentis).

Posito oculo in a , radius lucis Dda veniens
 a puncto D , & atmosphæram $d m v n d$ ingrel-
 sus ad terram refringitur; quare objectum D
 videtur in P (912) ipsi zenith propius, quam
 re ipsa sit.

1228. COROLLARIUM. *Hinc refractionis*
effectus parallaxeos est effectui oppositus.

EXPLICATIO. Parallaxis, & refractionis ob-
 jectum extra verum locum opticum exhibent;
 parallaxis illud horizonti propius; refractionis illud
 ipsi zenith propius exhibet. Exempli causa.
 (Fig. 13).

Si Astrum observatur in I , verus ejus locus
 opticus (1210) erit in n : parallaxis illud ex-
 hibebit in m horizonti propius: refractionis illum
 ostendet in R aliquanto supra m , & ipsi zenith

Phys. Tom. IV.

F

pro-

propius. Ut ergo vera astri parallaxis habeatur, parallaxi inventæ addenda est quantitas Rm , qua refractionis illam minuet; parallaxis enim inventa esset major mn , nisi radii ab astro venientes in atmosphæra terrestri refringerentur.

Refractionis variationes.

1229. **OBSERVATIO.** Observationibus omnibus constat (*fig. 13*):

I. Nullam dari refractionem in vertice Z . Radius enim, quo tunc observator astrum videt, est atmosphære perpendicularis: lux vero in medium quodvis perpendiculariter incidens non refringitur (987).

II. Refractionem maximam esse, astro in horizonte sito. Radius enim, quo astrum videtur, longiore via vim refringentem subit, qua ad terræ centrum inclinatur (1045, V.).

III. Refractionem ab horizonte ad zenith magis magisque imminui. Radius enim, quo astrum videtur, eo minorem atmosphære partem traiecit, quo vertici propius est. In sequenti tabula accuratissima, quantum fieri potest, refractionis ab horizonte ad zenith imminutionem invenies.

IV. Refractionem eandem esse astris quibuscumque æque supra horizontem elevatis. Neque enim ab astri distantia, aut lucis copia refractionis procedit, sed unice a vi atmosphære refractiva, quæ in radium, undecumque veniat, exercetur.

V. Eiusdem astri refractionem ad idem cæli punctum non semper eandem esse; aeris enim refringentis modo magis, modo minus densi, & vaporibus imbuti vicissitudinibus subesse debet.

1230. **COROLLARIUM.** Quum refractionis major in horizonte sit, quam supra, *sol*, & *luna* in horizonte elliptici erunt; & minor diameter erit verticalis. Radii enim a limbo inferior-

rio-

riore venientes magis superioribus refringentur. Vides jam, si astra hæc majora apparent in horizonte, quam supra; hoc refractioni non esse tribuendum, quum potius oppositum parere debeat. Phaenomenon ergo ab alia causa alibi exposita procedit (956).

Parallaxis huic diminutioni diametri verticalis astri in horizonte aliquantum opponitur; quum enim parallaxis horizontalis sit omnium maxima (1215), limbus inferior majorem superiore parallaxim subit; quare limbi hi paulum hac ratione distrahuntur.

1231. *NOTA.* Quum ad accuratas astrorum observationes omnino necessaria sit refractionis cognitio; plerique recentiores astronomi huic physicae parti veteribus ignotæ summo studio operam dederunt. Experientia norunt:

I. Refractionem horizontalem esse in dies maxime variam, quum aliquando sit minorum 32, vel 33, aliquando 36, vel 37 (1045, 1229).

II. Refractionem quoque in dies variam esse ad altitudinem usque graduum 10, 12, 15. Quare observationes astri nimis horizonti propinqui suspectæ sunt.

III. Ad gradus 45, refractionem minutum unum fere non excedere; inde vero uniformem ad zenith usque decrescere, ubi nulla est.

Tabulam subiicimus ex Bradlejo, & Lalandio, in qua refraçtio astronomica ad omnes astri cujusque altitudines in minutis, secundis, & tertiis quantum fieri potest accuratissima describitur.

Altit. | Tabula refractionum astronomicarum ab
 appar. | horizonte ad zenith.

Altit.	Refr.	Altit.	Refr.	Altit.	Refr.	Altit.	Refr.
G.M.	M.S.T.	G.M.	M.S.T.	G.M.	M.S.T.	G.M.	M.S.T.
00	33 0 0	4 0	11 51 1	9 0	5 48 5	18 30	2 48 6
05	32 10 4	4 20	11 28 9	9 10	5 42 4	19 0	2 43 9
10	31 22 2	4 30	10 48 0	9 30	5 30 9	20 0	2 35 1
15	30 35 4	4 40	10 29 2	9 40	5 25 5	20 30	2 31 0
20	29 49 7	4 50	10 11 3	9 50	5 20 0	21 0	2 27 2
30	28 22 3	5 0	9 54 3	10 0	5 14 8	21 30	2 23 6
32	28 48	5 10	9 38 2	10 15	5 7 3	22 0	2 20 3
36	27 30 3	5 20	9 22 8	10 30	5 0 1	33 0	2 13 7
40	26 59 7	5 30	9 8 0	10 45	4 53 2	24 0	2 7 4
50	25 41 8	5 40	8 54 0	11 0	4 46 6	25 0	2 1 6
		5 50	8 40 6	11 15	4 40 3	26 0	1 56 2
1 0	24 28 6	6 0	8 27 8	11 30	4 34 3	27 0	1 51 2
1 10	23 19 8	6 10	8 14 9	11 45	4 28 6	28 0	1 46 6
1 20	22 15 2	6 20	8 2 8	12 0	4 23 2	29 0	1 42 4
1 30	21 14 7	6 30	7 51 1	12 20	4 16 1	30 0	2 38 4
1 40	20 17 9	6 40	7 40 3	12 40	4 9 4	31 0	1 34 6
1 50	19 24 8	6 50	7 30 2	13 0	4 3 0	32 0	1 31 0
2 0	18 35 0	7 0	7 20 5	13 20	3 56 9	33 0	1 27 6
2 10	17 48 4	7 10	7 11 1	13 40	3 51 1	34 0	1 24 4
2 20	17 45	7 20	7 2 1	14 0	3 45 5	35 0	1 21 4
2 30	16 23 8	7 30	6 53 4	14 20	3 40 1	36 0	1 18 5
2 40	15 45 4	7 40	6 45 1	14 40	3 34 9	37 0	1 15 7
2 50	19 9 4	7 50	6 37 1	15 0	3 29 9	38 0	1 13 0
3 0	14 35 6	8 0	6 29 4	15 30	3 23 7	39 0	1 10 4
3 10	14 39	8 10	6 22 0	16 0	3 16 9	40 0	1 7 9
3 20	13 34 1	8 20	6 15 2	16 30	3 10 5	41 0	1 5 5
3 30	13 6 2	8 30	6 8 0	17 0	3 4 5	42 0	1 3 3
3 40	12 39 6	8 40	6 1 3	17 30	2 58 9	43 0	1 1 1
3 50	12 14 6	8 50	5 54 8	18 0	2 53 6	44 0	0 59 3

Al-

Altit. Refr.		Altit. Refr.		Altit. Refr.		Altit. Refr.	
G.M.	M.S.T.	G.M.	M.S.T.	G.M.	M.S.T.	G.M.	M.S.T.
45 0	0 57 0	57 0	0 36 8	69 0	0 21 7	81 0	0 9 0
46 0	0 55 0	58 0	0 35 5	70 0	0 20 6	82 0	0 8 0
47 0	0 53 1	59 0	0 34 2	71 0	0 19 5	83 0	0 7 0
48 0	0 51 2	60 0	0 33 0	72 0	0 18 4	84 0	0 6 0
49 0	0 49 4	61 0	0 31 7	73 0	0 17 3	85 0	0 5 0
50 0	0 47 6	62 0	0 30 4	74 0	0 16 2	86 0	0 4 0
51 0	0 45 9	63 0	0 29 1	75 0	0 15 1	87 0	0 3 0
52 0	0 44 2	64 0	0 27 8	76 0	0 14 0	88 0	0 2 0
53 0	0 43 6	65 0	0 26 5	77 0	0 13 0	89 0	0 1 0
54 0	0 41 1	66 0	0 25 3	78 0	0 12 0	90 0	0 0 0
55 0	0 39 6	67 0	0 24 1	79 0	0 11 0		
56 0	0 38 2	68 0	0 23 9	80 0	0 10 0		



§. V.

LUNA, ET EJUS ECLIPSES.

1232. OBSERVATIO. **A**strum noctis, *Luna*, unus est ex planetis secundariis omnium maxime ad nos spectans. Duodecies, aut terdecies circa terram sui motus centrum ab occidente in orientem in consequentia signorum convertitur directione *A B C D A*; dum tellus, quæ ipsam secum asportat, semel circa solem sui motus centrum convertitur in ecliptica directione *T U X Z V* (*fig. 32*).

Majus negotium lunæ theoria, quam reliquum cælum universum astronomis facessivit. Magnus Neutronus omnium primus verum principium physicum detexit suorum motuum omnium adeo specie irregularium, qui tamen omnes a generali attractionis principio descendunt. Quare modo lunæ theoria calculo ita exacte subjecta est, ac illa, quæ omnium simplicissima, ac maxime regularis habeatur. Quæ in lunæ theoria præcipua sunt tradere pergitur.

Luna phasæ.

1233. DEFINITIO. *Luna phasæ* dicuntur varii illi aspectus, quibus nobis sese exhibet dum circa tellurem *T* revolutionem suam perficit. *A B C D A* (*fig. 22*).

I. Quum luna est in *A* inter tellurem *T*, & solem *S*, est *novilunium*. Pars lunæ illustrata tota ad solem conversa est, & nobis occulta.

II. Quum luna est in *B* distans a sole gradus 90 *S T F*, est *primus luna quadrans*, seu pri-

ma:

Theoria phenomenon calcestrum. 127
ma quadratura (1191). A tellure apparet dimidius ejus discus, qui ad occidentem vergit, illustratus.

III. Quum luna est in C a sole distans gradus 180 STF + FTG, est *plenilunium*. Si luna C sit extra telluris umbram, totus ejus discus illuminatus e tellure visibilis est.

IV. Quum luna est in D a sole distans gradus 90 STH, est *ultimus quadrans*, sive *altera quadratura*. Lunæ discus dimidius ad orientem vergens illuminatus e tellure conspicitur.

Luna discus dicitur dimidia ejus superficies sphærica, quæ ratione distantie convexitatem distinguere vetantis nobis apparet planum circulare, modo obscurum, modo illuminatum, modo partim, & partim.

Sua orbita inclinatio.

1134. Si lunæ orbita ABCDA plano eclipticæ TVXZT imponeretur, lunæ centrum semper esset in plano eclipticæ, sicuti telluris, & solis centrum. Luna in quavis revolutione ABCD solem in A obtegeret, & a tellure in C eclipsim pateretur. In sua enim conjunctione A, & in sua oppositione C esset in recta per tria solis, telluris, & lunæ centra transeunte (fig. 22).

At non ita res procedit. Lunæ orbita ABCDA semper eclipticæ TVXZT inclinata est. Primæ planum alterius planum secat sub angulo vario a gradibus 5, ad gradus 5, 18, cujus amplitudo media est graduum 5, 9. (fig. 18). Si ATB sit planum eclipticæ, erit ATM angulus inclinationis lunaris orbitæ MNM.

Curva ABCDA, quam in quavis revolutione circa tellurem luna percurrit, in duobus punctis eclipticam secat, quæ *luna nodi* nuncu-

pantur. Hi semper sunt in plano eclipticæ: reliqua orbita extra est; dimidia ad austrum, altera dimidia ad boream eclipticæ (Fig. 22).

Luna itaque in quavis revolutione ABCDA, *abcd*a modo ad eclipticæ austrum est, modo ad boream; & in quavis revolutione circa tellurem bis per eclipticæ planum transit; semel ab austro ad eclipticæ boream in *nodo ascendente*; semel a borea ad austrum eclipticæ in suo *nodo descendente*. Nodi hi orbitæ lunaris mobiles sunt, & retrogradi, ut mox explicabimus.

Ejus vis perturbatrix.

1235. OBSERVATIO. Planetæ primarii in periodica revolutione circa solem duplici tantum vi sensibili ciuntur: *vi projectionis*, qua per curvæ tangentem ferri nituntur; & *vi gravitatis* in solem, qua per curvæ radium ad solis centrum unicum, & commune suorum motuum centrum trahuntur; ut alibi jam explicavimus, (360), & subinde fusius etiam explicabimus (1285).

Luna in periodica sua revolutione circa tellurem duobus similibus viribus agitur: *vi projectionis* A P, qua per curvæ tangentem nititur, & *vi gravitatis* A T, qua per radium suæ curvæ ad terræ centrum peculiare sui motus ABCDA centrum circa tellurem T trahitur. (Fig. 22).

Si luna in revolutione sua circa tellurem his tantum viribus ageretur, ejus motus, ut & planetarum primariorum, regularis esset: ejus curva ABCDA, *abcd*a semper æque, & eadem directione compressa esset, & oblongata, & æque semper eclipticæ plano inclinata. Verum luna, ut planetæ omnes primarii, in centrum solis gravitat. Quare in sua revolutione circa tellurem *tertio vi* attractionis in solem agitur, quæ

quæ telluris attractioni modo favet, modo ob-
sistit. Hinc *vis perturbatrix*, & constans ano-
malix in suis motibus causa.

I. Ex theoria motus constat; lunam circa tel-
lurem curvam describere dumtaxat ex vi cen-
trali, qua perpetuo ad terram trahitur, & ne
per tangentem abeat detinetur.

II. Luna, ut planetæ primarii, in solem ten-
dit; at quum vis hæc telluris attractione mi-
nor sit, vis major minorem superat; & luna
planetæ suo primario addicta permanet.

III. Attractio solis in lunam victa est, non
extincta; quare effectum suum parere debet, lu-
næ scilicet nisum tellurem versus augere, aut
minuere, aut distrahere pro diversa lunæ ad so-
lem, & tellurem positione.

IV. Attractio solis in lunam augetur, aut
minuitur in duplicata inversa ratione distantix
lunæ a sole (84): satis ergo inæqualiter luna
modo soli propinquior, modo ab illo remotior
ejus vim sentire debet.

V. Attractio telluris in lunam semper motui,
quo per tangentem nititur, ferme perpendicu-
laris est: tota ergo telluris attractio semper in
lunam agit.

Non ita solis attractio, quæ motui projectili
lunæ per tangentem modo perpendicularis est,
modo parallela, modo obliqua; diversos ergo
in luna pro diversa directione effectus vis hæc
parere debet, ut explicabimus, lunam in ecli-
pticæ plano, & extra illud considerantes.

Vis perturbatrix in eclipica.

1236. EXPLICATIO. Lunam primo in ecli-
pticæ plano consideremus, ubi in quavis revo-
lutione bis invenitur; & orbita L O P C cum
plano eclipicæ congruere supponatur (fig. 15).

I. Quum luna est in conjunctione in C
plano eclipicæ, & latitudine carens, soli est

F 5

tel-

tellure propinquior diametris terrestribus 30 (1220). Fortius ergo tellure T solis vi attractiva luna in solem trahitur, quæ vis semper est in duplicata inversa ratione distantiae corporum attractorum C, & T (1273). Major hic lunæ C nisus in solem S fit minor eius nisus in tellurem T; & tantundem lunæ C in tellurem T gravitas minuitur.

II. Quum luna est in oppositione in O in plano eclipticæ, & latitudine carens, magis tellure a sole distat diametris terrestribus fere 30. Luna ergo in O minus tellure T in solem S attrahitur; & hic major telluris T in solem nisus tellurem ipsam tantundem subtrahit ab effectu nisus lunæ in tellurem; seu sit re ipsa in luna minor gravitas in directione OTS in tellurem T.

III. Quum luna est in L in prima sua quadratura, in plano eclipticæ, & latitudine carens solis attractionem LS subit. Hæc obliqua lunæ L, & a diagonali parallelogrammi L T S E representata in duas inæquales resolvitur (351): harum prima L E nititur lunam in E deferre: altera L T lunam nititur deferre in T. Ergo solis attractio LS partim lunam L ad centrum T terræ trahit, adeoque lunæ in terram gravitatem auget. Idem eadem ratione lunæ in P, altera quadratura, in plano eclipticæ contingit.

1237. NOTÆ. Ex his sequentia procedunt, quibus plura naturæ phaenomena explicantur.

I. Solis attractio in lunam ejus in tellurem gravitationem minuere debet in syzigiis, augere in quadraturis. In quadraturis enim L, & P solis attractio LS resolvitur in vires duas LT, LE, quarum altera L T lunam ad terram urget; quod non præstat in syzigiis C, O; ut ostendimus.

II. Hac solis attractione luna gravitas magis minuitur in syzigiis, quam augetur in quadraturis. Augmentum enim gravitatis lunæ in tellurem

lurem exhibetur linea LT, vel PT; in syzi-
giis vero gravitatis imminutionem exhibet dif-
ferentia quadratorum distantiarum TS, CS, vel
TS, OS. Atqui calculo innotesceat distantiam
TS esse ad distantiam CS ferme ut 333 ad 332;
notum quoque est distantiam inter quadrata duo-
rum numerorum, qui unitate differant, esse fer-
me duplam differentię numerorum (*Math.* 127),
quę hic est TC, vel TO. Quare differentia
quadratorum linearum, seu distantiarum CS,
TS, sive OS, TS est ferme 2 TC, vel 2 TO.

Hinc sequitur, *imminutionem gravitatis luna
in tellurem in syziigiis ferme duplum esse aug-
menti ipsius gravitatis in quadraturis.* Quare,
pensatis pensandis, gravitas lunę in tellurem
in integra revolutione a solis attractione magis
imminuitur, quam augeatur; & in quavis re-
volutione magis luna ad solem attrahitur, quam
ab hac solis actione tellurem versus urgeatur:
hinc causa constans apta ejus circa tellurem
conversionem perturbare. Ex calculo apparet,
actione solis in lunam ejus naturalem gravita-
tem in tellurem augeri in quadraturis parte fer-
me centesima septuagesima octava, minui vero
in syziigiis dupla quantitate, nempe parte trige-
sima quinquagesima sexta.

III. *Solis attractio luna velositatem modo ac-
celerare debet, modo retardare.* Quum enim lu-
na a C. in L. fertur, major ejus in solem nifus
ex majori propinquitate magis ejus velocitati ob-
sistet; quum vero pergit ab L. in O, ejus minor
in solem nifus ex majori distantia minus ejus
velocitati obsistet. Quare hic tantum effectu a-
ctionis solis in lunam considerato, lunę veloci-
tas imminui debet a prima conjunctione C. ad
primam quadraturam L. in primo sui mensis qua-
drante, deinde augeri a quadratura L. ad opposi-
tionem O. in altero sui mensis quadrante: ite-
rum minui ab oppositione O. ad alteram quadra-
turam P, in tertio sui mensis quadrante: ite-

132 *Theoria phaenomenorum celestium.*
 rum augeri ab hac quadratura P ad conjunctionem C in postremo sui mensis quadrante.

IV. *Et si luna in solem gravitas major sit in quadraturis, quam in syzigiis; non propterea luna orbita depressa esse debet ad quadraturas, elongata ad syzигias; imo oppositum evenit.* Quum enim lunæ gravitas in tellurem major sit in L, quam in O, jam magis, & frequentius projectilem lunæ motum LV ad terræ centrum inflectere debet. Quare motus projectilis LV fortius, & frequentius inflexus, non jam directionem capiet Lx, sed magis curvam Lr, & lunam telluri admovebit. Si ergo supponemus, lunam moveri cœpisse in circulo LOPC, attractio solis illam moveri coegisset in ellipti LaPb, cujus axis primus semper dirigeretur ad quadraturas, si immobilis esset.

V. Luna in B a sole attrahitur magis, quam tellus remotior; at hic attractionis excessus, quem luna perfert in B, non totus infumitur in illa a tellure removenda, & ad solem adducenda. Vis enim BS lunam in solem attrahens est lunæ obliqua, & in duas resolvitur, quas perpendere oportet.

Si TS exprimat telluris gravitatem in solem, producenda erit BS in D, ut BD lunæ gravitatem in solem referat: & parallelogrammum BRDF complendum, cujus BD erit diagonalis. Tunc apparebit, vim BD, quæ oblique lunam in solem trahit, in duas resolvi, alteram BF æqualem, & parallelam ipsi TS gravitati telluris ipso solem, quæ eadem directione agit, adeoque nullam in lunæ motu projectili mutationem parit: alteram BR, quæ est ipsa vis perturbatrix, & cujus effectus idem est, qui duarum virium BM, BN simul agentium (346). Ex hac vi perturbatrice BR in duas divisa BM, BN oritur in luna in B & imminutio gravitatis ipsi BM æqualis; & velocitatis, seu motus projectilis augmentum æquale ipsi BN, posita luna e tenita a P in C.

VI.

VI. Si ad omnia lunaris orbita puncta construat^r figura similis constructa ad punctum B, apparebit luna velocitas in punctis omnibus perturbata a vi simili ipsi BN, inaequaliter tamen pro ratione obliquitatis actionis solis. Vis BN lunæ motum projectilem iuvat pergentis a B in C; illi noceret si a B in P procederet; magis vero motui huic projectili favet, aut nocet, quo major est; & vicissim.

VII. Quatuor in orbita lunari puncta sunt, in quibus vis BM nulla est: in ceteris omnibus lunæ gravitatem in tellurem auget, aut minuit. Nam quo luna quadraturæ P propior erit, eo magis linea BF, quæ semper ipsi TS æqualis fieri debet, attolletur TP versus; & eo minor erit angulus TBF. Linea BR vim perturbatricem referens, & hic angulum faciens obtusum RBT, antea cum BT inter P, & B angulum rectum effecerat: in aliis positionibus cum eodem radio lunæ vectore angulum acutum efficiet. (Fig 15, & 17)

Quum vis BN in velocitatem influens, & vis BM in lunæ gravitatem influens inter se angulum rectum Ar efficiunt; vires hæ duæ sibi nec adversantur, nec favent ad lunæ a suæ orbitæ centro T distantiam immutandam (348): diagonalis inter vires has duas conspirantes in ipsam lunæ orbitam cadit. Contingit hoc in quatuor lunaris orbitæ punctis, nempe A, B, D, F hinc inde a syzigiis gradus 54, 44'. (fig. 17)

Quum eadem vires BN, BM angulum obtusum BR efficiunt, diagonalis BR lunam extra suam orbitam in R trahit: tunc vis BM lunæ gravitatem in tellurem imminuit. Contingit hoc in totis arcubus AGB, & DOF.

Quum eadem vires BN, BM efficiunt angulum acutum Lr, diagonalis inter vires has conspirantes planum orbitæ lunaris ingreditur, illucque lunam trahit. Tunc vis BM lunæ gravita-

134. *Theoria phenomenon celestium.*
 vitem in tellurem auget. Hoc lunæ contin-
 git in totis arcibus BLD, FPA. (Fig. 17)

Arcus BLD, FPA minores sunt arcibus
 DOF, ACB: primi enim continent tantum
 gradus 141, 4'; postremi gradus continent 218,
 36'. Quare solis vis attrahens diutius, & for-
 tius lunam ad solem, quam ad tellurem urget;
 adeoque luna in solem nifus in quavis integra
 revolutione verus est, & positivus.

Vis perturbatrix extra eclipticam.

1238. EXPLICATIO. Lunam modo extra ec-
 clipticæ planum consideremus in syzigiis, in qua-
 draturis, & in intermediis. (Fig. 14)

Pater, lunam in A, vel in B extra eclip-
 ticæ NRM planum tum in syzigiis, tum in
 quadraturis adhuc vim perturbatricem solis pati,
 quæ telluris in lunam attractioni modo favet,
 modo adversatur. Hæc solis attractio semper lun-
 æ extra eclipticam positæ obliqua in duas re-
 solvitur, quarum altera lunam ad eclipticæ planum
 trahere nititur, altera ad solem. Exempli
 gratia: sit luna A in oppositione gradus quatuor
 aut quinque supra, aut infra eclipticæ planum
 STMRN, in quo semper telluris, & solis
 centra sunt. Hoc secet lunæ orbita AMBNA
 in punctis duobus M, N, qui ejus nodi erunt.

I. Si luna in A extra planum eclipticæ mo-
 tu projectili AC, & centripeta AT careret,
 & solam sentiret solis attractionem AS: luna
 rectam AS percurreret ad solem S, simul & ad
 eclipticæ planum NRM accedens. Hæc itaque
 solis actio in lunam A motum æquivalenter du-
 plum illi communicaret: nifum scilicet in solem
 & in planum eclipticæ. Hæc ergo solis actio
 in lunam in A positam duabus viribus conspi-
 rantibus AZ, AT æquivaleret, quibus mobile A
 diagonalem AS parallelogrammi ATSZ percur-
 reret. Solis ergo actio AS in lunam A in duas

vires resolvitur, quarum altera AZ lunam ad solem trahere niteretur; altera AT lunam ad eclipticae planum, a quo gradus nonnullos distare supponitur, adducere niteretur.

II. Verum luna in A & vim projectilem sentit, qua agitur per tangentem AC ; & telluris attractionem, qua per radium AT trahitur; & solis attractionem, qua directione AS urgetur. Ex tribus his viribus ejus curva $AMBN$ gignitur eclipticam modo secans in MN , Primæ duæ vires semper ad angulos rectos oppositæ invicem tota activitate perpendiculariter colluctantur: tertia ambabus illis fere semper obliqua: in duas resolvitur, nec semper totam suam energiam exerit.

Ponamus tres has vires simul tota energia in lunam agere: eam dato tempore ab A in M deducunt. Jam vero si virium una non tota ageret in deducenda luna per arcum AM , sed partim impenderetur in motu lunæ inflectendo ad MKN ; luna dato hoc tempore ad m , non ad M ferretur; pars enim virium, quibus in M deduci deberet, in ea ab M ad m deducenda impenderetur.

III. Atqui trium virium una, perturbatrix scilicet attractio solis, partim impenditur in luna A ad eclipticae planum MKN trahenda; pars scilicet AT attractionis perturbatricis ZAT quæ telluris attractioni conspirans, & in vim projectilem AC colluctans perpetuo magis magisque vim hanc projectilem ad eclipticae MKN planum adigit, & lunam ad plani hujus punctum m trahit minus distans, magisque occidentale, quam punctum M . Vis ergo perturbatrix lunam extra eclipticae planum positam perpetuo ad hoc planum trahere nitetur.

I. Idem lunæ contingit in conjunctione ad punctum B gradibus quatuor, aut quinque supra, aut infra planum eclipticae. Si luna in B solam perturbatricem solis attractionem sentiret, per-

cur-

curreret diagonalem BS parallelogrammi $BSTV$ ad solem S , & ad eclipticæ planum NR TS simul accedens. Vis ergo perturbatrix quum a duobus parallelogrammi lateribus VB , BT exhibeatur, ejus pars BT cum telluris attractione luctatur in vim projectilem BD : vires ergo hæ duæ simul lunæ curvam inflectent, eamque prope planum eclipticæ deferent ad punctum n minus distans, magisque occidentale, quam punctum N .

V. Eadem quoque haberetur attractionis perturbatricis resolutio, si puncta A & B non in syzigiis essent, sed in quadraturis. Actio solis AS , vel BS partim insumeretur in luna ad solem attrahenda, partim in luna versus eclipticæ planum adducenda. Re vero ipsa in quadraturis major attractionis solaris pars insumitur in lunæ motu eclipticæ planum versus inflectendo, & in ejus nodis magis retrogradis efficiendis.

VI. Non tamen ex dictis de attractionis solaris resolutione, & actione sequitur, lunæ orbitam tandem debere totam in eclipticæ plano statui. Quantum enim lunaris orbita una directione inflectitur in sua parte MAN , tantundem ferme directione opposita inflectitur in sua parte NBM : eadem itaque semper ferme inclinatio permanet.

Plura hac de re geometricè fusiùs pertractata tradere potuissemus: at nimium paucis lectoribus illa adrisissent. Ea dumtaxat de luna passim scire cupimus, quæ ad præcipua naturæ phænomena spectant, cujusmodi sunt eclipses, zodiaci revolutio, motus terræ retrogradus, & maris æstus.

Suorum nodorum motus retrogradus.

1239. COROLLARIUM I. *Perturbatrix solis attractio lunaris orbita nodos reddere debet retrogrados. (Fig. 14)*

EX-

EXPLICATIO. Ut claritati studeamus, supponatur tellus immobilis in *T*, & luna circa ipsam convertatur. Lunaris orbita *AMBNA* plano eclipticæ inclinata est gradibus ferme quinque in *A*, & *B*, & planum eclipticæ secat in punctis duobus *M*, & *N*, quæ ejus nodi sunt.

I. Si nullam luna vim perturbatricem sentiret, quæ ejus circa tellurem *T* immobilem revolutionem immutaret, ejus orbita eandem semper positionem obtineret; & in quavis revolutione per eadem puncta *AMBNA* transiret; semper enim ab eadem vi projectili per tangentem, & centripeta per radium ageretur. Semper ergo ejus orbita eclipticam secaret in iisdem punctis *M*, *N*, quæ a terra visa ad puncta *Q*, *N* zodiaci *PQXY* referrentur.

II. At luna extra planum eclipticæ, puta in *B*, obliquam solis actionem sentit, quæ ex parte illam ad eclipticæ planum adducere nititur, & non in *N*, sed ad punctum minus distans, magisque occidentale *n* eclipticam versus trahit (123§). Novus hic nodus *n* e terra visus in zodiaco videbitur in *P* magis ad occidentem, quam nodus præcedens *N*, qui videbatur in *Q*. Videbitur ergo nodus *n* nodo præcedenti *N* comparatus in antecedenti signorum regressus fuisse.

Hac obliqua, & in duas vires attractione resoluta luna ad eclipticam non tendit per antiquam semitam *BNAMB*, sed per novam *bnamb* & per diversa spatii puncta circa tellurem *T* convertitur.

III. Pari modo luna in *B* extra planum eclipticæ sive in syzigiis, sive in quadraturis, sive in interstitiis vim perturbatricem sentit, cujus pars illam perpetuo ad eclipticæ planum trahit, & ad illud adducit in puncto *m* minus distans, magisque occidentale, quam punctum *M*. Quare post plures revolutiones luna eclipticæ planum secuit in pluribus punctis, quæ totum zodiacum.

138 *Theoria phenomenon celestium.*
diacum complectuntur ab oriente in occidentem
in antecedentia signorum regrediendo.

Hinc apparet, lunam in eadem cæli regione
non semper per eadem spatii puncta transire; &
si visibilia vestigia ejus orbita relinqueret, ve-
stigia *A M B N A*; *ambna* conspicerentur se
mutuo secare sese invicem ab oriente in occi-
dentem decussantia.

1240. COROLLARIUM II. *Si tota lunaris
orbita semper aque ecliptica inclinata globis con-
tiguus luna similibus obtegeretur, globi hi omnes
cum orbita eos deferente simul retrogradi fierent.*
(Fig. 14)

EXPLICATIO. Si orbita hæc globis lunæ si-
milibus plena esset, globus quivis extra eclipti-
cæ planum positus vim perturbatricem sentiret
(1238), & ab hac vi regredi cogeretur; ergo
in quavis revolutione singuli globi eclipticam at-
tingeret in puncto magis occidentali in zodiaco in
antecedentia signorum retrogradi. Hic ergo glo-
borum anulus *A M B N A* periodice retrogradam
revolutionem faceret ab oriente in occidentem
circa polos eclipticæ ex perturbatrice solis at-
tractione. *Est hac imago motus retrogradi aqua-
toris terrestris circa polos ecliptica, seu circa a-
xem unum terrestrem, qui axi eclipticæ ad sen-
sum congruit.* (1328)

Tellus ad æquatorem tumida attractioni solis
anulum veluti extantem exhibet, & eclipticæ
plano inclinatum: quævis hujus anuli pars ab
obliqua solis actione regredi cogitur eodem qui-
dem modo, at non eadem velocitate, qua anu-
lus lunaris, de quo supra.

1241. NOTÆ. I. Ad rei claritatem tellurem
T immobilem supposuimus, & lunam circa hoc
immobile telluris punctum revolutam, ac semper
eodem modo solis actioni obnoxiam. At quum
tellus in annua circa solem revolutione plane-
tam suum secundarium secum trahat; luna res-
pectu attractionis perturbatricis perpetuo positio-
nem.

nem mutat ; quo fit , ut vis hæc perturbatrix major in perihelio , minor in aphelio , semper in duplicata inversa ratione solis a luna distantiae , modo lunæ magis , modo minus obliqua effectus successive pariat , qui totidem anomaliae ejus motus videntur , sunt vero dumtaxat ejusdem causæ diverso modo applicatae consectaria .

II. Ad rei quoque claritatem supponere visum sumus , a solis attractione lunæ nodos fieri perpetuo retrogrados : quod tamen in quavis revolutione in potiori tantum orbitæ lunaris parte contingit , in qua actio solis in lunam hujus verum , & positivum in solem nisum parit . (1237, VII.) . Quare actio solis vere retrogrados reddit lunæ nodos in quavis circa terram revolutione ; hic tamen regressus in quovismense lunari non est uniformis , & permanens . Lunæ nodi in sua retrograda , & periodica revolutione aliquando stationarii sunt , aliquando magis , aliquando minus retrogradi . Revolutio hæc retrograda nodorum lunæ modo suspensa , modo magis , modo minus accelerata annis ferme 19 expletur ; sive accuratius annis 18 , diebus 224 , horis 5 ad primum arietis punctum relata . (Fig. 22)

III. Hæc eadem vis perturbatrix revolutionem efficit in axe primo orbitæ lunaris , sed directam , & in consequentia signorum , ut alibi explicabimus . Revolutio hæc BTD , bVd , bXd , bZd annis ferme 9 expletur , sive accuratius annis 8 , diebus 309 , horis 8 , minutis 4 , primo arietis puncto comparata .

IV. Hæc eadem vis perturbatrix variam reddit lunaris orbitæ ad planum eclipticæ inclinationem quantitate , quæ usque ad 18 secunda crescit (Fig. 18) Hæc orbitæ lunaris inclinatio in quavis revolutione bis augetur , bis minuitur . Major est cum linea nodorum cum linea quadraturarum concurrat , minuitur quum linea nodorum concurrat cum linea syzigiarum .

V. Ea-

V. Eadem vis perturbatrix etiam in Saturni, & Jovis satellites agit; at quum semper sit in duplicata inversa distantiarum ratione, multo minores, adeoque e tellure non distinguendos effectus parere debet.

Ejus revolutiones precipua.

1242. OBSERVATIO. Præter nodorum, & absidum revolutionem, de qua hætenus duæ aliæ lunæ circa tellurem revolutiones distinguuntur, altera periodica respectu primi puncti arietis, altera synodica respectu solis. (Fig. 22)

I. *Periodica revolutio* lunæ est motus ABCDA circa tellurem, quo totam suam orbitam percurrit numerando a transitu per primum arietis punctum usque ad reditum illuc. Exempli causa,

Sit primum arietis punctum L in semicirculo latitudinis KLE: luna in A e terra inspecta videtur in L longitudine carens, & in primo puncto arietis. Quum luna revolutionem ABCDA peregerit, adhuc longitudine carebit, & erit in primo puncto arietis, circa quod suam revolutionem compleverit diebus 27, horis 7, minutis 43, secundis 5. Est hoc ejus *tempus periodicum*.

II. *Lunæ revolutio synodica* est ejus revolutio circa tellurem ab una ad aliam cum sole conjunctionem numerando: hæc completur diebus 29, horis 12, 44', 3". Est hic mensis lunaris tempore periodico longior. Exempli causa:

Sit luna in A in conjunctione cum sole. Si terra esset in T immobilis toto tempore revolutionis lunaris ABCDA, luna rediens in A adhuc esset in conjunctione cum sole; & mensis lunaris tempori periodico æqualis esset.

At vero dum luna circa tellurem convertitur, tellus a T in M in ecliptica transit: quo fit, ut lunæ positio respectu solis mutetur. Luna enim post revolutionem ABCDA, vel *abcd* in

in a sita e tellure M inspecta videtur in K in circulo latitudinis KLE per primum arietis punctum L transeunte. Luna itaque in a K revolutionem explevit respectu primi puncti arietis, respectu solis non explevit; distat ergo adhuc toto spatio angulo $\angle Ma$, vel NMK incluso. Luna ut revolutionem circa solem compleat, orbitae arcum ax adhuc percurrere debet, qui adhuc postulat dies 2, horas 5, secunda 58.

Hinc elucet quare mensis periodicus synodico brevior sit. Primus tempus continet dumtaxat in tota lunari orbita percurrenda insumptum; alter tempus continet insumptum in percurrenda orbita $abcd$ addito arcu ax . Luna in x erit in linea, seu plano MS per centrum solis transeunte, & tantum revolutionem circa illum fecisse videbitur.

Ejus motus rotationis.

1243. OBSERVATIO. Luna in sua periodica revolutione circatellurem eundem semper aspectum nobis exhibet. Supponamus, exempli gratia, in disco nunc ad terram converso maculam satis perspicuam; hæc eodem ferme in loco apparebit in syzigiis, in quadraturis, uno verbo semper. *Quare, luna circa suum axem convertitur eo ipso tempore, quo circa terram.*

Si quis enim circa me convertatur ore ad me semper converso, convertitur circa lineam a vertice ad plantas ductam, seu *circa suum axem* quo ipso tempore circa me convertitur. Idem contingere debet rei cuius circa aliam conversæ, & eadem ejus superficiei parte semper ad rem illam obversa.

1244. NOTA. Etsi luna easdem semper maculas nobis exhibeat; maculae hæc tamen in quavis revolutione peculiarem exiguum motum respectu telluris habere videntur. Telluri tum in latitudine, tum in longitudine accedere videntur

tur

aur, dein recedere, & in pristinum restitui. Probat hoc, axem, circa quem luna convertitur, nutationem exiguam habere, qua alternatim aliquantulum inclinatur ad boream, ad austrum, ad orientem, ad occidentem, & irregularis con- ni speciem hinc inde a lunæ centro describit. Motus hic *libratio luna* nuncupatur; partes enim planetæ hujus omnes afficit.

Eclipses solis, & luna.

1245. DEFINITIO I. *Eclipsis solis* dicitur defectus lucis hujus astri ex luna inter illud, & tellurem interposita. Hoc non nisi in conjunctionibus, seu in novilunio contingere potest. Exempli causa. (Fig. 12)

Si tellus sit in T, luna in A; habebitur eclipsis solis, si luna A sit in eclipticæ plano, aut illi proxima TVXZ. At si luna sit minutis 34, aut ultra extra planum eclipticæ, nulla habebitur solis eclipsis: Tellus enim T solem S videbit radiis secus lunam transeuntibus extra planum eclipticæ sitam, & extra rectam qua ad tellurem T feruntur.

1246. DEFINITIO II. *Luna eclipsis* dicitur defectus ejus lucis ex tellure illi, & soli interposita. Hæc non nisi in oppositionibus, seu in plenilunio contingere potest. Exempli causa, (Fig. 22)

Sit tellus in T, luna in C: habebitur eclipsis, si luna sit in plano eclipticæ TVXZT, aut illi proxima; at si extra hoc planum sit minutis 34, aut pluribus, nulla erit lunæ eclipsis; tunc enim luna C illustrabitur solis radiis secus terram semper in eclipticæ plano sitam transeuntibus, qui in lunam extra eclipticæ planum positam tunc incidunt.

In solis eclipsibus sol lucem non amittit: tantum lux hæc in telluris partem, quam illustraret, tunc non incidit, obstante luna interjecta.

In

In lunæ eclipsibus luna lucem amittit, quum solis luce tantum luceat, quam quum in telluris umbra est excipere nequit.

1247. DEFINITIO III. *Conus umbrosus* planetæ dicitur umbra, quam planetæ discus solis disco minor post se proicit soli oppositam, coniformem, cujus basis est ipse planetæ discus, axis vero recta per planetæ, & solis centrum trajecta. Axis coni umbrosi telluris semper est in plano eclipticæ; ceterorum planetarum quorumcumque tunc tantum, quum planetarum centrum est in plano eclipticæ (Fig. 20, 19).

Exempli causa, A V B est conus umbrosus telluris: L T A est conus umbrosus lunæ. Coni hi, ut patet, eo breviores erunt, quo eorum planeta erit soli propior, & corpus per conum hunc transiens eo amplius, & diutius eclipsim patietur, quo coni axi, & basi propius transibit, unde illi solis lux adimitur.

1248. DEFINITIO IV. Eclipses pro diversis eorum conditionibus diversa nomina sortiuntur.

I. *Eclipses centrales* illæ dicuntur, in quibus centrum astri obscurati per coni umbrosi axem transit: tunc centra solis, globi obscurati, & globi obscurantis in eadem recta sunt in ecliptica. Exempli causa (fig. 20) eclipsis lunæ centralis est in L: eclipsis solis (fig. 19) centralis est in N.

II. In solis eclipsibus *annulares* dicuntur illæ, in quibus astri partes mediæ a luna occultantur, at ad peripheriam annulus lucidus conspicitur. Hæ contingunt quum luna M est apogea quo tempore centralem solis eclipsim efficit.

III. *Eclipses totales* dicuntur illæ, in quibus astrum omnino occultatur. Lunæ eclipsis est totalis (Fig. 20), quum luna in L, aut in P tota telluris umbræ immergitur. Solis eclipsis est totalis loco N (Fig. 19), quum luna L H solem huic loco totum occultat. Si luna est perigea, & latitudine carens in L H, eclipsis

sq.

solis, quam efficit, erit & centralis, & totalis, & cum mora. Si luna est apogea, & sine latitudine in M, eclipsis erit centralis, & annularis.

IV. *Eclipses partiales* illæ dicuntur, in quibus astri discus ex parte tantum occultatur. Quum in eclipsi lunæ ejus discus partim in cono umbroso est, partim extra toto eclipsi tempore, eclipsis partialis est. Quum in eclipsi solis luna ante illum transiens partem tantum disci solaris occultat, eclipsis est partialis.

1249. DEFINITIO V. *Penumbra* in planetarum eclipsibus dicitur lucis imminutio in eorum disco illuminato, sive disci pars, quæ extra umbram est, attamen parte solaris lucis destituitur. Exempli causa (*Fig. 20*):

Luna in M nondum eclipsim subiit: adhuc enim parte aliqua F A M radiorum solarium illustratur. Verum jam in penumbra est; tellus enim T bonam radiorum partem, quibus illustraretur, intercipit. Pari modo (*Fig. 19*), Quum locus N omnino umbræ lunari immerfus est, loca proxima C, & D in penumbra sunt, ab aliqua enim solarium radiorum parte, dumtaxat illustrantur. In solis eclipsi, loca, quæ in penumbra sunt, partem tantum disci solaris vident.

1250. NOTA I. In eclipsi solis luna ab occidente in orientem ante solem transit: in eclipsi lunæ, luna post tellurem, & per umbrosum telluris conum transit. Quum vero luna duodecies zodiacum ab occidente in orientem percurrat dum sol semel tantum eadem directione seu re ipsa, seu apparenter convertitur, hac quoque directione ab occidente in orientem luna citius sole fertur: quare semper videmus solem R S V in limbo occidentali R obscurationem incipere, lunam vero mn in limbo orientali n (*Fig. 19, 20*):

I. In quavis solis, lunæ, aut alius planetæ ecli-

eclipsi tria praecipue observantur: *immersio*, sive astri ingressus in umbram; *eclipsis medium*, & *emergitio*, sive astri ab umbra egressus. In eclipsi solis, conus umbrosus lunæ L T H indefinite ultra solem productus videtur; sol vero a puncto N observatus in conum umbrosum R T V ingredi videtur in R, ut deinde exeat in V.

II. Ad eclipsis magnitudinem definiendam diameter astri in media eclipsi per umbræ centrum transiens in partes duodecim, quæ *digiti* nuncupantur, divisa supponitur. Tum ex diametri hujus partibus umbræ immersis, eclipsis esse, aut futura dicitur digitorum, puta, 4, 6, 9, 11, &c.

1251. NOTA II. *Eclipsis solis* universales non sunt, neque eadem hora ubicumque observantur incipiunt. Exempli causa (Fig. 19):

I. Eclipsis solis R L T H V, quam centralem, & totalem supponemus, incipiet in C, hinc in N, tum in D transibit, ibique desinet; at in C desinet, si ulterius in N, aut D incipiet.

II. Eclipsis hæc universæ telluri conspicua non erit, sed exiguae tantum terrestri zonæ, in quam lunæ umbra cadet. Regiones ultra, aut citra hanc zonam, quam lunæ umbra verrit, libere solem videbunt, nec eclipsim conspicient.

1252. NOTA III. Contra vero *eclipses lunæ* sunt universales, eodem instante incipiunt, & desinunt omnibus regionibus, in quibus lunæ discus, nisi obscuraretur, conspicuus esset, (Fig. 20).

I. Hoc sensu universales sunt, quod æque, & eodem modo ubique videntur, ubi lunæ discus, nisi obscuraretur, conspicuus esset. Exempli causa, eclipsis initium in M, medium in L, finis in N æque videntur a punctis A, D, B, ceterisque telluris superficiei lunæ adversæ. Est ergo eclipsis hæc communis iis omnibus, qui hanc terrestris superficiei partem incolunt.

II. Eodem momento omnibus populis illas videntibus incipiunt, & desinunt; quo scilicet instante incipit immersio M, & quo expletur emersio N: his enim instantibus planeta conum umbrosum A V B ingreditur, & ab illo egreditur.

Hac temporis identitate in initio, medio, & fine eclipsis terrestres longitudes definiuntur; innotescit scilicet quot gradibus, minutis, & secundis locus loco magis orientalis sit. Exempli causa, sit A D B æquator, aut circulus illi parallelus. Immersio eodem instante incipit locis d , & D. Instans hoc sit loco D hora noctis duodecima, loco d undecima: Horum locorum magis orientalis est, ut patet, locus D; eorum vero differentia longitudinis est arcus, quem sol in diurna revolutione una hora percurrit, nempe graduum 15. Ergo loca D, d longitudine differunt gradibus 15: ergo arcus terrestris d D similis arcui a sole una hora percurso est graduum 15.

1253. NOTA IV. Si orbita lunæ non jam gradibus ferme quinque eclipticæ inclinata esset, sed illi congrueret, in quavis synodica lunæ revolutione (1246) haberetur eclipsis solis in conjunctione, & eclipsis lunæ in oppositione (1234). Verum quum duo tantum hujus orbitæ semper puncta sint, quæ in eclipticæ plano sint, & puncta hæc, seu orbitæ lunaris nodi sæpius conjunctionibus, & oppositionibus maxime distent; jam sæpius luna in conjunctionibus, & oppositionibus modo uno, modo plurius gradibus ab eclipticæ plano distans nullam eclipsim facere, nullam subire debet. Generatim (Fig. 19, 20):

I. *Eclipsis solis* semper habetur quoties latitudo lunæ in conjunctione minor est apparente solis semidiametro, & simul apparente lunæ semidiametro. Quum vero harum semidiametrorum summa sit ad summum minorum 33, vel

34, & saltem 30, aut 31 (1224); nulla habebitur eclipsis solis, quum luna in conjunctione latitudinem habebit majorem minutis 34. Semper habebitur eclipsis solis quum luna in conjunctione latitudinem habebit minorem minutis 30; hæc vero eclipsis eo major erit, quo lunæ latitudo tunc minor erit.

II. *Eclipsis luna* semper habetur, quoties ejus in oppositione latitudo minor est apparente lunæ semidiametro, & simul apparente terrestriis umbræ semidiametro sumpta ubi luna communis umbrosus traiecit.

1254. *NOTA V.* Ex dictis apparet quæ ratione solis, & lunæ eclipses tum præteritæ, tum futuræ in infinitum supputari possint. Ad hoc satis est lunæ revolutionem periodicam circa tellurem, & zodiacum, motum periodicum, & retrogradum nodorum lunæ in ecliptica, & periodicum solis, aut telluris motum circa eclipticam simul comparare.

Quum luna, & unus ex ejus nodis e tellure visus concurrunt in ecliptica cum sole, habebitur eclipsis solis. Quum luna, & unus ex ejus nodis e terra visus sunt in puncto e diametro opposito loco solis, habebitur eclipsis lunæ. Nodorum lunæ positionem respectu solis, & lunæ determinando, inveniemus omnes tum præteritas, tum futuras positiones, in quibus haberi debet solis, aut lunæ eclipsis.

Quum hæc supputatio maxime laboriosa sit, illius principia hic indicasse satis erit. Qui huic operam navare velit Cassini, aut Lalandii opera consulat: in iis certissimas, & accuratissimas methodos eclipsium definiendarum inveniet.

ARTICULUS TERTIUS.

THEORIA LEGUM KEPLERI.

1255. OBSERVATIO I. **A**Nte Keplerum peculiares tantum planetarum revolutiones observabantur; neque motus hi a communi lege pendere, & sibi invicem lucem asferre putabantur. Vir iste summus quum planetas eo lentius circa solem converti videret, quo remotiores essent, quumque certo cognovisset, veram planetæ, puta Martis, velocitatem ab aphelio ad perihelium augeri, a perihelio ad aphelium successive minui; suspicari ausus est, planetarum motum in diversis orbitæ punctis *aliquam rationem* dicere ad tempus revolutionis, & ad distantiam a sole. Duplicem hanc ergo rationem investigavit, & post innumeras falsas hypotheses veram detexit, magnum nempe naturæ arcanum, seu *leges duas generales*, quibus planetæ omnes circa sui motus centrum periodice convertuntur.

Leges hæ duæ, quibus magni inventoris nomen dedit posteritas, astronomicis observationibus confirmatæ, principiis physicis innixæ, rigidam demonstrationem, & supputationem admittentes universæ astronomiæ basis sunt, & fundamentum. Priusquam exponantur, ut facilius intelligi possint nonnulla sunt præmittenda.

1256. OBSERVATIO II. Observatione constat, planetam quemvis, puta Martem, dum circa sui motus centrum convertitur eo re ipsa celerius ferri, quo centro huic propior est, eo lentius, quo ab hoc centro remotior est. Exempli causa (fig. 23).

Pla.

Planeta T circa sui motus centrum S revolutus minima velocitate pergit in T; velocitas vero perpetuo successive augetur a T in A, in B, in C, in D, in E, ubi maxima est. Deinde ab E successive eadem proportionem decrescit per F, G, H, I, T, ubi velocitatis imminutio cessat, ut iterum augeatur.

I. Quum planeta quivis in diversis orbitæ suæ punctis semper sit in extremitate radii alicujus, a quo *ferri* videtur, & cujus altera extremitas est ad centrum motus; radii hi S T, S A, S B, S C, S D, S E, S F, S G, S H, S I, radii vectores nuncupantur.

II. Quum planeta ab orbitæ puncto T ad aliud transiens A, semper a radio vehi videatur; si radius hic sui vestigia relinquere supponatur ubicumque transit, efficiet triangulum mixtilineum T S A T. Spatium duobus radiis, & orbitæ arcu intercepto inclusum dicitur *area trianguli*. Spatia T S A T, D S E D sunt triangulorum areae.

1257. OBSERVATIO II. Patet, planetam quemvis T circa motus centrum S curvam in se redeuntem describere nequire sine duabus viribus, altera T M in directione tangentis, altera T N in directione radii. Si planeta in T vim T M dumtaxat haberet, pergeret in infinitum directione T M, nec ad A, aut B declinaret. Si vim tantum T N haberet, tantum ad motus centrum S tenderet, nec ad A, aut B declinaret. Duabus viribus conspirantibus T M, T N planeta quovis instante, & in quovis orbitæ puncto diagonalem T A describit exigui parallelogrammi, cujus latera sunt in directione, & ratione duarum illarum virium; ut alibi explicavimus (362).

I. Vis T M, qua planeta in quovis suæ curvæ puncto T abire nititur per tangentem, dicitur *vis projectilis*.

II. Vis T N, qua in quovis suæ curvæ pun-

Quo T ad sui motus centrum S tendit, dicitur *vis centralis, seu centripeta.*

III. Vis, qua planeta in quovis orbitæ puncto T a sui motus centro recedere nititur, dicitur *vis centrifuga.* Quid differant vis projectilis, & centrifuga mox apparebit.

1258. ASSERTIO I. *Vis centrifuga etsi a projectili orta, non eadem tamen est (Fig. 24).*

EXPLICATIO. Sit AB vis projectilis planetæ A die uno, seu spatium, quod per curvæ tangentem uno die percurreret, nisi a vi centrali distraheretur. Motu projectili AB planeta uno die pergeret ab A in B, & a centro C recederet quantitate DB: hæc DB exprimit vim centrifugam ortam a vi projectili AB, at ista minorem, quæ tota in mobili A a suo centro C removendo non infumitur.

I. Mobile circa centrum sui motus circulum describens, ubique a centro æque distat; ergo in mobili circulum describente vires centrifuga, & centripeta semper æquales sunt; si enim alterutra prævaleret, mobile aut ad centrum accederet, aut ab illo recederet.

Mobile A a vi projectili AB impulsus nequit pergere in D semper ad æqualem a centro motus C distantiam, nisi in quovis curvæ puncto sit vis centripeta AX ipsi centrifugæ DB prorsus æqualis. Quantum vis DB illud a centro remove nititur, tantum vis æqualis, & opposita AX illud ad centrum trahit: & æqualis a centro distantia perseverat.

II. Mobile ellipsum Am, vel An circa sui motus centrum describens successive ad hoc centrum accedit, & ab eo recedit: ergo in mobili ellipsum describente vis centrifuga vi centripeta modo major est, modo minor.

Quum mobile pergit ab A in n, a motus centro recedit quantitate Dn: ergo vis centrifuga centripetæ prævalet quantitate Dn. Mobile ab A in m pergens ad centrum motus accedit quan-

quantitate Dm : praevalet ergo vis centripeta centrifugae quantitate Dm .

III. Alibi ostendemus, vires has duas variabiles variis proportionibus crescere, & decrescere: vim centripetam semper esse in ratione duplicata inversa distantiarum (1273); vim centrifugam semper esse in ratione triplicata inversa distantiarum (1298). Exempli gratia,

Si mobilis in A vis centripeta compararetur ejusdem mobilis centripetae in M ; vis in A est ut quadratum distantiae mC ; & in m ut quadratum distantiae AC . Ejusdem mobilis vis centrifuga in A est ad eandem in m , ut cubus distantiae, seu radii vectoris mC , ad cubum radii vectoris AC . In circulo, in quo distantiae, seu radii vectores AC , DC semper sunt aequales; vires centrifuga, & centripeta semel aequales semper sunt aequales.

1259. ASSERTIO II. *Planeta A viribus actus projectili AB , & centrali AX , sive circum, sive ellipsim describat, semper est in plano directionis ambarum virium, & per centrum motus transeunte (Fig. 24).*

EXPLICATIO. Vires hae planetam vehementes nullum habent impulsu, quo extra planum suarum directionum distrahantur. Ergo planeta ab illis actus, quarum altera in vim centrifugam ex parte mutatur, nihil habet, quo extra hoc planum exeat: in hoc ergo persistet.

I. Si planeta A solus in natura existeret, ejus curva e sole visa ad eadem caeli puncta $MNOP$ perpetuo referretur; & semper in plano esset per solis centrum C , & per puncta FAB Dm transeunte.

II. At si idem planeta ab aliis planetis, aut cometis modo ad austrum modo ad boream trahatur; a primaevo suo plano exire poterit, & ab illo modo magis, modo minus distare. Hinc curva orietur variabilis, & irregularis.

III. At quum mutua planetarum attractio at-

tractioni solis comparata minima sit (1445) ; quivis planeta , & cometa ad sensum in primævo plano persistet , nec nisi minimum quid , & insensibile inde recedet ; quare plana hæc ad sensum immobilia , & semper eodem modo ad eclipticam inclinata sunt (1180).

Lex prima .

1260. *Area. triangulorum , quas radii planeta- vectores describunt in periodica circa centrum motus revolutione , sunt temporibus , quibus percurruntur , proportionales . (Fig. 23)*

EXPLICATIO. Legis sensus est , planeta etsi inæquali velocitate in sua orbita moveatur , & arcus , quos suo centro percurrit , modo majores , modo minores sint ; tamen areas a suis radiis vectoribus descriptas semper esse ut tempora , quibus percurruntur : æquales temporibus æqualibus , duplas duplis , quadruplas quadruplis , &c. Exempli gratia.

Referat curva TCEGT orbitam , quam Jupiter annis duodecim circa solem describit : area TSA T anno primo descripta area ASBA anno sequenti descriptæ æqualis erit : area BSDCB duobus annis descripta singularum præcedentium dupla erit ; area DSED anno uno descripta præcedentis erit dimidia . Quod hic de areis anno uno descriptis dicimus , de percursis mense uno , die , hora , minuto , secundo dicere possumus : semper areae sunt temporibus proportionales . Quare noto tempore revolutionis periodicæ planetæ , & area dato tempore percursa , tota orbitæ area nota fit .

Ex hac lege triangula duo mixtilinea T A S , A S B , quæ æqualibus temporibus percursa supponemus , superficie erunt æqualia : arcus tamen T A minor est arcu A B ; velocitas enim planetæ minor est in T A , quam in A B . . Ut ergo areae triangulorum sint æquales , debet unum tan-

tantundem arcus amplitudine augeri, quantum ex imminutis lateribus decrescit; & planeta eo magis ad centrum suum accedat oportet, quo maiorem velocitatem acquirit, & maiorem arcum eodem tempore percurrit.

Lex hæc prima Kepleri experientia confirmata astronomis omnibus fatentibus non in planetis primariis modo, & in cometis circa solem revolutis, sed etiam in secundariis circa primarios, ut in luna circa tellurem, accurate servatur.

Lex hæc inconcussum totius Neutonianæ de attractione theoriæ fundamentum est. Summus hic geometra postquam observationibus demonstravit, corporum gravitatem semper esse in duplicata ratione inversa distantiarum, demonstrationum sublimium geometricarum serie ostendit, legem hanc stare non posse, nisi *vis centralis* planetæ, aut cometæ cujusque alternatim augetur, aut minueretur in duplicata ratione inversa distantiarum; & nisi ejus *vis centrifuga* alternatim augetur, aut minueretur in triplicata inversa ratione distantiarum, seu radiorum vectorum. Quæ quum ita sint, Neutoni theoria geometrica de motu planetarum est tantum corollarium legis, quæ experientia, & observatione innotuerat: hæc vero lex experientia, & astronomicis observationibus manifesta est tantum corollarium theoriæ motus, quem in planetis observamus. Sibi sane plausisset Keplerus, si observationes suas a geometricis, & physicis principiis fluere prævidisset.

Lex altera.

1261. Planeta primarii ita circa solem periodice convertuntur, ut quadrata temporum periodorum sint ut cubi distantiarum; quæ exprimentur horum cuborum radicibus. $t^2 : T^2 :: d^3 : D^3$

EXPLICATIO: Keplerus definito tempore re-

volutionis cujusque planetæ primarii, & investigata ope parallaxeos distantia media planetarum a sole, constantem rationem detexit inter tempora periodica, & distantiam mediam planetarum. Porro hanc rationem enunciat allata lex, alterum astronomiæ fundamentum, astronomicis observationibus confirmata, geometricè demonstrata, qua planetarum, & cometarum motus, quorum tempora periodica notâ sint, accurate supputantur.

Sive tempora periodica distantis mediis, quarum una ignota sit, sive hæc illis, quorum unum sit ignotum, comparentur; semper quantitas ignota innotescit simplici analogia, sumpta pro uno proportionis termino distantia media telluris, quæ omnium maxime nota est (1221) hoc pacto: quadratum temporis periodici telluris est ad quadratum temporis periodici, puta, Saturni, ut cubus distantie mediæ telluris ad x , cubum distantie mediæ Saturni. Ex tribus primis terminis notis tertius facile innotescit, cujus radix cubica educetur: hæc erit distantia media quæsitâ. In nostris elementis mathematicis facilem radicis cubicæ, & quadratæ extrahendæ methodum invenies. (*Math.* 124, 145)

Lex hæc Kepleriana in omnibus planetis primariis dum circa solem aguntur servatur; ut facile constabit eam planetis adhibendo, quorum ante hanc legem tempora periodica, & distantie mediæ innotuerant. Postquam innotuit, legem hanc generatim servari in corporibus omnibus per curvam in se redeuntem revolutis; cometis etiam adhiberi cœpit, qui ellipses maxime excentricas circa solem describunt, tum & planetis secundariis, qui circa primarios in ellipsis convertuntur. Porro observationes ostenderunt accuratam theoriæ veritatem non in planetis primariis tantum, sed in secundariis pariter, & in cometis.

1262 COROLLARIUM. *Planetarum, & cometarum.*

metarum revolutionibus circa solem tempora periodica sunt in subduplicata ratione cuborum distantiarum mediarum; & distantia media sunt in subtriplicata ratione quadratorum temporum periodicorum.

DEMONSTRATIO. Quævis magnitudo mathematica considerari potest aut tamquam radix a nullo producta, aut tamquam quadratum a sua radice productum, aut tamquam cubus a sua cubica radice productus; ita t^2 considerari potest aut ut radix, aut ut quadratum, cujus radix est t , aut tamquam cubus, cujus radix x in se, & in suum productum ducta quantitatem daret ipsi t^2 æqualem.

Scimus quoque in quavis analogia certam rationem dari inter radices $a:b::c:d$; inter quadrata $a^2:b^2::c^2:d^2$; & inter cubos $a^3:b^3::c^3:d^3$ & reciproce (*Math.* 225, 228). Quare

I. Quum ex lege præcedente $t^2 = d^3$ (*), si æquales hæ duæ quantitates per propriam radicem dividantur, habebimus $\sqrt{t^2}$, sive $t = \sqrt{d^3}$. Quum ergo $t^2:T^2::d^3:D^3$, habebimus $t:T::\sqrt{d^3}:\sqrt{D^3}$. Ergo tempora periodica sunt ut radices quadratæ cuborum distantiarum.

Hinc aliquando in errorem inducuntur tiro-
nes, qui putant, radices quadratas cuborum di-
stantiarum esse distantias ipsas. Errant; siquidem
radices hæ sunt quantitates proportionales, quas
ad quadratum elevare oportet, ut inde radices
cubicæ extrahantur, quæ respectivas distantias
expriment. Exempli causa in hac analogia; tem-
pus

(*) Ex lege præcedente t^2 non est ipsi d^3 aqua-
le, sed proportionale. Est hic manifestus auctoris
error, qui tamen non officit, quominus ex ana-
logia $t^2:T^2::d^3:D^3$ recte inferatur $t:T::\sqrt{d^3}:\sqrt{D^3}$;
quod ad intentum satis est. Inrerpres.

156. *Theoria phenomenon celestium.*

pus periodicum telluris 1 est ad tempus periodicum Martis 2; ut 1000000 radix quadrata cubi numeri 10000 distantiae mediae telluris est ad x , sive ad 2000000, qui numeruserit radix quadrata cubi distantiae mediae Martis. Eleva radices has 1000000, & 2000000 ad quadratum; habebis cubos distantiarum mediarum. Extrahe radices cubicas ex cubis 1000000000000, & 4000000000000: radices cubicae 10000, & 15874 ferme, expriment in mediis telluris diametris distantias medias telluris, & Martis a sole.

At media Martis distantia 15874 aliquanto major vera est; supposuimus enim periodicum Martis tempus annorum duorum, quum neque sit mensium 23: numerus 2 justo major & radicem quadratam, & cubum justo majorem protulit. Sumpto in horis tempore periodico telluris, & Martis, eadem methodo media Martis distantia accurate invenietur. (1186)

II. Quoniam ex lege praecedente $t^2 : T^2 :: a^3 : D^3$ erit etiam analogice $d : D :: \sqrt[3]{t^2} : \sqrt[3]{T^2}$. Ergo distantiae mediae sunt ut radices cubicae quadratorum temporum periodicorum.

Ergo, exempli gratia, distantia media telluris 10000 est ad distantiam mediam Saturni x ; ut radix cubica quadrati temporis periodici telluris ad radicem cubicam quadrati temporis periodici Saturni.

1263. PROBLEMA. Dato tempore periodico telluris, cum ejus distantia media a sole, ac tempore periodico planeta, aut cometa, hujus distantiam mediam invenire.

SOLUTIO. Problema neque ex ratione quadratorum temporum ad cubos distantiarum, ac ex ratione temporum ad radices quadratas cuborum distantiarum, vel ex ratione distantiarum ad radices cubicas quadratorum temporum solvi potest. Omnium exempla proferemus: extrema medio simpliciora, & faciliora nobis videntur.

I. RA-

I. RATIO PRIMA. Datis temporibus periodicis sive in annis, sive in diebus, aut horis, aut minutis pro præcisione, quæ requiratur, singula tempora ad quadratum attollentur. Summetur deinde distantia media telluris sive in partibus proportionalibus 10000; quæ singulæ mediam fere telluris diametrum expriment (1187), sive in partibus absolutis, quæ singulæ leucam fere expriment (1221); Tandem ex secunda lege Kepleri fiat analogia: quadratum temporis periodici telluris est ad quadratum temporis periodici planetæ, aut cometæ; ut cubus distantiae mediæ telluris est ad x , quartum terminum, cuius radix cubica distantiam quæsitam exprimet.

Exemplum. Sit tempus periodicum telluris in horis 8766, cuius quadratum est 76842756; tempus periodicum Mercurii in horis 2111, cuius quadratum est 4456321; distantia media telluris partium seu mediarum diametrorum terrestrium 10000; cuius cubus est 1000000000000; habebitur analogia 76842756 : 4456321 : 1000000000000 : x . Divisus mediis terminis invicem ductis per primum, exurget quotiens 57992698534; quartus terminus, seu cubus distantiae mediæ Mercurii: ab hoc extracta radix cubica 3872 erit distantia mediæ Mercurii a sole in mediis telluris diametris. (1186)

Item. Sit tempus periodicum telluris = 1 anno; tempus periodicum cometæ anni 1759 = annis 76; cuius quadratum 5776 : habebis analogiam: 1 : 5776 :: 1000000000000 : x . Quartus terminus 5776000000000000 est cubus distantiae mediæ cometæ, cuius radix cubica 179420 exprimet distantiam mediam cometæ in mediis telluris diametris.

II. RATIO ALTERA. Sumpta ratione temporum periodicorum ad radicem quadratam cuborum distantiarum, erit analogia: tempus periodicum telluris ad tempus periodicum planetæ, aut cometæ; ut x quadrata cubi distantiae

tiæ

tiae mediæ telluris ad quartum terminum, qui ad quadratum efferendus erit, ut inde radix cubica extrahatur, quæ erit distantia quæsitæ. Exemplum: sit telluris tempus periodicum annus unus; Saturni anni 30; radix quadrata cubi distantiae mediæ telluris 1000000: erit analogia: $1:30::1000000:x$. Quartum terminum ad quadratum effert, a quo radicem cubicam extrahe: erit hæc media Saturni distantia in mediis telluris diametris. Ut accuratius tamen distantia hæc habeatur tempora periodica diebus, & horis exprimenda sunt: neque enim Saturni tempus telluris tempore prorsus tricies majus est.

III. **RATIO TERTIA**. Sumpta ratione distantiarum mediarum ad radices cubicas quadratorum temporum periodicorum, habetur analogia: distantia media telluris ad distantiam mediam planetæ, aut cometæ; ut radix cubica quadrati temporis periodici telluris, ad radicem cubicam quadrati temporis periodici planetæ, aut cometæ. Exemplum. Datis quadratis temporum periodicorum telluris & Mercurii in horis, ut supra, erit: $10000:x::\sqrt[3]{76842756}:\sqrt[3]{4456321}$. Extractas radices cubicas 425, 164 quadratorum temporum periodicorum substitue eorum cubis in analogia: erit hæc: $10000:x::425:164$. Divide extremorum productum per medium notum, habebis quartum terminum exprimentem mediam Mercurii distantiam.

Quum extractis radicibus cubicis residua remanent nimis inæqualia, singulis quadratis addenda sunt tria, aut sex, aut novem zero, & ab his numeris ita auctis radix cubica extrahenda est (*Math.* 135) Exempli causa, in præsentis casu, in quo radix cubica 164 residuum habet grande nimis, additis tribus zero quadratis temporum telluris, & Mercurii, erunt respective radices cubicæ 4251, 1646; & proportio 10000: $x::4251:1646$ satis accurate veram Mercurii distantiam dabit 3872. 1264.

1274. **NOTA.** Quum hæc altera Kepleri lex fervetur in omnibus corporibus curvam in se redeuntem describentibus circa idem motus centrum; datis distantia media satellitis a suo planeta, tempore periodico satellitis hujus A, tempore periodico alterius satellitis B, invenietur quoque distantia media satellitis B, quæ ignota supponitur, instituta aliqua ex tribus præcedentibus analogiis: exempli causa, quadratum temporis periodici satellitis A est ad quadratum temporis periodici satellitis B; ut cubus distantiae primi ad cubum distantiae secundi. Qua ratione satellitis a suo planeta distantia inveniri possit alibi ostendimus.

Kepleri gloriæ tantum defuit ostendere, celebres has naturæ leges a motus, & gravitatis theoria fluere, Quod ipse non præstitit, plerique geometræ magno Newtono duce præstiterunt. Hujus theoriæ illustriora principia tantum exponemus.



PARAGRAPHUS PRIMUS.

THEORIA PRIMÆ LEGIS.

1265. **THEOREMA I.** *Corpus in curva motum perpetuo a duabus viribus agitur, altera projectili secundum tangentem, centrali altera secundum radium. (Fig 23)*

DEMONSTRATIO. I. Quum corpora ad motum, & ad quietem natura indifferentia sint; jam si corpus T fertur a T in A, vis habeatur oportet illud removens a puncto T, in quo per se æternum maneret;

II. Quum corpus per curvam ferri nequeat, quin a curvæ puncto D ad sequens, & contiguum transeat; quumque puncta duo curvæ contigua necessario rectam lineam efficiant; jam corpus

pus quodvis per curvam incedens motum habet quovis instante per rectam incipientem directione A M.

III. Quum motus natura sua primam directionem recta sequatur; jam motus per curvam vim constantem postulat, qua quovis instante mobile ab ea recta removeatur, quam duo puncta contigua efficiunt, ut ad tertium punctum transeat; quod non amplius erit in directione præcedentium. (308)

IV. Debet ergo mobile T a T in A transiens, agi a vi projectili T M per tangentem, & a vi centrali T N per radium; vires hæ perseverent oportet, & æquilibrentur in centro mobilis per quodvis punctum curvæ T C E G T, & in tota revolutione, sive vires hæ constantes sint, sive intensitate, & absoluta magnitudine variæ fiant. Q. E. D.

1266. THEOREMA II. *Corpus a duabus viribus actum, projectili una, centrali altera, curvam concavam describet, cujus planum per centrum motus transibit.* (Fig. 23)

DEMONSTRATIO. I. Ex theoria motus compositi (345) mobile a duabus viribus conspirantibus actum describet diagonalem parallelogrammi, cujus duo latera directionem, & virium proportionem expriment. Ergo mobile T per tangentem T M nitens, & a vi centrali T N ad S attractum; minimo tempore diagonalem T A parallelogrammi T N A M describet. Ergo idem mobile in quovis curvæ suæ puncto iisdem viribus actum similis parallelogrammi diagonalem describet; ut alibi ostendimus (361, 362). Atqui patet, omnium harum diagonalium summam, infinite parvarum curvæ efficere, cujus cavitas motus centrum S respicit.

II. Curvæ hujus planum per motus centrum S transibit. Quæcumque enim sit directio projectilis T M, & ad quodvis punctum tendat, jam a motus centro S duci potest planum per T M; vis vero mobilis centripeta D N semper erit

erit in hoc plano. Ergo mobile T semper erit in hoc plano; nulla enim vi mobile extra hoc planum distrahitur; ergo curva quævis a mobilis centro descripta semper erit in plano per centrum motus, ad quod tendit, vis centralis, transeunte. Q. E. D.

1267. NOTA. Antequam virium harum effectus perpendamus, earum variationes in diversis mobilis positionibus, & a centro distantis dignoscendæ sunt. Hæc a quovis geometriæ elementa callente intelligenda proponemus.

Variationes in vi. centrall.

1268. OBSERVATIO. Semper innotuit corpora terrestria *gravia* esse, & gravitate ad terræ centrum tendere. At vix a sæculo innotuit, gravitatem hanc esse variabilem; & corpus minus sub æquatore gravitare, quam in Gallia, minus in Gallia, quam sub circulo polari. (251, 1417).

Hoc invento, quod anno 1672 contigit, mox innumeris concordibus observationibus, & experimentis confirmatum fuit, orbis miratus didicit, absolutam corporum gravitatem ab æquatore ad polos decrescere; non tamen adhuc in qua ratione decresceret innotescebat.

Quum adhuc ignoraretur tellus ne sphaerica esset, an ad polos elongata, aut depressa, ostendit Neutonus, absolutam corporis gravitatem ad centrum terræ eo minorem esse, quo magis corpus a terræ centro distat; eo majorem, quo illi propinquius est; eamque sequi rationem duplicatam inversam distantiarum a terræ centro. Ab hac Neutoni theoria sequebatur, tellurem esse ad polos compressam, ubi corpora graviora sunt, ad æquatorem elevatam, ubi minus gravia sunt. Sæculi hujus observationes rei veritatem ostenderunt (1373), & theoriam, unde fluit, ipsam esse naturæ theoriam patefecerunt.

Neu-

Neutonus, ut definiret num gravitas ad diversas a tellure distantias varia esset, *lunam appendere* aggressus est, seu lunæ gravitatem in sua orbita cum gravitate, quam ipsa in telluris superficie obtineret, comparare. Invenit vero, lunam a terræ centro distantem 60 ferme terrestribus semidiamentris ferme termillies sexcenties minus gravitare, quam in terræ superficie gravitaret, ubi a suæ gravitatis centro unica terrestri semidiamentro distaret; seu lunæ gravitatem in 60 radiorum terrestrium distantia esse ad ejus gravitatem in unius radii distantia, ut quadratum $1 = 1$ ad quadratum $60 = 3600$.

Qua ratione legem hanc gravitatis, & attractionis fundamentum Neutonus detexerit, & demonstraverit exponemus; rem tamen abstrusam, & sublimi geometria exutam pertractabimus.

1269. LFMMA. *Sinus versus arcus infinite parvi aequalis est quadrato hujus arcus diviso per circuli diametrum.* (Fig. 27)

DEMONSTRATIO. Sit $\angle ACB$ angulus ad peripheriam a diametro, & chorda effectus, cujus mensura sit arcus infinite parvus AB . Erit BS sinus rectus, SA arcus hujus sinus versus (*Math.* 635). Ostendendum $SA = \frac{AB^2}{AC}$.

I. Quum arcus AB sit infinite parvus, nihil, aut infinite parum a recta differt: potest ergo AB censerī recta, & triangulum ABC rectilineum circulo inscriptum. Hoc est rectangulum ad B ; nam insistit diametro AC , & ejus mensura est dimidia peripheria. (*Math.* 368)

II. Quum triangulum ABC sit ad B rectangulum, linea seu sinus BS est perpendicularis ab angulo recto ad hypotenusam AC ducta. Duo ergo habemus triangula rectangula, ABC rectangulum ad B , & ABS rectangulum ad S . At (*Math.* 516) ex trianguli rectanguli proprietate præcipua habetur analogia: latus SA minoris trianguli ad ejus hypotenusam AB , ut latus

latus AB majoris trianguli ad suam hypotenu-
sam AC . Brevius. $SA:AB::AB:AC$. Ergo

$$SA = \frac{AB^2}{AC}; Q. E. D.$$

1270. COROLLARIUM. *Idem sinus versus*
est eidem quadrato arcus diviso per radium AT
proportionalis; radius enim est dimidia diameter;
& eadem quantitas AB^2 divisa per totum, & per
dimidium quotientia præbet proportionalia.

1271. NOTA. Non solo circulo proprietas
hæc limitatur; cuius curvæ æque convenit;
per cujus puncta A , & B circulus ejusdem curva-
turæ transire possit. Tunc enim arcus AB utrius-
que curvæ proprius erit, & idem perseverabit
ipsius AB valor. At vero tunc AC erit circu-
li, non curvæ a mobili descriptæ diameter. Quo
arcus AB orbitæ a mobili descriptæ magis cur-
vatus erit, eo diameter AC circuli per eadem
duo puncta transeuntis brevior erit; quo minus
curvus erit arcus AB , eo longior erit diameter
 AC circuli per duo illa puncta transeuntis.

In duabus sequentibus propositionibus suppo-
nemus, arcum AB sumi in mediis mobilis di-
stantiis; in ea scilicet curvæ ellipticæ parte,
in qua curvæ radius circuli, de quo sermo, ra-
dio ferme æqualis est, ita ut promiscue pro di-
visore arcus AB ellipsi, & circulo communis
diameter tum circuli, tum ellipseos a mobili
descriptæ sumi possit.

PROPOSITIO. I.

1272. *Gravitas luna in sua orbita a telluris*
centro radiis terrestribus 60 distantis est ad ejus
gravitatem in telluris superficiem, ut quadra-
tum postrema distantia ad quadratum prima, si-
ve ut quadratum 1=1 ad quadratum 60=3600.

DEMONSTRATIO. Omne corpus curvam
describens per illius curvæ tangentem ferri ni-
titur (1237): debet ergo corpus hoc trahi vi
cen-

centrali, qua quovis instante a tangente retrahatur. Luna curvam circa tellurem describit; vis vero centralis, qua luna in curva hac detinetur est tantum ipsius lunæ gravitatio in terræ centrum; sicuti vis centralis quodvis projectum continenter retrahens a directione horizontali est tantum projecti gravitatio in terræ centrum. Ostendendum itaque dumtaxat, vim, qua motus projectilis lunæ in orbita inflectitur esse ter millies sexcenties minorem, quam esset ad terræ superficiem (*Fig. 27*).

I. *Vis centralis*, seu gravitas lunæ in sua orbita *MAN* exprimitur *sinu verso* arcus *AB*, quem dato tempore, puta minuto, describit; hic enim sinus versus *SA* exprimit qua quantitate luna a tangente *AV* recedat quo tempore percurrit arcum *AB*, seu qua quantitate luna ad terræ centrum *T* eodem tempore accederet, si per radium vectorem *TA* libere descenderet. Experientia enim omnibus nota constat, quantitatem descensus eandem esse sive corpus perpendiculariter per radium, sive per lineam circularem, ellipticam, aut parabolicam descendat. Exempli causa: globus bellicus, qui sua gravitate verticaliter descendens pedes quindecim uno secundo percurrit, eosdem pedes eodem tempore ex gravitate percurrit si directione horizonti parallela, aut obliqua projiciatur. Quare noto *sinu verso* arcus, quem dato tempore luna percurrit, innotescet lunæ gravitas in sua orbita; & sinum versum comparando spatio, quem corpora libere cadentia in superficie terræ percurrunt, innotescet num gravitas variabilis sit, & in qua ratione variabilis sit.

II. Facile invenietur *valor sinus versi SA* arcus *AB* a luna dato tempore, puta uno minuto, percursum. Posita enim lunæ orbita æquali circulo, cujus radius sit semidiametrorum terrestrium 60, peripheria hæc æquatoris periph-

phie

phæriæ comparari potest: erunt hæ peripheriæ ut earum diametri (*Math.* 475). Jam vero juxta novissimas, & accuratissimas mensuras, æquatoris terrestris peripheria (meridiani peripheria maior) est ferme pedum Parisiensium 123249600 (1377) : quum ergo luna in sua distantia media a nobis distet semidiametris terrestribus ferme 60 (1220); lunæ orbita est pedum $123249600 \times 60 = 7394976000$. Si Archimæda ratione quæratür diameter peripheriæ pedum 7394976000, prodibunt pedes 2352946909 pro lunaris orbitæ diametro (*Math.* 480).

Noto jam valore totius orbitæ lunaris A N C M A, & tempora revolutionis per hanc orbitam, quod est minutorum 39343; divisa lunæ orbita 7394976000 pedum per 39343, quotiens erit arcus A B pedum ferme 187964 a luna uno minuto percursus. Hic arcus vero infinite parvus, seu insensibilis censeri potest, quum sit tantum totius orbitæ pars ferme quadragesima millesima,

Si ergo numeri 187964 quadratum 35350465295 dividatur per lunaris orbitæ diametrum pedum 2352946909, quotiens 15 exprimet *sinum versum* SA arcus A B unius minuti, seu spatium, per quod gravitas lunam a tangente A V retrahit uno minuto. Gravitas, seu gravitatio, aut attractio lunæ (hæc enim omnia sunt synonyma) efficit ergo, ut luna uno minuto percurrat pedes ferme 15 directione radii infra tangentem A V terræ centrum versus.

III. Observationibus constat, gravia omnia libere descendunt prope terræ superficiem pedes ferme 15 uno secundo percurrere, seu per pedes 15 ad terræ centrum accedere (248) : ergo gravitas ad lunæ distantiam multo minor est, quam ad terræ superficiem. Ostendendum modo, gravitatem ad terræ superficiem esse ad gravitatem ad lunæ distantiam; ut quadratum distantie lunæ a centro terræ est ad quadratum di-

distantiæ corporum prope terræ superficiem ab eodem centro.

Quum corpora ad terræ superficiem pedes 15 uno secundo percurrant, & spatia percurſa, ex Galilæi theoria, ſint ut quadrata temporum (375); corpus quodvis ad terræ superficiem integro minuto libere descendens percurreret pedes 15×3600 . Quare ſpatium a luna ex gravitate percurſum eſt ad ſpatium a gravibus, adeoque & a luna, in ſuperficie terræ percurſum ut 15 ad 15×3600 , ſive ut 1 ad 3600, quæ eſt ipſa ratio duplicata inverſa distantiarum: 1 ſiquidem exprimit quadratum distantiæ ſuperficiæ telluris a centro, & 3600 quadratum distantiæ lunæ ab eodem centro. Ergo gravitas corporum ad idem telluris centrum gravitantium eſt in duplicata inverſa ratione distantiarum ab hoc centro.

IV. Nihil ſolidi theoriæ huic obiici poſſe videtur. Satis nota eſt terreſtris diameter (1377), ut inde terræ peripheria inferri poſſit: ſatis quoque nota eſt lunæ a tellure distantia (1220), ut inde lunaris orbitæ diameter, & peripheria deducatur. Ceterum ſi hæc lunæ a tellure distantia aliquanto major, aut minor ſit, puta leucis 100, lunaris orbita major, aut minor erit leucis ferme 300: orbitæ huius curvatura aliquanto major erit, aut minor; & ſinus verſus, de quo quæſtio, pedibus 15 ipſe quoque paulo major, aut minor erit, ſemperque lunæ gravitationem in tellurem exprimet, quæ ad ſenſum, & re ipſa ſemper erit in duplicata ratione inverſa distantiarum, ut oſtendimus. Hæc & pro ſequenti propoſitione valebunt. Q. E. D.

PROPOSITIO II.

1273. *Gravitas corporum ad idem centrum tendentium, (puta ad ſolem) eſt in duplicata ratione inverſa distantiarum ab hoc centro.*

DE.

DEMONSTRATIO . I. Quum gravitas sit proprietas corporibus omnibus terrestribus , & caelestibus communis , jam omnia amplectetur Newtoni theoria ; & solido judicio analogico (*Math.* 135), inferri poterit , corpora omnia in suum centrum ea ratione gravitare , qua luna , & corpora terrestria in centrum terræ . Itaque ex hac lege gravitas semper erit massa divisa per quadratum distantiae , seu $\frac{M}{D^2}$. Exempli causa (*Fig.* 27) .

Sit sol T , tellus A : invenietur telluris in solem gravitas , quæ exprimeretur per sinum versum SA . Terrestris enim orbitæ diameter ATC circa solem quum sit pedum ferme 900 , 000 , 000 , 000 (1221 , III.) ; tota orbita ANCMA erit pedum ferme 2 , 828 , 500 , 000 , 000 ; tempus vero , quo hæc orbita percurritur , minutorum ferme 525968 (1179) . Pedes orbitæ terrestris 2 , 828 , 500 , 000 , 000 dividendo per minuta 525968 , erit quotiens 5376750 pedum exprimens arcum AB uno minuto a tellure percursum , Deinde hujus arcus AB quadratum dividendo per diametrum ATC , sive 28909440562500 per 900000000000 , erit quotiens pedum ferme 32 , a quo exprimeretur valor sinus versu SA , seu quantitas , qua terræ in solem T gravitas illam uno minuto a tangente AV retrahit .

II. Posito semper sole immobili in T , si eadem sinus versu theoria ceteris planetis circa hoc astrum revolutis adhibeatur ; inveniemus , sinum versum SA arcus infinite parvi (puta unius secundi , aut minuti gradus) in orbita Veneris esse ad sinum versum similis arcus in orbita telluris ; ut quadratum distantiae telluris a sole ad quadratum distantiae Veneris ab ipso sole (1186) : deinde sinum versum SA arcus a Jove uno minuto , exempli gratia , descripti esse ad sinum

ve-

versum arcus eodem tempore a Saturno deforipri; ut hujus distantiae quadratum ad illius distantiae quadratum. Atqui sinushi versi expriment horum corporum gravitatem in solem, seu spatium, per quod gravitas illa dato tempore in solem trahit; ergo in omnibus his corporibus gravitas, seu nifus in commune motus centrum est in duplicata inversa ratione distantiarum a sole communi motus centro. Lex eadem valet in Jovis, & Saturni satellitibus respectu planetæ primarii, qui est illis commune motus centrum.

III. Quamprimum ostendemus, planetas in ellipsis circa solem converti, ad quem alternis accedunt, & a quo recedunt; nec eos ita in ellipsis moveri posse, nisi perpetuo a vi centrali, seu gravitate agantur, quæ in ea ratione crescat, in qua quadratum distantiae minuitur; in ea ratione minuatur, in qua quadratum distantiae augetur. Quare omnia conspiciant ad præcipuam hanc gravitatis, seu attractionis legem in duplicata inversa distantiarum ratione generalem demonstrandam. Q. E. D.

1274. NOTA. In curva MABN a luna, seu alio planeta circa suum gravitatis centrum T descripta (Fig. 27), arcus AB mobilis velocitatem exprimit, seu spatium dato tempore percursum: sinus versus AS ejusdem mobilis eodem tempore vim centralem. Quum itaque $\frac{AB^2}{AC}$ exprimat vim centralem AS (1272), si dicatur V velocitas ipsi AB æqualis, & R diameter, aut radius circuli AC, habebitur alia formula vim centralem exprimens $\frac{V^2}{R}$, hoc est, quadratum velocitatis divisum per circuli diametrum, seu per radium illi proportionalem. Formulam hanc in sequentibus sæpius usurpabimus.

Quum

Quum in circulo vires centripeta AS , & centrifuga BV semper æquales sint, formula
 $\frac{V^2}{R}$ utramque exprimet.

Variationes vis projectilis.

1275. **ASSERTIO.** Velocitas corporis curvam ex viribus projectili, & centrali describentis est accelerata, quum radius vector angulum acutum efficit cum directione vis projectilis: retardata, quum hic angulus est obtusus: uniformis, quum rectus est (*Fig. 29*).

DEMONSTRATIO. Sit $AHBM A$ curva descripta circa motus centrum S ex vi projectili in directione tangentis, & ex vi centrali in directione radii. Harum virium directiones magis, minusve oppositæ semper angulum efficiunt ad centrum mobilis hanc, aut aliam quamvis curvam describentis.

I. Quum angulus duarum virium directionibus effectus acutus est, vires hæ sese mutuo juvant; & communis earum effectus eo major est, quo angulus acutior (349): ergo mobile M actum a vi centrali MS , & a projectili MP velocitatem augere debet. Vis centralis MS expressa per MN in duas solvitur (346), alteram Nn , vel mM tangenti curvæ perpendicularem, qua exprimitur verus nisus, quo vis centralis corpus in curva detinet, & centrum S versus urget; alteram nN , vel Nm , tangenti parallelam, & vis projectilis directioni, qua exprimitur nisus ipsius vis centralis in directione vis projectilis MP : debet ergo nisus hic nM vis centralis velocitatem mobilis in M augere.

II. Quum angulus a directionibus virium conspirantium effectus est obtusus, vires invicem eliduntur aliquatenus; & eorum communis effectus eo magis minuitur, quo magis obtusus

est angulus (349): ergo mobile in H actum vi projectili HP , & centrali HS retardari debet. Vis centralis HS expressa per HR æque resolvitur in duas, quarum altera Hb , aut R mobile in orbita retinet, & ad centrum S urget: altera Rb , vel r H agit in mobile directione directioni HP vis projectilis e diametro opposita: debet ergo nifus Rb vis centralis mobilis velocitatem retardare.

III. Quum angulus a viribus conspirantibus effectus rectus est, vires sibi invicem nec nocent, nec favent: quælibet eum ipsum effectum edit, quem solitaria ederet (348). Vis centralis AS , vel BS quum sit tangenti, adeoque & vi projectili, seu directioni mobilis AP , & BP perpendicularis, non decomponitur, ut in præcedentibus: tota igitur agit in punctis A , & B ubi angulus rectus est, in mobili in sua curva retinendo, & ad centrum S urgendo; neque ullo pacto aut directione AP vis projectilis, aut opposita AV nititur.

Ergo mobile curvam describens viribus projectili, & centrali accelerari debet, quum angulus a radio vectore, & a vi projectili effectus acutus est, retardari, quum hic angulus est obtusus, motu uniformi procedere, quum rectus est. Q. E. D.

1276. COROLLARIUM. Hinc si planetæ moventur in circulo, semper *uniformi motu* procedent: si vero in *ellipfi*, retardari debent a perihelio A ad aphelium B ; ab aphelio B ad perihelium A accelerari: *media velocitate* ferri ad æqualem a perihelio, & aphelio distantiam, (Fig. 29).

I. Observationibus astronomicis constat, planetas modo majori, modo minori vera velocitate ferri: nos vero quamprimum ostendemus, velocitatem hanc ejusdem planetæ semper esse in ratione inversa radiorum vectorum (1287): Ergo planeta circa solem circulum
sive

Theoria phaenomenorum caelestium. 171
sive concentricum, sive excentricum non describunt.

II. Observationibus quoque constat, curvas a centro planetarum circa solem descriptas in se redire: ergo *orbita planetarum, quae circulus non est, necessario est ellipsis* (Math. 769).

*Actio conjuncta virium projectilis,
& centralis.*

1277. THEOREMA I. *Linea a mobili descripta ex viribus projectili, & centrali curvaturam habet, ceteris paribus, vi centripeta proportionalem* (Fig. 24).

DEMONSTRATIO. Quo major erit vis projectilis, contripeta minor, minus mobile a directione projectilis distrahetur, minusque arcus ab illo descriptus a tangente differet. Contra quo major erit vis centripeta, projectilis minor, magis mobile in directione centripetae inflectetur, magisque arcus ab illo descriptus a tangente recedet. Q. E. D.

1278. THEOREMA II. *Vires projectilis, & centralis variis modis conjuncta mobile ducere possunt per circulum, per ellipsim, aut per aliam quamvis curvam* (Fig. 30, 31).

DEMONSTRATIO. I. Mobile actum vi projectili AV , & centrali AS curvam describet; ejus enim motus projectilis singulis instantibus a linea recta vi centrali deflectetur. Si inflexio VB ubique æqualis est effectui vis centralis AS , curva a centro mobilis descripta erit circulus; si inflexio VB major sit, aut minor (a) effectui vis centralis AS , mobile aut
ad

(a) Nunquam inflexio effectui vis centralis major esse potest; ab hac enim duntaxat inflexio habetur. Interpres.

ad centrum S accedet, aut ab eo recedet; & curva descripta erit a circulo diversa.

II. Mobile viribus projectili, & centrali diverso modo compositis quamvis curvam describere poterit. Curvæ natura siquidem est quidam inflexionis gradus in dato puncto, & alius inflexionis gradus juxta quamdam legem in punctis sequentibus: atqui vis projectilis quovis modo, & juxta quamvis legem a vi centrali inflecti potest; ergo vis centralis, quæ modo cum projectili planetas, & cometas per ellipsim agit; sub aliis legibus, aliisque compositionibus per curvam quamlibet illos egisset. Q. E. D.

1279. THEOREMA III. *Quæcumque curva sit a mobili ex vi projectili, & centrali descripta; ejus radius vector æquales areæ aequalibus temporibus, adeoque his proportionales describet (Fig. 25).*

DEMONSTRATIO. Continet theorema primam Kepleri legem, adeoque præcipuam physicæ theoriæ: hanc cuique in motus legibus, & in geometria aliquantum versato clare exponemus.

Sit mobile A , quod vi projectili AP , & centrali Aa arcum AB percurrerit, & radio vectore trianguli ASB aream dato tempore descripserit. Dico, mobile his viribus æquali tempore descripturum aream trianguli BSC : tertio æquali tempore aream trianguli $DS C$; quarto aream $DS E$, vel $DS F$; atque ita porro: atque omnes has areas æquales esse.

Quum minimo tempore arcus AB , BC a centro mobilis descripi minimum differant a linea recta; duo triangula mixtilinea ASB , BSC rectilinea centeri possunt. Ostendam duo hæc triangula esse æqualia, quantumvis latus BC secundi majus sit latere AB primi: eadem demonstratio pro ceteris triangulis valebit.

I. Mobile A , cujus radius vector dato tempore, puta minuto, percurrit triangulum ASB ,
ad

ad finem hujus minuti est in B. Si mobile in B vi tantum projectili $BR = AB$ ageretur, uno minuto pergeret ex B in R, & ejus radius vector aream trianguli BSR percurreret. Triangula ASB, BSR æqualia sunt, eandem enim basim habent $AB = BR$, & eandem altitudinem, quum sint inter parallelas AR, MN (*Math.* 494).

At mobile B non vi projectili BR tantum, sed & centrali B*b* agitur, qua in directione radii BS urgetur, & cujus effectus erit RC ipsi BS parallela. His viribus mobile percurrit diagonalem BC, & ejus radius vector percurrit aream trianguli BSC. Triangula BRS, BCS sunt æqualia, eandem quippe basim habent, & sunt inter easdem parallelas BS, RV. Linea vero RCV est ipsi BS parallela, quia mobile in B actum fuit a vi centrali B*b*, cujus actio effectum RC sortiri debet in directione B*b* eo minimo tempore, quo mobile ex B in C transit.

Jam vero, quoniam tranguelum ABS ipsi BRS æquale est, & BCS ipsi BRS, etiam ARS ipsi BCS erit æquale. Ergo prima duo triangula a radio vectore duobus æqualibus temporibus descripta sunt æqualia.

I. Idem valet in sequentibus. Tercio æquali tempore mobile ex vi projectili $CX = BC$ pergeret in X; ex vi centrali C*c* pergeret in C in directione radii vectoris: ex viribus conjunctis perget in D. Triangula BCS, CXS sunt æqualia; habent enim eandem basim $BC = CX$, & sunt inter parallelas BX, *n*M. Triangula quoque CXS, CDS æqualia sunt; habent enim eandem basim CS, & sunt inter parallelas CS, XD. Triangula ergo BCS, CDS æqualibus temporibus a radio vectore descripta quum tertio CXS æqualia sint, & inter se æqualia sunt.

III. Mobile in D ex vi projectili $DZ = DC$

H 3

per-

pergeret in Z; ex vi centrali D*d* pergeret in *d* in directione radii vectoris, aut in quavis directione Z E impulsui D*d* parallela: ex viribus his conjunctis perget in E. Triangula C D S, D E S sunt æqualia, quum tertio D Z S æqualia sint.

Vis centralis aucta, aut imminuta triangulorum a radio vectore descriptorum æqualitatem non mutat. Exempli causa, vis centralis D*d* transferat uno minuto mobile in E; vis major eodem tempore illud transferet in F; adhuc major in G. Radius vector his tribus viribus in directione D S percurreret triangulum DES, vel D F S, vel D G S; atqui tria hæc triangula sunt æqualia, quum eandem habeant basim D S, & sint inter easdem parallelas D S, Z G. Quæcumque ergo sit vis centralis, mobile æqualibus temporibus æquales areas describet.

IV. Frustra mobilis progressum quo tempore magis ad centrum S accedit ulterius persequeremur; at non frustra ejus motum considerabimus quo tempore a centro S recedit. In primo casu: velocitas mobilis acceleratur; angulus enim a viribus conspirantibus effectus est acutus; in altero retardatur; hic enim angulus tunc est obtusus (1275).

Pergat mobile non directione ABCDE, sed EDCBA semper a vi projectili, & centrali ductum. Primo dato tempore radius vector percurreret arcum E D, & aream trianguli E S D. Secundo æquali tempore ejus vis projectilis D H = E D illud ferret in H; & vis centralis ejus directionem inflectet, & velocitatem retardabit, & perget illud in C. Tertio æquali tempore vis projectilis C K = C D illud ageret in K; at vis centralis ejus directionem inflectens, & adhuc velocitatem retardans illud transferet in B; atque ita porro. Triangula hæc omnia E S D, D S C, C S B, B S A rationibus supra allatis erunt æqualia.

Quo-

Quoniam æqualibus temporibus radius vector ex viribus projectili, & centrali areas æquales describit; jam tempore duplo, triplo, quadruplo areas duplas, triplas, quadruplas describet; ergo temporibus proportionales. Q. E. D.

1280. COROLLARIUM. *Quum mobile areas aequales æqualibus temporibus percurrat; ejus tempus periodicum erit in ratione directa area totius orbitæ, & in inversa area dato tempore descripta.*

Hoc est: mobile totidem tempora æqualia insumet in tota orbita percurrenda, quot in illa continentur triangula illi æqualia, quod dato tempore describit; & eo longiori tempore revolutionem explebit, quo sector dato tempore descriptus minor erit.

1281. THEOREMA IV. *Velocitates mobilis ellipsim circa motus centrum describentis ex vi projectili, & centrali sunt in ratione inversa radiorum vectorum (Fig. 25).*

DEMONSTRATIO. Velocitates planetæ in diversis orbitæ suæ punctis temporibus æqualibus sunt ut rectæ AB, BC, CD, DE triangulorum æqualium ASB, BSC, CSD, DSE; sunt enim spatia temporibus æqualibus a planeta percurfa. Lineæ hæ, quæ velocitates exprimunt, & quæ eo magis crescunt, quo magis mobile ad suum centrum S accedit, in tota elliptica revolutione crescunt, & decrescunt in ratione inversa radiorum vectorum. Exempli causa: Si planetæ velocitas in B ejus velocitati in C comparetur, erit velocitas in B ad velocitatem in C, ut radius vector CS ad radium vectorem BS: ostendo. (Fig. 28).

I. In triangulis ASB, BSC æqualibus, & æqualibus temporibus percursis sit SB basis trianguli BSA: SC basis trianguli CSB. In has bases demittantur perpendiculares AM, BM. Quum triangula sint æqualia, erit $SB \times AM$

H 4

$= CS \times BN;$

$= CS \times BN$; ergo $SB : SC :: BN : AM$.
(*Math.* 173).

II. In iisdem triangulis, lineæ AB, BC minimo tempore descriptæ pro rectis sumantur: hæc planetæ velocitates exprimentes erunt hypotenusæ triangulorum rectangulorum AMB, BNC , quæ quum tempore minimo descriptæ sint, similia haberi possunt. Ergo $AB : BC :: AM : BN$ (*Math.* 516).

III. In triangulis æqualibus ASB, BSC radii vectores SB, SC sunt in ratione inversa altitudinum AM, BN , ex prima propositione; erunt ergo etiam in ratione inversa linearum AB, BC , quæ, ex secunda, sunt ut altitudines.

Ergo in planetæ, aut alius mobilis motu circa centrum S velocitates expressæ a basibus AB, BC , quas radii vectores includunt, sunt in inversa ratione radiorum vectorum. Q. E. D.

1282. NOTA. Duplex in motu planetarum velocitas distinguenda est: absoluta, & angularis.

I. *Velocitas absoluta* est spatium a planeta percursum divisum per tempus, quo percurritur. Est hæc in ratione inversa radiorum vectorum, ex præcedente theoremate.

II. *Velocitas angularis* est arcus circuli maximi cælestis inclusus duobus radiis vectoribus indefinite ultra planetam productis. Positis temporibus æqualibus, velocitas angularis est in ratione duplicata inversa radiorum vectorum. (*Fig.* 26).

Sit circa solem S circulus maximus cælestis $VXDE$, in cuius plano sit planetæ orbita $abAB$, ita ut planetæ a sole distantia SA dupla sit alterius distantie Sa . Anguli VSX, DSE ad verticem oppositi sunt æquales: sint singuli unius gradus. Planeta in a , die uno percurreret spatium ab : e sole visus videbitur per-

percurriffe spatium VX unius gradus. Deinde planeta ipse in A eandem habuerit velocitatem: quum spatium AB duplum fit spatio ab , tempore duplo opus eſſet, ut planeta spatium AB percurreret. At quum vera planetæ velocitas dimidio minor fit in A , quam in a ; ex præcedente theoremate, tempore quadruplo opus erit ut illa arcum AB unius gradus, ut ab , percurrat. Velocitas ergo angularis planetæ in AB eſt primo in ratione inverſa diſtantiæ ex minori velocitate; & adhuc in ratione inverſa diſtantiæ ex majori ſpatio radius vectoribus incluſo. Ergo angularis planetæ velocitas in ab eſt ad angularem ejus velocitatem in AB , ut SA^4 ad SA^2 .

*Theoria hæc planetarum, & cometarum
motibus applicata.*

1285. **HYPOTHESIS.** Ad planetarum, & cometarum motum curvilineum concipiendum circa quodvis gravitationis centrum, planetam aliquem ante leges naturæ, & motus conditas initio temporum conſideremus in immenſo ſpatio ſitum, natura ſua ad motum, & quietem indifferentem, aptum tamen quavis directione moveri (Fig. 23).

I. Planeta hic aut cometa T æternum immobilis permanebit in T , niſi a cauſa aliqua ad motum ſollicitetur: nec natura ad ſolem S , aut ad aliud quodvis corpus accedere nititur: ſi vero quavis directione impellatur, quum natura ad motum, & ad quietem indifferens ſit, hanc directionem ſequetur donec a cauſa aliqua diſtrahatur: in eo nec aſcenſus erit, nec deſcenſus; quum in ſpatio infinito neque ſuperius ſit, nec inferius ante motum creatum, & ejus leges ſtatutas.

II. Naturæ auctor in legibus, quas libuerit, motus condendis omnino liber ſtatuat, planetam

hunc perpetuo in solem S tendere *vi centrali*, qua sit in duplicata inversa distantiarum ratione ab hoc astro. Planeta T , qui antea ad solem S accedere, aut ab eo recedere non postulabat, ex hoc creatoris decreto perpetuo in hoc astrum tendet; quem nifum gravitatem, attractionem, gravitationem promiscue nuncupabimus.

III. Semel idem naturæ auctor planetæ huic impulsus indat directione quavis apta illum a sole S amovere: atque ex hoc impulsu oriatur *vis centrifuga* (1258), qua semper sit in triplata inversa ratione distantiarum a sole. Planeta T , qui antea a sole recessum non expetebat, ex nova hac creatoris lege perpetuo a sole recedere nitetur; quem nifum vim centrifugam vocabimus; eritque ipsa vi centripetæ seu centrali opposita.

Ex hac hypothesi, quæ ipsa naturæ legum historia esse videtur, perpetua habebitur planetæ T revolutio per curvam in se redeuntem circa solem; ut ostendere pergimus; eam dumtaxat variis conditionibus, quas in eodem mobili aut in pluribus, vires projectilis, & centralis subire possunt, accommodantes.

1284. **APPLICATIO I.** Sit initio temporum planeta, aut cometa A , cui semel Deus vim centramalem indat An , & vim projectilem AV , unde oriatur vis centrifuga $VB = An$. Linea projectionis AV , & linea gravitationis An sint ad angulos rectos ad centrum mobilis; & vis centrifuga BV sit omnino æqualis centripetæ An . Dico, centrum gravitatis hujus planeta perpetuo descripturum circulum circa centrum S , quod solem esse supponemus: at non hæc est curva a planetis, & cometis circa eorum gravitationis centrum descripta. (Fig. 30)

EXPLICATIO. I. Instante primo infinite parvo planeta ex viribus conspirantibus AV , An (quum his tantum viribus agatur) describet diagonalem minimi parallelogrammi, cu-

jus

jus latera sint in directione, & ratione illarum virium. Centrum ergo planetæ primo hoc tempusculo minimum arcum AB describet, nec ad gravitationis centrum S accedet, aut ab eo recedet; ex hypothese siquidem vis centrifuga illum perpetuo nititur ab hoc centro S tantum deinde removere, quantum vis centripeta illum ad idem punctum trahit. Ad finem itaque hujus tempusculi planeta erit in B in extremitate radii BS .

II. Quum vires AV , An sint invicem ad angulos rectos, mutuo nec eliduntur, nec juvantur: earum communis effectus AB utriusque vis, projectilis AV , & centralis An actionem adæquat: ut experientia docet (348): Quare vires hæ, quæ nec auctæ, nec imminutæ sunt erunt in B eadem ipsæ, quæ erant in A . Ergo planeta in B adhuc æqueur a vi projectili $BM = AV$, & a vi centrali $Bm = An$; & vires hæ adhuc angulum rectum efficient. Ergo secundo tempusculo infinitesimo planeta ex his duabus viribus describet diagonalem $BC = AB$, nec magis ad gravitationis centrum S accedet, aut ab eo recedet; nec in spatio percurso BC vis alterutra alteram excedet; pergunt enim sibi nec nocere, nec favere. (448)

III. Tertio tempore infinitesimo, atque ita porro in infinitum, planeta in C semper æque in directione tangentis, & radii sollicitatus, & eodem modo a vi centripeta ad suum gravitationis centrum attractus, & directione e diametro opposita a vi centrifuga distractus infinitas minimas diagonales centro suo describet, quarum summa erit circuli peripheria.

Quum planeta moveri supponatur in vacuo, aut in medio non resistente, vires projectilis, & centralis nullum obstaculum offendentes perpetuo eadem erunt, quæ primo instante motus fuerunt; ergo planetæ centrum semper a radio circuli vectum perpetuo circulum circa gravita-

tionis centrum S describet ex viribus, quibus in linea circulari moveri cœpit. Q. E. D.

1285. **APPLICATIO II.** In initiali planetæ, aut cometæ eiusdem motu lineæ projectionis AV & gravitationis AB sunt ad angulos rectos ad planetæ centrum, at vis centrifuga a projectili AV orta sit centripeta multo maior. Dico, in vacuo, seu in medio non resistente *planetam perpetuo descripturum circa gravitationis centrum S curvam in se redeuntem, qua non sit circulus: hæc est curva planetarum, & cometarum.* (Fig. 31).

EXPLICATIO. I. Supposito mobile in A & angulo virium projectilis, & centralis recto; si vires centripeta, & centrifuga essent æquales, mobile primo instante pergeret in a , & per circuli peripheriam procederet, ut ostendimus. (1284)

At quum vis centrifuga a projectili AV orta centripetam Ab superet in hac hypothefi, primo tempusculo mobile a centro gravitationis recedet juxta excessum vis centrifugæ supra centripetam: sicuti globus bellicus directione horizonti perpendiculari, aut obliqua explosus a terræ centro recedit, frustra obluctante vi permanente gravitatis, qua ad terræ centrum sollicitatur. Planeta A itaque post primum datum tempus magis a suo centro distabit in puncto B & ex viribus AV , Ab diagonalem, sive arcum AB percurrisse invenietur. (345)

II. Planeta, aut cometa in B adhuc sollicitatur a vi projectili per tangentem BT , & a vi centrali per radium vectorem BS : ex his viribus conspirantibus altero æquali tempusculo percurreret arcum BC . Hic nota,

Primo, quum angulus SBT virium sit obtusus, earum communem effectum BC minorem fore, quam primo tempusculo: unius enim actio ex parte insumitur in alterius actione elidenda.

(349) Atqui effectus hic communis BC est mobilis

bilis velocitas : ergo hæc minor erit secundo tempore , quam primo . (1275)

Deinde , quum vis centrifuga decreseat in triplicata inversa ratione radiorum vectorum (ut supposuimus , & mox ostendemus) , dum vis centripeta decrescit tantum in duplicata inversa eorum radiorum ratione , vim centripetam in B minus , quam in A excedi a vi centrifuga . Mobile ergo ex B in C trajectum hoc secundo tempore adhuc a centro S recedet , minus tamen , quam primo tempore .

III. Planeta , aut cometa adhuc ab illis duabus viribus agitur , quarum angulus S C T obtusior fit ; ejus ergo velocitas minuitur (1275) . Vis centrifuga hic procedens a vi projectili semper decrescente perpetuo minuitur , sicuti & vis centripeta , quo major fit radius vector ; at prima in majori ratione minuitur , quam postrema . Mobile ergo his viribus actum pergit a centro S recedere juxta excessum semper decrescentem vis centrifugæ supra centripetam .

IV Tandem cometa ; aut planeta ad quoddam punctum D pervenit , ubi vires centrifuga , & centripeta sunt æquales . Si angulus S D T virium rectus esset , planeta in puncto D circum describere inciperet , & semper describere pergeret . (1284)

At vero quum angulus S D T sit obtusus , magna pars vis centripetæ infumitur in mobilis velocitate retardanda (1275) ; dum vis centrifuga tota infumitur in mobili a suo gravitationis centro removendo . Vis centripeta in duas resolvitur , quarum una in sibi æqualem centrifugam , quæ non decompōnitur , non colluctatur . Mobile ergo , cujus vis centripeta multo imminuitur , adhuc a centro S recedere perget donec ad superiorem absidem F adveniat . (1175)

V. Quum illuc planeta advenit , vis centripeta centrifugæ e diametro opponitur ; non ergo , ut antea , in duas resolvitur . Quum vero
post

post punctum D, ubi hæ vires erant æquales, semper decreverit, prima in duplicata, altera in triplicata radiorum vectorum ratione; vis centripeta in F centrifugam multo excedere debet; coget ergo vis centripeta excessu suo mobile ad centrum S tantundem accedere, quantum in præcedente dimidia curva recesserat.

VI. In F, ubi vires projectilis FT, & centralis Fx sunt ad angulos rectos, planeta circulum describeret, si vires centrifuga, & centripeta æquales essent (1284). At quum vis centrifuga maxime imminuta multo minor centripeta sit, hæc excessu suo magis magisque mobile trahit ad centrum S, illudque cogit successive diagonales describere FG, GH, HI, IK, KL, LA. Ubi nota, ut antea, quo magis mobile ad suum centrum accedit, eo magis curvam deprimi, ut in parte opposita; & omnes virium conspirantium angulos SIT magis, minusve auctos esse ab abside superiore F ad inferiorem A. Quare mobile in transitu ab abside superiore F ad inferiorem A velocitatem magis magisque accelerare debet. (1275)

VII. Quum vires centripeta, & centrifuga ab abside superiore ad inferiorem diversa ratione crescant, prima scilicet in duplicata, altera in triplicata radiorum vectorum; mobile tandem ad punctum I, aut K pervenit, in quo hæ vires sunt æquales. Si angulus SIT a vi projectili, & centrali effectus rectus esset, mobile per circulum pergeret; quum vero acutus sit & frequentes quoque SKL, magna pars vis projectilis nititur mobile ad centrum S trahere, atque ita centrali favet, centrifugæ officit (1275). Ita vis centripeta, non obstantibus successivis, & in majori ratione centrifugæ augmentis, hiu prævalere pergit, & magis magisque mobile ad centrum S admoveri donec ad absidem inferiorem A pervenerit.

VIII. Quum tandem in A vires centripeta
pro-

projectilis sint ad angulos rectos, non se amplius mutuo juvant. Vis centrifuga, quæ ab abside superiori ad inferiorem perpetuo crevit in triplicata ratione inversa radiorum vectorum, quum centripeta in duplicata tantum inversa illorum ratione creverit, maximum augmentum in A obtinet. Hic opposita multo fortior actionis excessu planetam a centro S remouet, illumque per eandem omnino curvam hactenus expositam ducit a sua origine A usque ad reditum in se ipsum ad idem punctum A. Ergo planeta, aut cometa, de quo hactenus, ex viribus projectili, & centrali juxta certas leges variabilibus circa suum gravitationis centrum curvam in se redeuntem describet, quæ non erit circulus. Q. E. D.

1286. **APPLICATIO III.** In theoria virium planetam, aut cometam A agentium hactenus exposita, mobile supponitur esse in perihelio: sive in sua inferiori abside in primo instante projectionis AV. Reliquum est, ut ostendamus, in primo projectionis instante mobile in alio ejusdem aut similis curva puncto esse potuisse sub aliis motus compositionibus, qua omnes ad expositam reducuntur. (Fig. 31)

EXPLICATIO. I. In primo motus instante vires projectilis, & centralis sint ad angulos rectos; at vis centripeta centrifugam excedat: mobile in F, abside sua superiori, curvam FGHIKLA percurreret perpetuo ad suum centrum accedens usque ad punctum A, ubi præcedens explicatio cœpit. In hac hypothese, si mobile sit cometa, aut planeta primarius, projectio FT in aphelio cœpit.

II. Initio projectionis vires projectilis, & centralis æquales sint, sed ad angulum obtusum: mobile in D inter utramque absidem perpetuo recedet a centro S donec ad superiorem absidem F adveniat, ubi ad centrum accedere incipiet; ut explicavimus. In hac hypothese projectio cœpit inter utramque absidem directione ab inferiori ad superiorem.

III.

III. Vires projectilis, & centralis initio projectionis adhuc æquales sint, sed ad angulum acutum: mobile in I perpetuo ad centrum accedet usque in A, ubi recedere incipiet (1285). In hac hypothese projectio cœpit inter utramque absidem directione a superiori ad inferiorem.

IV. Incipiat projectio ad angulum rectum in perihelio A, & vis centrifuga multo maxime centripetam excedat: curva a mobile circa centrum S descripta erit maxime excentrica: erit hæc curva cometæ. Vis centrifuga mediocriter tantum centripetam excedat; curva descripta non erit admodum excentrica: erit hæc curva alicujus ex nostris planetis.

V. Facile intelliges, motum projectilem directionem quaecumque habere posse; & mobile quodvis in medio non resistente perpetuo motum iri directione quavis motus primitus impressi. Hinc diversi planetarum, & cometarum motus. Illi omnes impulsu ab occidente in orientem, at non alterum alteri parallelum subierunt: hi diversis directionibus impulsus subierunt, alii ab occidente in orientem, alii ab austro in boream, alii a borea in austrum; & omnes circa proprium gravitationis centrum moveri pergunt curvas describentes, quarum planum primam motus projectilis directionem continet. (1266)

Objectiones diluenda.

1287. OBJECTIO I. Quum planeta, aut cometa A moveri incipit in curva a circulo diversa, vis centripeta est centrifuga major, aut minor, Si *major* sit, mobile viribus his oppositis, & inæqualibus sollicitatum perpetuo spiras circa suum gravitatis centrum describere debet ita, ut in quavis revolutione magis magisque infinitum ab hoc centro recedat; si *minor* sit, spiras describet, quibus perpetuo ad hoc centrum

trum accedat, donec in ipsum incidat. Ergo planeta, aut cometa, cujus curvam descripsimus ex viribus projectili, & centrali certam, ac definitam ellipsim circa suum gravitatis centrum non describet. (*Fig. 31*)

RESPONSIO. Si vires centrifuga, & centripeta essent aut duæ vires constantes, aut quæ in eadem ratione augerentur, aut minuerentur quo tempore mobile ab ipsis actum ad suum centrum accedit, aut ab eo recedit; profecto quæ virium initio motus prævaleret, perpetuo alteri prævaleret, & objectas spiras describere cogeret.

At si vires hæc diversis rationibus crescunt, & decrescunt dum mobile ad centrum accedit, aut ab eo recedit: si, exempli gratia, dum mobile ab *A* transit in *F*, vis centrifuga minuitur in triplicata inversa ratione radiorum vectorum & centripeta sequitur tantum duplicatam inversam eorum rationem, jam vis centrifuga in multo majori ratione, quam centripeta decrescens, post datum tempus illi æqualis fiet; deinde ista minor; & vis, quæ major fuit in perihelio *A*, non amplius talis erit in aphelio *F*; & reciproce quæ virium alteri præstitit in aphelio *F*, non amplius in perihelio *A* præstabit. Atqui harum virium centripeta perpetuo sequitur duplicatam inversam rationem radiorum vectorum (1273) seu distantiarum; altera triplicatam inversam (1298): ergo viribus his mobile spiras non describet, quibus aut perpetuo a centro recedat, aut tandem in illud illabatur.

Si petas cur naturæ Auctor virium harum diversa hæc incrementa, & decrementa decreverit, respondeo, illum ita libere statuissse; motum vero ellipticum planetarum ab ipso statutum postulare allata virium harum incrementa & decrementa, alterius scilicet in duplicata, alterius in triplicata inversa ratione distantiarum. Alia quævis ratio diversum omnino in natura rerum ordinem effecisset, puta, motum in

186 *Theoria phaenomenorum caelestium.*
caelestibus corporibus circularem, aut spiralem.

1288. OBJECTIO II. Ellipsis, trajectoria planetis, & cometis attributa, æque in verticibus curva esse debet, & etiam in punctis omnibus ab utroque vertice æque distantibus. Atqui curva hujusmodi a viribus projectili, & centrali a nobis expositis describi nequit. Siquidem (fig. 26)

Ut æqualis esset curvatura in ab , & in Am : vis centralis curvaturam horum arcuum æqualium efficiens eadem esse deberet in a , & in A . Atqui vis ista, quæ duplicatam sequitur inversam distantiarum rationem, multo major est in ab , quam in Am ; ergo in his arcubus æqualibus ad vertices curvæ sitis æqualem curvaturam efficere nequit: ergo allata curva non est ellipsis.

RESPONSIO. Ad difficultatem speciosam magis, quam solidam, diluendam res simplicius proponamus. Sit radius vector $Sa = 1$, radius vector $SA = 2$; arcus ab æqualis arcui Am ; vis centralis in $a = 4$, in $A = 1$. His positis, quæ objectionis fundamenta sunt, dico curvaturam Am ipsi ab æqualem fore.

I. Observationibus, & prima lege Kepleriana constat, velocitates planetæ in A , & in a esse in ratione inversa radiorum vectorum (1281): ergo velocitas planetæ in a dupla erit illius in A : ergo arcus ab percurreretur dimidio tempore illius, quo percurreretur arcus Am : ergo planeta percurrens arcum ab duplo pauciores impulsus a gravitate, seu a vi centrali sustinebit, quam percurrens arcum Am , quem percurrendo duplum tempus insumit.

II. Actio vis centralis in planetam æstimanda est impulsuum numero, & intensitate. Numerus impulsuum in ab est $= 1$; cujusque impulsus intensitas est $= 4$: actio totalis est $1 \times 4 = 4$. Numerus impulsuum in Am est $= 2$; cujusque impulsus intensitas est $= 1$: actio totalis $2 \times 1 = 2$. Ergo actio vis centralis in planetam dupla est in a illius, quæ habetur in A .

Num:

Num propterea planeta a tangente distrahi debet duplo in a , quam in A ? Nequaquam. Si enim vis centralis duplam actionem habet in a ; vis projectilis dupla in a , quam in A duplam illi obicit resistantiam. Quare in a vis projectilis, cujus resistantia curvaturæ est $= 2$ inflecti debet a vi centrali $= 2$; sicuti in A alia vis projectilis, cujus resistantia curvaturæ est $= 1$, inflectetur a vi centrali $= 1$. Ergo curvatura in motu planetæ effecta a vi centrali in projectilem, in utroque arcu ab , Am æqualis erit: ergo curva a planetæ centro ex viribus projectili, & centrali descripta ellipsis esse potest, & debet.

1289. OBJECTIO III. Etsi mobile ex viribus projectili, & centrali ferri possit per curvam ellipticam, & circularem a zenith ad nadir; concipi tamen nequit qua ratione contra gravitatem a nadir ad zenith ascendere possit. Motum hunc imaginatio ejurat: illum ne ratio admittet?

RESPONSIO. Quum a teneris corpora terrestria ad terræ centrum tendere viderimus, ideam hanc ultra suos terminos extendimus; & nulla ratione ducti corpora omnia ad terræ centrum, & ultra ad id, quod nadir nuncupamus, gravitare arbitramur. Judicandi consuetudo nulla prævia discussione hæc in nobis præjudicia procreat, quæ in iis, qui imaginatione potius, quam ratione ducuntur, ubi radices egerit, non ita facile extirpantur. Duas has hominis facultates, Creatoris dona, imaginandi, & ratiocinandi vim ne separemus: verum cuique sua tantum munera tribuamus: prima sæpius sine altera cæcitiens, & fallax est: postrema sine prima semper exsucca est, & languens; in humanis cognitionibus illa mentem extollit semper, aliquando aberrare facit; hæc mentem illustrat, & recto tramite ducit. Jam vero si in corporum gravitatione imaginatio nos fallit, quid ratio docet? experientia, & observatione duce docet,

R. Te-

I. Terrestria corpora ad terræ centrum, non ultra gravitare: antipodum enim corpora ad nos tendunt, ut nos ad illa: & terræ centrum illis æque, ac nobis commune gravitatis centrum est.

II. Lunæ gravitationis centrum, ut & corporum terrestrium, esse ipsum terræ centrum: in quovis enim orbitæ suæ puncto sive supra, sive infra nos a tangente ad terræ centrum motum suum inflectit.

III. Lunam, & corpora terrestria non magis ad zenith tendere, quam ad nadir, ad arietem, quam ad libram, ad polum arcticum, quam ad antarcticum. Perperam ergo in luna ad zenith vim acceleratricem imaginamur, qua ad nadir deiciatur: in luna ad nadir vim retardantem, quæ motui suo zenith versus obsistat; luna enim ad neutrum ex his punctis peculiariter tendit; & quum in spatio infinito nihil superius sit, nihil inferius, re ipsa *luna neque zenith habet, neque nadir.*

IV. Tellurem, planetas primarios, & cometas in solem tanquam gravitationis suæ centrum niti, circa quem convertuntur, quin ad zenith, aut ad nadir, ad arietem potius, quam ad libram, aut alio peculiariter tendat. Quare nihil magis arduum est, ratione duce, motum corporis concipere circa suum gravitatis centrum dum a nadir ad zenith procedit, quam dum a zenith ad nadir progreditur. (1283)

1290. OBJECTIO IV. Si luna ex vi projectili, & centrali ellipsim circa tellurem describit; cur globus bellicus horizontaliter explosus parem curvam non describat?

RESPONSIO. Talem curvam globus hic non describit, quia nimia est ejus vis centripeta centrifugæ comparata.

I. Globus bellicus ad mœnia diruenda projectus centum ferme hexapedas tantum uno secundo percurrit (391); atque ex hac vi proje-

Aili

Stili vim centrifugam obtinet tantum lineæ $1 + \frac{1}{3}$; ut constat observationibus, theoria libellæ (*Math.* 534) & theoria sinus versî hic adhibita (1269). Ergo globus hic, qui ex vi centripeta uno secundo per 15 pedes ad terræ centrum accedit, quique eodem tempore nititur tantum ab hoc centro recedere lineâ $1 + \frac{1}{3}$ ex vi projectili horizontali, unde oritur vis centrifuga, quamprimum terræ superficiem attingere debet, ubi ejus motus cessabit.

II. Si globus iste velocitate polleret quadragies quinquies, aut quinquagies majore, in medio non resistente objectam curvam describere posset; si enim uno secundo hexapedas ferme 5000 percurreret, ultra pedes 15 a terræ centro recedere niteretur (*Math.* 391) ex vi projectili, dum eodem tempore tantum per pedes 15 ad idem centrum ex vi centrali accedere niteretur. At in medio resistente, qualis est aer (302), ejus vis projectilis etsi multo plurimum, quam supponamus, auferetur, brevi tota extingueretur; & a vi centrali ad terræ superficiem brevi traheretur.

III. Duo hæc, quæ probant corpus prope terram projectum in ellipsi moveri non posse, non ita probant, lunam in ellipsi non moveri, cujus vis centralis est ferme vicibus 3600 minor, quam in illo globo (1272); cujus vis projectilis, qua quovis minuto percurrit pedes 187264 (1272) ferme sextuplo major est globi bellici vi projectili mœnia diruentis, & cujus revolutio ex vi projectili, & centrali fit aut in vacuo, aut in medio non resistente.

§. II.

THEORIA LEGIS SECUNDÆ.

1291. OBSERVATIO. **P** Ræcedente paragrapho ostendimus, planetas, & cometas ex viribus projectili, & centrali ellipses circa sua motus centra describere: hasque ellipticas revolutiones esse tantum theoriæ motus confectaria. At qua ratione ex theoria motus deducantur proportionēs inter horum corporum veluti fortuito circa commune centrum revolutionum distantias, & tempora periodica?

Quum theoria hæc, quæ paucis adridebit, ut pro dignitate pertractetur calculos necessario, postulet valde involutos; nos principia tantum proponemus, quibus innititur; & ostendemus, velocitatibus, viribus centralibus, radiis vectoribus, & temporibus periodicis invicem comparatis, proportionem a secunda lege Kepleri propositam deduci posse (1261).

Ut theoriam hanc qua majori possumus simplicitate pertractemus, tantum duorum planetarum A , a in diversis hypothesibus revolutiones invicem comparabimus; ac supponemus, planetas hos in duobus circulis concentricis moveri, quorum radii inter se sint ut 2 ad 1. Facile quæ ex circulo deducuntur ad ellipsim transferentur: certas enim rationes dicit ellipsis ad circulum (Fig. 30).

In hac theoria, quæ notas algebraicas necessario postulat, planetas duos dicemus A , a : eorum velocitates, seu vires projectiles V , v : eorum distantias, seu radios vectores R , r : eorum tempora periodica T , t : eorum vires centripetam, & centrifugam $\frac{V^2}{R}$, $\frac{v^2}{r}$ (1274).

Axiom.

Axiomate sequenti quidquid in his formulis obscurum esse potest illustrabitur. Formulæ hæc specie magis, quam re difficiles, simplicis fractionum multiplicationis, & divisionis notionem postulant, ut in nostris elementis mathematicis traditur.

1292. AXIOMA. Numerus fractioni aequalis est, cujus numerator sit iste numerus, denominator unitas. Exempli gratia, $4 = \frac{4}{1}$; $10 = \frac{10}{1}$; $R = \frac{R}{1}$, $R^2 = \frac{R^2}{1}$, atque ita de ceteris.

EXPLICATIO. In sequentibus supponuntur duo quævis corpora, (puta planetæ duo) alterum a centro motus distans ut 4, alterum ut 2 (Fig. 20),

I. Si eorum velocitates sint in ratione inversa distantiarum, seu radiorum vectorum, habebimus primo $V : v :: 2 : 4$; vel $V : v :: \frac{1}{4} : \frac{1}{2}$, aut secundo, $V : v :: r : R$, vel $V : v :: \frac{1}{R} : \frac{1}{r}$ (Math. 190).

Dixi primo, $V=2$; $v=4 :: \frac{1}{4} : \frac{1}{2}$. Hoc patet: mediorum enim, & extremorum producta sunt æqualia siquidem $\frac{1}{R}=4$ est dimidi um $\frac{1}{2}=2$

Hinc sequitur, in altera analogia V exhiberi per $\frac{1}{R}$, sive $V=\frac{1}{R}$, sicuti in prima V exhibetur per $\frac{1}{4}$ seu $V=\frac{1}{4}$. Quare $V=\frac{1}{R}$, & $v=\frac{1}{r}$.

II. Quoniam $V=\frac{1}{R}$, si duo membra æquationis $V=\frac{1}{R}$ efferantur ad quadratum, erit $V^2=\frac{1}{R^2}$; si hujus æquationis $V^2=\frac{1}{R^2}$ membra dividantur per R , vel per $\frac{R}{1}$ (Math. 212); erit $\frac{V^2}{R}=\frac{1}{R^3}$.

Quoniam itaque in hac postrema æquatione primum membrum $\frac{V^2}{R}$ est expressio virium cen-

traliū (1274); alterum quove membrum $\frac{1}{R^3}$ erit earundem expressio. Poterunt ergo duorum planetarum vires centrales comparari eas exponendo modo per $\frac{V^2}{R}$, $\frac{v^2}{r}$, modo per $\frac{1}{R^3}$, $\frac{1}{r^3}$.

1293. NOTA. Velocitas, seu vis projectilis parit in mobili vim centrifugam (1258); & in eo destruit vim centripetam, sive ejus partem. Ergo vis mobilis centripeta ab ejus vi projectili, seu velocitate non pendet; ab hac vero vis centrifuga omnino pendet. Lunæ, aut globi bellici horizontaliter projecti vim projectilem destrue: eorum vis centripeta, seu nifus ad terræ centrum prorsus perseverat. In iisdem mobilibus vim projectilem destrue: vis centrifuga prorsus tollitur, nec ulla ex parte jam vi centripetæ perseveranti opponitur.

Quam rationem in mobili sequatur vis centripeta, quæ a velocitatibus non pendet, pendet vero a distantis, supra ostendimus: in eodem mobili (quæcumque sit velocitas, seu vis projectilis) semper est in ratione duplicata inversa distantiarum. (1272)

Ostendendum superest in qua ratione vis ista centripeta in mobili destruat ab actione centrifugæ, quæ a mobili velocitatibus, & distantis simul pendet: hoc sequentibus præstabimus, in quibus expressio $\frac{V^2}{R}$ virium centralium centrifugam præsertim respiciet, quæ ex earum ratione ad centripetas antea notas æstimandæ sunt. (1273)

Hypotheses.

1294. HYPOTHESIS I. Si tempora periodica planetarum *A*, *a* sint aequalia, eorum velocitates, & vires centrifuga erunt ut eorum distantia, seu radii vectores. (Fig. 30)

DEMONSTRATIO. I. Velocitates erunt ut
ra-

dii; nam sunt ut spatia æqualibus temporibus percurſa (265): atqui hæc eſſent ex hypotheſi arcus concentrici, & ſimiles AB , ab , qui in circulo ſunt ut radii AS , aS (*Math.* 474). Ergo habebimus $V : v :: R : r$.

II. Vires centrifugæ eſſent quoque ut radii. In circulo enim, vires centrifugæ centripetis ſunt æquales, & earum communis expreſſio eſt $\frac{V^2}{R}$, $\frac{v^2}{r}$ (1274): Quum ergo ex præcedente analogia

ſit $V : v :: R : r$; erit $\frac{V^2}{R} : \frac{v^2}{r} :: \frac{R^2}{R} : \frac{r^2}{r}$; & deſictis terminis ſe deſtruentibus in ſecunda ratione, $\frac{V^2}{R} : \frac{v^2}{r} :: R : r$. Hoc eſt vires centrales erunt ut radii vectores. Q. E. D.

1295. COROLLARIUM. Si ſphæra; ut tellus, circa ſuum axem rotetur velocitate quacumque, omnia ejus puncta eodem tempore rotantur; & velocitates, & vires centrifugæ punctorum ejusdem circuli axi perpendicularis ſunt ut diſtantiæ ab axe, ſeu ut radii circuli quem deſcribunt.

EXPLICATIO. Dum terra circa ſuum axem rotatur, quodvis ejus elementum circulum deſcribit, cujus centrum in axe eſt; & quodvis elementum vi projectili pollet, unde in ipſo oritur vis centrifuga; ex vi enim projectili quodvis elementum effugere nititur per tangentem curvæ, in qua a gravitate, ſeu a vi centripeta detinetur.

I. Terræ, aquæ, aut aeris elementa quæ majores circulos deſcribunt, majori velocitate, & vi projectili pollent, quamquæ minores deſcribunt: prima ergo majorem poſtremis vim centrifugam nanciſcuntur.

Poſita gravitate, ſeu vi centripeta in his omnibus æquali, prima majorem gravitatis ſeu vi centripetæ portionem amittent, quam poſtrema; quum enim prima majorem habeant vim centri-

194 *Theoria phenomenonorum celestium.*
 fugam, majorem hæc vis centripetæ partem elidit. Hinc polorum depressio, ubi vires centripetæ a velocitatibus ortæ nullæ sunt; & æquatoris elevatio, ubi velocitas, & vis centrifuga maxima est, & propterea majorem gravitatis partem elidit.

II. Etsi in hac terræ, aquæ, & aeris elemento-que uniformi revolutione quodvis elementum vi centrifuga polleat gravitati directe, aut oblique opposita; non propterea ab hac tota gravitas destruitur: imo sub ipso æquatore ejus exigua tantum pars eliditur: sub polis nulla; minor pars semper quo magis ab æquatore ad polos accedimus. Ex Hugenii, & aliorum calculis, ut corpora terrestria in superficie telluris gravitatem omnem amitterent, tellus decies & septies velocius rotari deberet; seu ejus conversio perfici deberet hora ferme una, & minutis 25.

III. Qua igitur ratione in hac terrestrium corporum revolutione vires centripetæ centrifugis sunt æquales? hac ratione scilicet; quia excessus vis centripetæ supra centrifugam a projectili ortam ubique eliditur in quavis columna (puta aquea, aut aerea) ab adjacentium columnarum pressione, quarum gravitas sit vera vis centrifuga columnis successive contiguas, quas juxta hydrostaticæ leges attollere nititur. (621)

1296. HYPOTHESIS II. *Si planetarum A, a velocitates sint æquales, tempora periodica erunt ut radii, & vires centrifuga in ratione inversa & radiorum, & temporum periodicorum.* (fig. 30)

DEMONSTRATIO. I. Tempora periodica erunt ut radii: quum enim velocitates sint æquales, eo longior erit revolutio corporis A revolutione corporis B, quo circulus descriptus ab A major est descripto ab a: erunt ergo tempora periodica ut hæ peripheriæ, adeoque ut radii illis proportionales (Math. 473). Ergo $T :: R : r$.

II. Vires centrifugæ erunt in ratione inversa radio-

radiorum. Nam hæ vires sunt $\frac{V^2}{R} : \frac{v^2}{r}$; at ex hypothesi $V^2 = v^2$; ergo $\frac{V^2}{R} : \frac{v^2}{r}$ sunt in ratione inversa suorum divisorum, qui sunt radii. (Math. 190)

III. Vires centrifugæ erunt quoque in ratione inversa temporum periodicorum. Quum enim sint in ratione inversa radiorum, sunt quoque in ratione inversa peripheriarum ab his radiis descriptarum; adeoque & temporum periodicorum, quæ sunt inter se ut hæ peripheriæ. Q. E. D.

1297. HYPOTHESIS III. Si velocitates planetarum A , a sint in ratione inversa distantiarum, aut radiorum vectorum, vires centrifugæ erunt in triplicata inversa ratione harum distantiarum. (Fig. 30)

DEMONSTRATIO. Positis planetarum velocitatibus in ratione inversa distantiarum, aut radiorum vectorum, erit minor velocitas V planetæ remotioris ad majorem v propinquioris, ut minor radius r ad majorem R ; hoc est $V : v :: r : R$. Et ex præcedente axiomate: $V : v :: \frac{1}{r} : \frac{1}{R}$; adeoque $V = \frac{1}{R}$; $V^2 = \frac{1}{R^2}$; $\frac{r^2}{R} = \frac{1}{R^2}$; & $v = \frac{1}{r}$; & $v^2 = \frac{1}{r^2}$; $\frac{v^2}{r} = \frac{1}{r^3}$; unde sequitur $\frac{V^2}{R} : \frac{v^2}{r} :: \frac{1}{R^3} : \frac{1}{r^3}$.

Atqui hic prima ratio exprimit vires centrifugas (1274); ergo altera illi æqualis exprimit quoque vires centrifugas. At in hac termini sunt fractiones duæ, quæ sunt inter se ut cubi distantiarum, aut radiorum. Quum enim numeratores iidem sint, fractiones sunt in ratione inversa divisorum (Math. 190), qui sunt cubi radiorum vectorum.

Exprimentur ergo vires centrifugæ vel hac proportionem $\frac{V^2}{R} : \frac{v^2}{r} :: \frac{1}{R^3} : \frac{1}{r^3}$, vel hac alia æquali $\frac{V^2}{R} : \frac{v^2}{r} :: r^3 : R^3$; hoc est vires centrifugæ pla-

196 *Theoria phaenomenorum celestium.*
netarum A, a in hac hypothefi sunt in ratione triplicata inverfa radorum vectorum. Q. E. D.

1298. COROLLARIUM. *Vires centrifuga planeta ellipfim circa suum gravitatis centrum describentis sunt in quovis orbita sua puncto in ratione triplicata inverfa distantiarum, aut radorum vectorum.*

DEMONSTRATIO. Mobile curvam describens a circulo diverfam censeripotest quovis instante incipiens moveri per circulum, cujus radius æqualis effet radio in illo instante planetæ vectori: arcus enim ellipsis infinite parvus ad sensum confundi potest, & congruere cum arcu infinite parvo circuli ejusdem curvaturæ, & radii cum arcu elliptico. (*Math.* 761)

Motus planetæ, aut cometæ in curva elliptica potest igitur censeripotest constans minimis motibus circularibus quovis instante variabilibus, & quorum veræ, & absolutæ velocitates sunt semper, & ubique in ratione inverfa radorum vectorum. (1281)

Atqui ex præcedente hypothefi velocitates hæ in ratione inverfa radorum vectorum parerent in circulo vires centrifugas in ratione triplicata inverfa radorum vectorum; ergo idem parerent in curvis nihil, aut infinite parum a circulo diverfis. Ergo diversæ ejusdem planetæ velocitates semper in ratione inverfa radorum vectorum variabilium illi inderent vires centrifugas in triplicata ratione inverfa horum radorum in omnibus infinite minimis suæ curvæ arcubus, qui ubique cum arcubus circularibus ejusdem curvaturæ confundi possunt, & quorum radius in quovis puncto radio vectori æqualis effet.

Ergo, ut alibi supposuimus, vires centrifugæ hujus planetæ, aut cometæ sunt in quovis puncto orbitæ ellipticæ in triplicata ratione inverfa distantiarum, aut radorum vectorum. Quare quum distantia erit $= 1$, vis centrifuga erit $= 1$; quum distantia erit $= 2$, vis centrifuga erit $= \frac{1}{4}$; quum

quum distantia erit $= 3$, vis centrifuga erit $= \frac{r^2}{27}$;

& sic deinceps. Q. E. D.

1299. OBJECTIO. Si in motu elliptico planetarum vires centrifugæ alternatim crescunt, & decrescunt in triplicata inversa ratione radiorum vectorum; vires centripetæ eadem ratione crescere, & decrescere deberent: eadem enim est utrarumque virium expressio (1274). Quomodo ergo theoria hæc concilietur alibi statutæ; scilicet vires centripetas sequi rationem duplicatam inversam, non triplicatam inversam radiorum vectorum? (1272)

RESPONSIO. Corporis circulariter moti vires centrifuga, & centripeta semper sunt æquales; si enim altera excederet, corpus a centro recederet, aut ad illud accederet, nec amplius circulum describeret. Quare in circulo ambarum virium expressio semper eadem est.

At in motu elliptico, in quo vires hæ inæquales sunt, & altera alteram alternis excedit, earum expressio eadem non est, nisi si invicem comparentur in circulo ellipsi applicato, cujus arcus infinitesimus infinitesimo ellipseos arcui congruat (Math. 762). Tunc virium expressio eadem erit, relata ad circulum comparisonis: nititur enim vis centrifuga tantundem corpus a circuli hujus centro abducere, quantum vis centripeta illud ad hoc centrum trahit. Non eadem est expressio pro ellipsi, aut curva mobili: in quovis enim hujus curvæ puncto vis centrifuga in centripetam inæqualiter agit.

Si quæras, quare theoria hypothesis, & collateralis præcedentis congruat vi centrifugæ in ellipsi, non item centripetæ: dico, vim centrifugam semper esse in directione radii tum in ellipsi, tum in circulo comparisonis; est enim quantitas, qua mobile recedere nititur ab arcu ellipsi, & circulo comparisonis communi; ac vis centripeta est in directione radii ellipseos,

non vero radii circuli ellipsi applicati: est enim quantitas, qua mobile nititur accedere ad focum centralem ellipseos, non ad centrum circuli comparationis. Potest ergo hoc circulo inveniri expressio vis centrifugæ in ellipsi, non vero erit hæc quoque expressio centripetæ in illa ellipsi: hæc jam alia ratione inventa supponitur (1272).

1300. **NOTA.** Tres allatæ hypothesēs falsæ sunt, nec systemati planetario congruunt, ut patet. Postrema, exempli gratia, planetarum veris velocitatibus non congruit; sunt enim hæc in ratione subduplicata inversa distantiarum, non in simplici inversa. Congruit tamen hypothesi veris velocitatibus ejusdem planetæ, cujus veræ, & variabiles velocitates in diversis orbitæ punctis semper sunt in ratione inversa distantiarum a sole (1181); hypothesi vero scopus est vim centrifugam hujus unici planetæ definire ad diversas a suo centro motus distantias.

1301. **HYPOTHESIS IV.** Si planetarum *A*, a vires centripeta sint in ratione duplicata inversa distantiarum, ut re ipsa sunt (1275); eorum vera velocitates erunt in ratione subduplicata inversa distantiarum (Fig. 30).

Planetæ scilicet remotioris velocitas erit ad propinquioris velocitatem; ut radix quadrata minoris distantie ad radicem majoris. Ubi nota, non esse hanc falsam hypothesim, ut præcedentes, institutam aut ad veram statuendam, aut ad utilem aliquam cognitionem obtinendam: est hæc ipsa naturæ hypothesi, & secunda lex Kepleriana in motu medio planetarum.

DEMONSTRATIO. I. In hac hypothesi vis centripeta planetæ remotioris est ad vim centripetam propinquioris, ut quadratum minoris radii ad quadratum majoris, sive $\frac{V^2}{R} : \frac{v^2}{r} :: r^2 : R^2$,

& ex

& ex præcedentis axiomatis explicatione, $\frac{V^2}{R}$;

$$\frac{V^2}{R} :: \frac{1}{R^2} :: \frac{1}{r^2}.$$

II. Jam vero in æquatione $\frac{V^2}{R} = \frac{1}{R^2}$ invenien-
 dus est valor ipsius V exprimentis velocitatem,
 & valor ipsius R exprimentis radium. Ductis
 æquationis membris in R , erit $V^2 = \frac{R}{R^2}$; &
 deletis in postremo membro quantitibus se de-
 struentibus, erit $V^2 = R$; seu quadratum velo-
 citatis radio proportionale (a). Deinde, quo-
 niam $\frac{V^2}{R} = \frac{1}{R^2}$, dempto utrinque R , erit $V^2 = \frac{1}{R}$;
 & extracta radice quadrata, erit $V = \sqrt{\frac{1}{R}}$.

Hic primum membrum exprimit velocitatem
 planetæ remotioris, alterum membrum radicem
 quadratam radii planetæ propinquioris. Ergo
 pari modo alterum vim centripetam tractando
 inveniemus, veram remotioris planetæ veloci-
 tatem esse ad propinquioris velocitatem; ut ra-
 dix quadrata minoris distantiae est ad radicem
 quadratam majoris; seu velocitates esse inter se
 in subduplicata inversa ratione distantiarum.

Q. E. D.

1302. NOTA. Quoniam velocitas est spatium
 divisum per tempus, quo percurritur (262); di-
 vidantur, exempli gratia, telluris, & Martis
 orbitæ per eorum tempora periodica: invenie-
 tur vera Martis velocitas telluris velocitate mi-
 nor; & erit media Martis velocitas ad mediam
 telluris velocitatem; ut radix quadrata mediæ
 tellu-

(a) Error; erit enim $V^2 = \frac{1}{R}$; ut *infra*. In
 terpres.

200 *Theoria phenomenon celestium*
 telluris distantia ad radicem quadratam mediae
 Martis distantia. Ita in reliquis planetis.

1303. COROLLARIUM I. *Velocitates vera
 planetarum A, a si sint in duplicata inversa
 ratione distantiarum, quadrata temporum perio-
 dicorum erunt ut cubi distantiarum (Fig. 30).*

DEMONSTRATIO. Tempora sunt ut spa-
 tia percurra divisa per velocitates: spatia hæc
 sunt peripheria, quæ sunt radiis proportionales;
 erunt ergo tempora $T = \frac{R}{V}$; $t = \frac{r}{v}$.

Quoniam $T = \frac{R}{V}$; erit $T^2 = \frac{R^2}{V^2}$; & ex præce-
 dente hypothese $V^2 = \frac{1}{R}$; ergo in æquatione T^2
 $= \frac{R^2}{V^2}$, quæ exhibet rationem quadratorum tem-

porum ad distantias, sumi potest $\frac{1}{R}$ pro V^2 ; ergo
 $T^2 = R^2$ diviso per $\frac{1}{R}$; ergo $T^2 = R^3$; hoc est
 quadrata temporum sunt ut cubi distantiarum,
 aut radorum vectorum. Q. E. D.

1304. COROLLARIUM II. *Et reciproce, si
 quadrata temporum sunt ut cubi distantiarum;
 vires centripeta erunt in duplicata inversa ra-
 tione distantiarum.*

DEMONSTRATIO. $T = \frac{R}{V}$; ergo si $T^2 = R^3$,
 erit quoque $\frac{R^2}{V^2} = R^3$; & $V^2 = \frac{R^2}{R^3} = \frac{1}{R}$, ut in po-
 strema hypothese (1301). Ergo $\frac{V^2}{R} = \frac{1}{R^2}$; & $\frac{v^2}{r}$
 $= \frac{1}{r^2}$. Hoc est; vires centripetæ sunt in du-

plicata inversa ratione distantiarum, seu radio-
 rum vectorum, ut alibi ostendimus (1273).
 Q. E. D.

1305. NOTA. Etsi planetæ moveantur in el-
 lipsibus, non in circulis; eadem theoria etiam
 pro

pro eorum motu valet; in quovis enim orbitæ puncto, præsertim in distantia media, censeri possunt incipientes moveri in circulo, cujus radius ipsi in illo puncto curvæ radio æqualis esset; & minima curvæ portio minimo tempore percursa, puta uno secundo, aut minuto uno, a circulo, de quo agimus, minimum differt.

Animadversiones de his legibus, sive

1306. CONCLUSIO. Præclarissimo naturæ machinamento in *binis legibus Keplerianis* exposito, animadvertendum superest, has tantum leges sufficere ad entis supremi existentiam demonstrandam caelestium motuum auctoris, & conservatoris.

I. Hæ naturæ leges arbitrariæ sunt; nihil enim in materia est, & in corporibus, quod necessario invicem ea sese attrahere postulet; quo potius in solem, exempli gratia, tendant, quam in Syrium; quo in quædam centra tendant *in ratione duplicata inversa distantiarum*; potius quam in directa, aut subduplicata, aut subtriplicata distantiarum ratione. Pari modo, si motus natura ante omnem legem positivam, & arbitrariam consideretur, nihil est in illo, quod postulet, corpora a quibusdam centris recedere *in ratione triplicata inversa*, potius quam in simplici, aut duplicata distantiarum, aut in alia quavis. Ergo leges hæ a principio libero, & supremo naturæ Arbitro conditæ fuerunt, ut rerum ordo ab ipso definitus haberetur. Pauca hæc quæstionem toties agitatam satis dirimere videntur; *num scilicet natura leges libera sint, an necessaria.*

II. Leges hæ etsi arbitrariæ, constantes tamen sunt, & immutabiles. Sunt enim ab ente natura immutabili, cujus voluntas eadem semper est, & quod æternum vult, & decrevit, semper vult, & decernit (*Met.* 431). Quæ-

leges

leges hæ liberæ, & arbitrariæ ita firmæ haberi possunt, ac si natura essent necessariæ.

III. Leges hæ arbitrariæ, at sapientissimæ, ut in natura persistant principium movens sapientia, & potentia infinitum necessario postulant. Enimvero quodnam principium, nisi infinite sapiens, quovis instanti cognoscat relationes omnes maxime involutas, atque variabiles virium centrifugæ, & centripetæ cujusvis materiæ elementi, ut ordo rerum semel statutus immutatus perseveret? Quænam potentia, nisi infinita, cuivis materiæ elemento eum ipsum velocitatis gradum impertiatur virium centrifugæ, & centripetæ, quo quovis momento indiget, ut perpetuo in curva describenda perseveret? Rex propheta jam dixerat: Dei sapientiam, & potentiam ita cæli ipsi annunciant, ut rationem ejurare oporteat ad ista non dignoscenda. O cæce, & stupide atheisme nunquam profecto in recto, & sanæ mentis homine domicilium habuisti.

IV. De omnibus mechanicæ legibus id ipsum, quod de vi centrifuga, & centripeta, dici potest. Omnes arbitrariæ sunt, sed immutabiles: omnes permanentem Creatoris actionem supponunt. Nilhil est in materia, aut in motu, cur vectis duplus vim duplam præbeat; cur minima massa velocitate maxima, immani massæ minima velocitate donatæ æquilibretur. Res ideo tantum ita se habet, quia ita supremo naturæ Legislatore placuit, & quia ita illas ipse perseveranter esse facit, qui unica motus causa efficiens est. Probat hoc firmissime, adesse ipsum, & agere & in tellure, & in immensa cælorum distantia.

1207. **NOTA.** Ex duabus expositis naturæ legibus oritur in corporibus cælestibus *motus ellipticus* perpetuo perseverans. Ut leges hæ his corporibus motum circularem inderent, quid opus erat? Opus erat, vim projectilem cuique

mobili impressam radio vectori perpendicularem eam fuisse, quæ vim centrifugam pareret omnino centripetæ æqualem. Tunc mobile circum, non ellipsum, descripsisset (1284).

At Creator libera voluntate, & in mediis ad propositum sibi finem eligendis a re nulla pendens, libere motum ellipticum, non circula-rem, cælestibus corporibus decrevit. Hic vero motus majorem in rebus varietatem pariens, infinitam æque sapientiam, ac potentiam præfert.

Motus circularis impulsu vi centripetæ proportionatum mobili a Creatore primum imprimi postulasset. Motus ellipticus in singulis planetis, & cometis impulsu tantum postulat linearum, & indeterminatum quavis directione a radii vectoris directione diversa. Aptius hoc videtur ad Dei summam sapientiam, & potentiam cum libertate conjunctam ostendendam. *Galli enarrant gloriam Dei.*

ARTICULUS QUARTUS.

MUNDI SYSTEMATA.

308. DEFINITIO. **M**undi systema est corporum cælestium dispositio apta eorum motuum phaenomena explicare.

Verosimillimum est, illud esse verum naturæ systema, quod omnibus phaenomenis congruit, quod omnia ad cælestia corpora spectantia complectatur, quod principiis physicis simul, & astronomicis observationibus consentiat. Systema, quod his proprietatibus non sit præditum, certe verum naturæ systema non est. Hoc principio duce Ptolemæi, Copernici, Tychoonis Brahe systemata expendemus.

Systema Ptolemaicum.

1309. SYSTEMA I. Ptolemæus Pelusii in Ægypto natus, astronomorum sui sæculi, fortasse & totius antiquitatis facile princeps sæculo secundo jam ineunte systema suum Alexandro tradidit; hoc mirum ingenii opus habitum fuit ea ætate, qua nihil melius ab exiguis in re physica, & astronomica cognitionibus expectari poterat. In hoc systemate, quod posterioribus sæculis falsum, & absonum probatum fuit (*Fig. 32*),

I. Tellus in mundi centro est immobilis: aer tellurem ambit: ignis elementum aerem circumdat: cælum crystallinum, stratum scilicet sphaericum solidum, & diaphanum omnia complectitur, atque in eo luna, ut adamas in anulo, inserta est.

II. Ultra aeris, & ignis tellurem ambientium regionem, ad varias distancias sunt cæli undecim crystallini, seu strata sphaerica, concentrica, solida, & diaphana supra memorato similia. Primum lunam insertam circa tellurem rotat; alterum Mercurium; tertium Venerem; quartum solem; quintum Martem; sextum Jovem; septimum Saturnum; octavum stellas illi temere insertas, & varia luce nitentes, etiam omnes a tellure æque distent.

Ceterorum cælorum magis a tellure distantium nonus cælo stellato adhærens, illudque quotidie gradu ferme uno præ solis revolutione ab oriente in occidentem promovet: inferioribus quoque planetarum cælis adhæret, eosque contra eorum motum diurnum inæqualibus velocitatibus promovet ab occidente in orientem. Decimum eidem cælo stellato exiguum motum imprimit eclipticæ parallelum ab occidente in orientem, quo circa ellipticæ polos convertitur. Undecimum, quod *primum mobile* nuncupatur.

pa-

patur, toti machinæ magnum motum illum imprimi, qui motus diurnus est ab oriente in occidentem, inferiorum cælorum motibus non perturbatis.

III. Planetarum stationes, directiones, regressus noverat Ptolemæus. Ut hæc explicet in suo systemate, cujusvis planetæ cælo *epicyclum* (*) accommodat, circulum scilicet, cujus axis est veluti planetæ cælo adhærens, & planum illi ferme perpendiculare. In hac hypothese cælum Saturni, exempli gratia, excavatum est in *ac*: axis solidus traiecit centrum circuli, *abeda*, & utrinque inferitur duobus foraminibus S cæli excavati. Saturnus epicycli sui centrum S non tenet, sed peripheriæ puncto *a* immobilis affixus est.

Epicycli centrum eisdem motus habet, quos cælum, cui adhæret; ejus tamen peripheria motum habet proprium, atque perpetuum *abeda* ab occidente in orientem, quo fit, ut Saturnus modo directus sit, modo retrogradus, modo stationarius. Directus est quum in consequentia signorum percurrit arcum *abc*: retrogradus quum in antecedentia percurrit alteram orbitæ partem, *cda*: stationarius est ad puncta *a*, & *c*.

Ceteri planetæ, dempta luna, sunt ipsi quoque directi, stationarii, & retrogradi. Illos propterea Ptolemæus in similibus epicyclis *r* *s* *r* posuit, dempta luna, quæ sine epicyclo in suo cælo est.

SR

(*) ETYMOLOGIA. *Epicyclus*, circulus, cujus centrum est in alterius circuli peripheria. *ἐπι*, super, & *κύκλος*, circulus. Nullus hœ natura epicyclus datur.

*Systema Copernicanum, seu verum
mundi systema.*

1310. SYSTEMA II. Aristarchus Samius, Pythagoras alique veteres philosophi nonnulli suspicati fuerant, solem immobilem esse in centro mundi planetarii, & tellurem planetam esse errantem circa solem. At sententia hæc indigesta, & non apte proposita, tamquam somnium despecta, & oblivioni data fuit. Ineunte sæculo decimo sexto vir quidam summus illam accurate perpendit, & protulit; quodque olim somnium habitum fuit, tandem tamquam verum mundi systema passim receptum est. Vir iste summus fuit Copernicus Torunii in Borussia Regali natus, dein Varmiaë Canonicus. En paucis ejus systema, quod toto hoc articulo fusius explicabitur (Fig. 4).

I. In mundi planetarii centro est sol F immobilis, & commune motus planetarum centrum. Stellæ sunt totidem soles immobiles, circa quos verosimiliter planetæ nostris similes convertuntur.

II. Circa solem immobilem F convertuntur sex planetæ primarii, Mercurius, Venus, Tellus, Mars, Jupiter, Saturnus. Tellus lunam habet; Jupiter quatuor, Saturnus quinque, quæ circa suum planetam convertuntur, dum hic circa solem convertitur.

III. Tellus planeta tres diversos motus habet, quos alibi indicavimus (1196): *motum diurnum* ab occidente in orientem circa proprium axem semper sibi ad sensum parallelum, ex quo totum cælum directione opposita ab oriente in occidentem horis 24. converti videtur: *motum annuum* in ecliptica in consequentia signorum; ex quo sol immobilis videtur eclipticam percurrere in consequentia signorum anno uno: *mo-*

sum

etiam retrogradum in omnibus suis partibus ab oriente in occidentem, & eclipticæ parallelum; ac lentissimum; ex quo stellæ, licet immobiles, quotannis progredi videntur in consequentia signorum, paululum æquatori accedere, aut ab eo recedere, & revolutionem complere in consequentia signorum circa poloseclipticæ annis 25740.

Putabat Copernicus, planetarum orbitas *ma m*, T D T, K I K. esse circulos: posterioribus observationibus compertum est, esse *ellipses*. At idem ordo ab ipso in circulis positus, in *ellipsibus* perseverat.

Systema Tychoenicum.

1311. SYSTEMA III. Tycho Brahe nobilis Danus, & insignis astronomus cum plerisque aliis sapientibus, & doctis viris systema Copernicanum inique excepit, quod illud sacris literis adversari arbitraretur. Hac ratione vetus systema Ptolæmaicum reformare studuit, illud recentioribus observationibus accommodans, apogeis præsertim, & perigeis, apheliis, & periheliis, quæ Ptolæmæi ætate aut prorsus, aut ferme ignorabantur. Ex hac reformatione exeunte sæculo decimo-sexto novum emerfit systema, quod etiam modo, quum jam nullos sectatores habeat, auctoris nomen servat. En illud paucis (Fig. 33).

I. Abiectis Ptolæmæi cælis solidis, & diaphanis, Tycho *terram* statuit in *centro firmamenti*: circa hanc prorsus immobilem quotidie luna, sol, planetæ, stellæ convertuntur; ita tamen, ut terra sit tantum verum centrum motus stellarum, quæ semper eandem a terra distantiam servant.

II. Circa *tellurem* immobilem duo tantum recte loquendo *astra errantia* convertuntur, sol & luna. Hæc annuas circa *terram* revolutiones

nes

nes peragunt in *circulis excentricis*, quorum centra scilicet ad datam a terra distantiam sunt: hinc solis, & lunæ apogea, & perigea.

III. Sicuti terra est centrum excentricum motus lunæ, & solis; ita sol est centrum excentricum motus Mercurii, Veneris, Martis, Jovis, & Saturni: qui sunt veluti quinque solis satellites; a quo in duplici revolutione sua diurna, & annua secum vehuntur. Mercurii, & Veneris orbita solem tantum ambit, non tellurem: Martis, Jovis, & Saturni orbita solem, & terram complectitur, at hujus orbitæ centrum soli propinquum est, a terra valde remotum. Diurna, & annua solis revolutio perpetuo quinque hos planetas loco movet, qui motus omnes necessario sequuntur centri sui, cum sole circa terram mobilis, & errantis.

IV. Tycho, omisissis Ptolemæi solidis epicyclis, planetas quinque, qui orbitarum suarum solem habent *centrum excentricum*, ita moveri vult, quasi in epicyclis moverentur, quorum centrum peripheriæ *circuli vectoris*, aut *deferentis* adhæreret: cujus circuli centrum eodém motus habet, quos sol, & quorum peripheria motum proprium habet ab occidente in orientem. Exempli gratia, in Tychonis sententia Mars adhæreret peripheriæ sui epicycli, & hujus centrum semper est in puncto ejusdem circuli deferentis M V R M; at epicycli centrum motum habet ab occidente in orientem directione M V R M. Hac ratione Mars, præter solis motum diurnum, & annum, qui semper centrum omnium circularum deferentium secum trahit, motum proprium habet ad occidente in orientem directione epicycloidali *abcdbn*: eodem modo movetur Saturnus motu proprio, & epicycloidali, directione *efgh* per totam curvam ob occidente in orientem super peripheriam circuli deferentis. Hinc, juxta Tychonem, planetarum stationes, regressus, & ex parte apogea,

& c.

& perigea. Mars directus est, quum epicycli sui mobilis arcum *a b c* percurrit; retrogradus, quum alteram partem *c d* eiusdem epicycli in antecedentia percurrit; stationarius, quum sui epicycli centrum tantundem in signorum consequentia progreditur, quantum ipse in antecedentia regreditur in epicycli peripheria.

V. Etsi circulus Martis vector videatur circum solis vectorem in *R* fecare; non propterea Mars unquam intra tellurem, & solem erit, nec in solis disco apparebit; quum enim sol erit in *R*, centrum circuli Martem deferentis jam ab *S* in *R* transferit, & semper Martem multo ultra solem transferet. Quamobrem qui ista objectarunt, non recte celebris huius astronomi mentem sunt assequuti.

Hoc systema vir doctus æque, ac religiosus, adversus verum mundi systema opposuit, nimium veritus ab isto religionem lædi: Etsi vitiosum sit systema Tychonicum, fatendum tamen nihil haftenus, posita terra immobili, ingeniosum magis, minusque a ratione dissonum excogitatum fuisse; fortasse nec imposterum prolatum iri.

1312. Systema Ptolemaicum adeo absconum est, adeo astronomicis observationibus, & sanæ physicae oppositum, ut illud jam nemo sequatur. Num melius est systema Tychonicum? non sane. Quid enim ineptius duplici illa motus excentricitate in planetis, revolutionibus illis epicycloidalibus, quarum causa nulla physica afferri potest, & quæ omni motus theoriæ adversatur, revolutionibus diurnis, & annuis totius cæli circa punctum unicum inexplicabili velocitate (1164), & physicae, ac motus legibus omnibus adversantibus, invicem pugnantibus, quum simul sint ab oriente in occidentem, ab occidentem in orientem, ab austro ad boream, a borea ad austrum, nulla motuum horum oppositorum causa assignata? Quare aut verum mundi

di

210 *Theoria phenomenonum caelestium.*
di systema adhuc latet, aut illud est Coperni-
canum.

PROPOSITIO I.

*Si motus circularis in ellipticum mutetur, sy-
stema Copernicanum omnibus astronomicis phæno-
menis consentit.*

Propositionis demonstratio est ipsa phænomenorum explicatio. Hæc itaque explicatio in systemate Copernicano simplicissima, in ceteris absurda, tradenda est.

PHÆNOMENON PRIMUM.

1313. *Motus diurnus totius celi sive diei, & noctis vices (Fig. 10).*

EXPLICATIO. Ut vices hæc habeantur necesse est, vel horis 24 corpora omnia cælestia circa terram immobilem converti; aut eodem tempore, corporibus cælestibus veluti immotis, tellurem circa axem suum axi mundi congruentem ab occidente in orientem converti: in utraque hypothese motus phænomena in corporibus cælestibus eadem apparebunt (932).

In hypothese terræ immobilis, phænomenon in corporibus cælestibus, in stellis præcipue motum postulat, cujus velocitas concipi nequit, uniformitas vero multo adhuc magis stuporem parit. In hypothese terræ circa axem mobilis, motus hi adeo stupendi apparent tantum, & sunt puræ illusiones opticae: terræ motus dumtaxat circa axem verus est. Ut phænomeni explicatio clarius eluceat,

Sint, sol in S immobilis: stella in Y immobilis: planeta horis 24 tamquam immobilis consideratus in Z. Tellus in P in plano eclipticæ circa suum axem D P F convertatur directione A B A ab occidente in orientem. Quum dimidia terrestris superficies semper a sole illustrata sit,

fit.

fit, homo in A, dum tellus convertitur, erit successive ad limbum disci illustrati; & tunc sol S, planeta Z, stella Y erunt in horizonte orientali, & ipsi oriri videbuntur: in mediодиско illustrato: & tunc eadem corpora semper immobilia videbuntur ab ortu ad meridianum transisse: ad alterum limbum disci illustrati; & tunc eadem corpora immobilia a meridiano ad occidentem transisse videbuntur; ad medium discum tenebrosum in A; & tunc eadem immobilia corpora censebuntur esse ad nadir, ut post sex horas iterum in horizonte appareant (932). Ergo quam revolutionem cæli diurnam cetera systemata perperam explicant, Copernicanum simplicissime profert.

PHÆNOMENON ALTERUM.

1314. *Annua, & periodica solis revolutio in zodiaco: anni temporum vices.* (Fig. 2)

EXPLICATIO. Si tellus est immobilis, profecto sol quotidie in spiram circa tellurem convertitur modo ab austro in boream, modo hinc in austrum progrediens semper in consequentia signorum. Spiræ hæc ad capricornum, exempli gratia, initæ, per omnes sequentes eclipticæ gradus successive transeunt a borea in austrum usque ad initium cancri: ibi sol, nulla assignata causa directionem mutat, & diurnas spiras ad oppositam partem init ab austro in boream per omnes sequentes eclipticæ gradus a cancro ad capricornum; ubi denuo reflectitur a borea in austrum contra omnes motus leges, quibus perpetuo pergere deberet ad alterutrum polum ea directione, qua aut a cancro ad capricornum, aut ab hoc ad illum fertur. Omnia hæc in hypothesis terræ immobilis absona sunt: in hypothesis telluris planetæ omnia plana sunt, & rerum naturæ consona. Ut hæc omnia clarius eluceant, (Fig. 10.)

Sit.

Sit PQ RTP ecliptica ; CSX æquator , cujus plano telluris axis productus perpendicularis semper sit : duo hi circuli se secant in punctis P ; R : declinet vero ecliptica ad austrum & boream æquatoris arcubus CE , MX , qui singuli sint graduum ferme 23 , 30' .

Tellus planeta viribus conspirantibus , projectili , & centrali annuam revolutionem PQ RTP circa solem S peragat (1285) ab occidente in orientem , axe suo producto *bb mm , nn , oo , rr* sibi parallelo , & æquatoris CSX plano semper perpendiculari . Hic axis in cælo circa solem , & mundi polos immanem cylindrum describet , cujus diameter duplæ telluris a sole distantia æqualis erit . Ex his , quæ probe capienda sunt , phænomenon facile explicabitur . (931) .

I. Quum tellus est in libra P , sol apparet in ariete X : incipit ver . Tellus in P eclipticæ & æquatoris interfectione , adeoque in ipso æquatoris plano , convertatur circa suum axem . D F b : axis conï lucidi , a quo illustratur , erit axi D P F perpendicularis : polos D , & F terrestres conus lucidus D S F attinget : omnia terrestris superficiei puncta successive illustrabuntur : horis 12 solem videbunt , totidem illo carebunt : ubique terrarum noctes diebus æquales erunt .

II. Quum tellus erit in Q in capricorno E , sol apparebit in M in cancro : incipiet æstas . In hac telluris positione axis conï lucidi , a quo illustratur , est axi terrestri D F m obliquus : polus borealis D semper erit illustratus ; polus australis F semper erit in tenebris . Tellus in hac positione convertatur circa suum axem A F m semper æquatori perpendicularem : totus circulus polaris borealis KHK radiis solis continenter illustrabitur : totus circulus australis N G N continenter in tenebris erit : regiones omnes inter circulum polarem borealem , & æquatorem sitæ arcum diurnum nocturno majorem habebunt .

bebunt; seu diem nocte longiorem: regiones omnes inter circulum polarem australem, & æquatorem arcum diurnum habebunt nocturno minorem, seu diem nocte brevior. (1139)

III. Quum tellus semper ab occidente in orientem axe sibi parallelo per eclipticam procedens pervenerit in R sub ariete X ad aliam æquatoris cum ecliptica intersectionem, sol apparebit in libra C: erit autumnus initium. Axis conici lucidi tellurem illustrantis iterum axi terrestri DFn perpendicularis est, & eadem, quæ vere, præstat.

IV. Quum tellus advenerit in T sub cancro M, sol apparebit in capricorno E: erit initium hyemis. Ibi radii solis omnes axi terrestri obliqui adveniunt: polum australem F illustant; nunquam borealem D. Tellus in hac positione circa suum axem DFO convertatur: circulus polaris australis GNG totus erit in cono lucido; borealis KHK totus in tenebris. Arcus diurni in zonis temperata, & torrida borealibus minores erunt, in australibus nocturnis majores.

Hyems, æstas, ver, autumnus.

1315. CONCLUSIO. Dierum, & solarium altitudinum inæqualitas diversam regionibus temperiem, & anni tempora diversa efficit,

I. Quum sol ad tropicum est polo visibili oppositum, parum attollitur supra horizontem, & parum apparet: ergo minor esse debet sui caloris vis; tum quia radii oblique feriunt regiones supra horizontem sitas, tum quia brevi tempore atmosphæram calefaciunt. Tunc ibi est *hyems*. (1063)

II. Quum vero sol est in tropico poli visibilis, puta in cancro pro regionibus borealibus, tunc maxime supra horizontem attollitur; radiis ferit aut perpendicularibus, aut minus obliquis;

quis: diu, & fortius aerem calefacit. Tunc ibi est *aestas*. (976, IV.)

III. Quum sol est in punctis æquinoctialibus: elevatio solis, & aspectus sunt in statu medio: tunc *ver* est, & *autumnus*.

Veris initium autumnus initio frigidius est: veris enim initio solis actioni opponitur vis frigoris, quod hyems super terras congeffit, nec illud illico dissipari potest; autumnus vero solis actioni favet calor, quo successive tellus æstate imbuta fuit, quique non nisi paulatim dissipatur.

PHÆNOMENON TERTIUM.

1316. *Planetarum stationes, directiones, regressus.*

NOTA. Observationibus constat, planetas omnes apparere modo progredi ab occidente in orientem in consequentia signorum non ea ratione, quam eorum tempus periodicum postulat; modo ab oriente in occidentem regredi in antecedentia signorum inæquali velocitate, & contra motum proprium, qui est in consequentia; modo aliquandiu stare immotos in orbitæ suæ puncto aliquo variabili contra omnes naturæ, & motus leges (1182). Hoc phaenomenon in systemate terræ immobilis explicari nequit: est autem simplex motus terræ consuetarium; ut facile ostendi potest in planetis tum superioribus, tum inferioribus: hoc præstabimus; verum prius notandum est, (Fig. 4)

I. *Planetæ superiores* omnes in conjunctione cum sole directos esse; retrogrados in oppositione; stationarios aliquanto ante, & post oppositionem.

II. *Planetæ inferiores*, Venerem, & Mercurium, directos esse in conjunctionibus superioribus; retrogrados in inferioribus; stationarios aliquanto ante, & post conjunctiones inferiores.

III. Arcum regressus in omnibus planetis communi-

majorem esse, quo planeta minus a tellure distat. Quare arcus hic major est in Marte, quam in Jove, aut Saturno; major in Venere, quam in Mercurio.

IV. Superiorum planetarum regressus eo frequentiores esse, quo frequentius tellus est inter ipsos, & solem sita; inferiorum vero regressus eo saepius contingere, quo saepius telluri, & soli interjacent. Mercurius ter in anno est retrogradus: Venus semel nono quoque mense: Saturnus semel anno uno, & diebus 12: Jupiter semel decimo tertio quoque mense: Mars semel altero quoque anno. Hæc omnia telluris revolutioni planetarum revolutionibus comparatae mire consentiunt.

Stationes, & regressus planetarum superiorum.

1317. EXPLICATIO I. Tellus, & planeta quivis superior ambo acti a vi projectili, & centrali (1286) perpetuo in suis orbitis moveantur ab occidente in orientem. Tellus integram revolutionem explebit, dum Mars dimidiam tantum suæ partem, Jupiter duodecimam, Saturnus trigessimam percurrent. Tellus ergo modo planetas hos se lentiores sequi debet, modo assequi, modo præcedere: & si eos omnes in eadem linea supponamus quo momento illos tellus assequitur, & præterit, post unam revolutionem iterum Saturnum citius assequitur, quam Jovem, hunc citius, quam Martem. Exempli causa: (Fig. 35)

I. Sit tellus in a . Mars perigeus, nec procul a sua oppositione in m : Mars apparebit in K (912). Transeat tellus ab a in b , dum Mars lentior transit ab m in n : Mars apparebit *retrogradus*. Etsi re ipsa processerit in sua orbita ab m in n in consequentia signorum ab occidente in orientem, videbitur a K in X recessisse in antecedentia ab oriente in occidentem. Quamvis

vis

vis ergo motus planetarum superiorum, semper re ipsa directus sit, & in consequentia signorum, retrogradus videri debet quum planetæ oppositioni proximi sunt.

II. Transeat tellus a *b* in *c*, dum Mars lentior transit ab *n* in *o*: Mars videbitur *stationarius*. Quum tellus erat in *b* Mars videbatur in *X*: quum tellus est in *c*, & Mars in *o* Mars adhuc videtur in *X*: videtur ergo nec progressus, nec regressus esse; etsi motu directo arcum *no* percurrerit. Etsi ergo planetæ superiores semper moveantur directe in consequentia signorum, *videri debent esse stationarii aliquandiu post regressus*.

III. Sit quoque tellus in *c*, & Mars apogæus in *S*: Mars videbitur in *H*. Transeat tellus a *c* in *d*: si Mars immobilis persisteret in *s*; a tellure in *d* Mars *s* videretur in *b*, & appareret percurrisse motu directo arcum *Hb*. At vero quum Mars interea transeat ab *s* in *t*, videbitur in *I* & videbitur percurrisse totum arcum *HI* in consequentia signorum multo majorem, quam qui re ipsa percursum fuit. Ergo etsi planetæ superiores semper moveantur in consequentia signorum velocitate, quæ semper sequitur inversam distantiarum, aut radorum vectorum rationem (1281): *velocitas hac regularis, & directa major vera apparere debet quum planeta hi sunt apogei, & in conjunctione cum sole*: hujusmodi sunt eorum *directiones* saltem aliquo tempore, quo elapso eorum apparens velocitas fit minor vera.

IV. Posita tellure in *f*, & Marte in *v*, hic videbitur in *X*. Transeat tellus in *a*, dum Mars lentior pergit tantum in *x*: Mars adhuc videbitur in *X*, & apparebit *stationarius*. Ergo etsi planetæ superiores semper directe moveantur in consequentia signorum, *apparere debent stationarii aliquo tempore ante eorum oppositiones, & regressus*.

V. Arcus regressus minor est in planetis a tellure

lure remotioribus, major in propinquioribus: hoc quoque ab opticæ legibus, & a theoria motuum cælestium consequitur. Sit enim tellus in *d*, Mars in *p*, Jupiter in *i*: Mars, & Jupiter videbuntur in *Z*. Transeat tellus a *d* in *e*, dum Mars lentior transit a *p* in *r*, & Jupiter adhuc lentior ab *i* in *k*: Mars videbitur retrocessisse a *Z* in *Y*; Jupiter a *Z* in *V*. Ergo etsi planetæ omnes superiores regrediantur in eorum oppositione cum sole; *arcus regressus major esse debet in planetis minus a tellure remotis.*

Stationes, & regressus planetarum inferiorum.

1318. EXPLICATIO II. Tellus, & planeta quispiam inferior, Venus, aut Mercurius, acti viribus projectili, & centrali periodicam circa solem revolutionem peragant. Tellure revolutionem explente, Venus unam ferme, & dimidiam, Mercurius quatuor ferme explebit (1179). Debent ergo hi planetæ tellurem modo sequi, modo assequi, modo prætergredi. (*Fig. 36*)

Ut hac in re generica ideas omnibus positionibus congruentes tradamus, planetæ inferioris, Mercurii exempli gratia, semitam persequamur. Sit tellus in *A*, Mercurius in conjunctione inferiori in *a*. Quum Mercurius quatuor ferme revolutiones expleat, tellure unam explente, Mercurii orbitam in octo æquales partes sece- mus, telluris orbitam in triginta duas. Mercurius totam orbitam explebit, dum tellus suæ arcum *AB* percurrit. Uterque, planeta motum verum habet in consequentia signorum directione 1, 2, 3, 4, 5.

I. Posita tellure in *A*; Mercurio in *a*, Mercurius videbitur in *M* (912). Transeat Mercurius in sua orbita ab 1 in 2, dum tellus in sua lentior transit quoque ab 1 in 2: Mercurius videbitur in *V*. *Apparebit in antecedenti a signorum retrogressus* toto arcu *MV*, etsi re ipsa semper in consequentia processerit.

Phys. Tom. IV.

K

II.

EXPLICATIO. Quum planetæ, & cometæ, ut & tellus, in ellipsis inæqualiter excentricis circa solem commune suæ gravitationis centrum convertantur in vacuo, aut in medio non resistente; patet, diversa hæc corpora inæqualibus velocitatibus mota ad solem, ut & ad terram modo accedere debere, modo a solē, & a terra recedere. Sit sol in F immobilis, circa quem cometarum, & planetarum omnium primariorum fiant ellipticæ revolutiones: sol erit extra orbitarum centra C.

I. Orbitis his omnibus tamquam ellipsis consideratis, quarum communem focum F sol occupat; tellus erit perihelia in T, aphelia in D: Saturnus periheliū in S, apheliū in Z: Mercurius periheliū in *a*, apheliū in *m*; atque ita de reliquis.

II. Quum tellus est in T, Saturnus sit in S, Jupiter in I, Mercurius in *m*, Mars ad M. Saturnus erit perigeus: Jupiter, & Mercurius apogei: Mars ad alteram ex suis quadraturis.

III. Planetæ, & cometæ quum sint opaci, ut tellus, nec nisi mutuata a sole luce splendeant, jam non nisi in parte soli adversa erunt illuminati; & pars hæc illustrata, quæ hemisphaerium vix excedit (903), quæque sola a telluris incola videri potest, modo magis, modo minus a tellure distat, & inæqualiter observatori patet. Sit exempli gratia tellus in *t*:

Mars perigeus in M magnus valde, & splendens apparet; ejus enim discus illustratus totus ad tellurem conversus est. Idem apogeus in N minor, & languidior apparet; tum enim licet ejus discus illuminatus ad tellurem totus conversus sit; ejus lux distantia languescit, & minorem præbet angulum opticum (918). Mars in quadratura falcatus apparet; tunc enim ejus discus illustratus observatori terrestri partim visibilis est, partim invisibilis, ferme ut luna in quadraturis.

Pari modo supposita tellure in A, Venus apogea in V lucidissima est, perigea in X vix lucet: ibi enim totus ejus discus illustratus V oculo obicitur: hic discus illustratus X est ad partes observatori oppositas.

PHÆNOMENON QUINTUM.

1320. *Solstitia, seu solis stationes in tropicis.*

EXPLICATIO. Phænomenon hoc importat, solem bis in anno in sua vera, aut apparente circa eclipticam revolutione aliquot diebus ad sensum nec ad æquatorem accedere, nec ab illo recedere. Jam ostendimus qua ratione hoc contingat in hypothese solis eclipticam percurrentis (1171). Idem contingit in hypothese solis in centro mundi planetarii immobilis; tunc enim tellus eam ipsam curvam percurreret, quæ soli tribuebatur; & ex opticæ legibus sol semper in opposita hujus curvæ parte videbitur ad æquatorem accedere, aut ab illo recedere pro telluris ad æquatorem accessu, aut ab eo recessu. Atqui tellus planeta eclipticam percurrents, cujus planum æquatorem secat ad angulum graduum ferme 23, 30', alternis ad æquatorem accedit, & ab eo recedit ita tamen, ut duo exigui arcus in illa curva sint, magis scilicet ab æquatore remoti, alter ad austrum, ad boream alter, in quibus ejus motus est æquatori ad sensum parallelus (1170). Exempli gratia, (fig. 10)

I. Quum tellus transit ab R in T ab austro ad boream, ab æquatore boream versus recedit quantitate XM; sol vero semper ad oppositam telluri partem visus, æquali quantitate CE ab æquatore polum australem versus recedere videtur.

Quum tellus est in T ferme gradus 90 distans ab æquinoctio verno R; arcus, quem in sua curva percurrit, est analogo æquatoris arcui ad sensum parallelus (1170): sol visus in E ad par-

par-

partes puncto T oppositas videbitur ergo ipse quoque nec ad æquatorem accedere, nec ab eo recedere: hac itaque ratione erit stationarius.

II. Quin post sex menses tellus erit in Q ferme gradus 90 distans ab æquinoctio autumnali P; arcus ab ea in sua curva percursus erit adhuc analogo æquatoris arcui ad sensum parallelus: tellus hunc arcum percurrens ad æquatorem ad sensum non accedit, nec ab eo recedit; & sol in M visus videbitur in consequentia signorum progredi, quin aliquot diebus ad æquatorem ad sensum accedat, aut ab eo recedat. Hinc *solstitiorum phaenomenon*; quod in hypothesi terræ immobilis absolum (1314), simplicissimum est, & naturæ consonum in hypothesi telluris planetæ; in qua ut contingat, motum projectilem, & centralem telluris circa solem tantum postulat in vacuo, aut in medio non resistente. (1285)

PHÆNOMENON SEXTUM.

1321. *Solis mora in signis borealibus octo ferme diebus longior, quam in australibus.* (fig. 4)

EXPLICATIO. Sit ATBDA orbita elliptica annua telluris circa solem extra centrum C in foco F immobilem. Dum tellus planeta curvæ arcum borealem ATB percurrit, sol F semper ad oppositas partes videtur in signis australibus: dum tellus curvæ arcum australem BDA percurrit, sol F in signis borealibus videtur. Hinc simplex, & prona phaenomeni explicatio.

Astronomicis observationibus demonstratur, ellipticæ telluris orbitæ ATBDA axem primum dirigi a borea in austrum, & solem esse in boreali foco F (1224): est ergo tellus perihelia in T, aphelia in D.

Binis rationibus mora solis in signis borealibus longior apparere debet, quam in australibus.

Harum *prima* est, quia eclipticæ pars ATB circa æquatorem sub signis borealibus minor est altera BDA ultra æquatorem sub signis australibus. *Altera* est, quia telluris velocitas in arcu BDA, quem percurrit ab æquinoctio verno ad autumnalem, quo tempore sol videtur in signis borealibus, minor est, quam in arcu ATB, quem percurrit ab æquinoctio autumnali ad verum: planetarum enim velocitates absolutæ in diversis orbitæ punctis sunt semper in inversa radiorum vectorum ratione, (1281)

Uno verbo; sol diutius apparet in signis borealibus, quia pars australis BDA orbitæ terrestris est boreali ATB aliquanto major; & vera telluris velocitas est in prima aliquanto minor, quam in altera.

PHÆNOMENON SEPTIMUM.

1322. *Dierum, & noctium inæqualitas utrinque ab æquatore.*

EXPLICATIO. Citra æquatorem, puta in Gallia, dies a solstitio hyberno ad æstivum crescunt; ab æstivo ad hybernum decrescunt: hinc dierum, & noctium inæqualitas (1145): verum hoc dierum, & noctium augmentum, & decrementum singulis diebus non est uniforme. (fig. 10)

Ex genere, inter æquatorem, & circulos dies eo noctibus longiores sunt, quo sol diurnas revolutiones peragere videtur ab æquatore remotior visibilem polum versus. Si quotidie tellus ellipticæ suæ orbitæ partem percurrans æque ab æquatore recederet, aut ad illum accederet, puta minutis sex, sol eadem quantitate ab æquatore recedere, aut ad illum accedere videretur; & dierum, aut noctium augmentum in dies esset æquale: duæ tamen causæ huic uniformitati adversantur:

Prima est inæqualis telluris velocitas: hæc a per-

perihelio T hyeme minuitur usque ad aphelium Q æstate; deinde pari ratione crescit ab aphelio Q æstate usque ad perihelium T hyeme (1224, 1281). Tellus itaque in dies orbitæ arcum modo majorem percurrit, quo ab æquatore inæqualiter in dies recedit, aut ad illum accedit,

Altera est inæqualis ejus velocitatis directio ad æquatorem CX. Exempli gratia, prope solstitia telluris velocitas est ad sensum æquatori parallela: prope æquinoctia est æquatori obliqua, a quo propterea in dies magis recedit.

PHÆNOMENON OCTAVUM.

1323. *Stellarum citior, quam solis ad meridianum reditus (Fig. 42).*

EXPLICATIO. Sit ABCDEA telluris orbita sub zodiaco a sole distans leucarum ferme tercenties centena millia, immensum vero a zodiaco, & a ceteris stellis. Concipiatur axis terræ, circa quem singulis diebus rotatur, oblique occurrens orbitæ hujus plano sub angulo semper æquali graduum 66, 32': axis hic erit semper saltem ad sensum parallelus in una telluris circa solem revolutione. Sit observator n in terræ superficie: linea An , Bn , Cn , Dn , En hujus observatoris meridianum referet.

I. Tellus in A circa suum axem convertatur ab occidente in orientem directione $mnom$, qui axis utrinque a plano eclipticæ promineat: Meridianus An indefinite productus eodem instante solem S, & stellam Z attinget. Si tellus semper diurnas revolutiones faceret ad punctum n , nec in ecliptica progredieretur; sol S, & stella Z semper simul advenirent ad meridianum An observatoris in n immoti.

II. At vero dum tellus alteram revolutionem diurnam facit circa suum axem, in ecliptica ab A in B progreditur in consequentia signorum.

K 4

Post

Post integram telluris revolutionem circa suum axem, meridianus Bn observatoris meridiano An parallelus assequitur stellam Z , quæ æque in Z , & in z apparet, quum spatium AB die uno a tellure percursum immensæ stellarum distantiae comparatum nullum sit. Meridianus hic Bn , qui jam stellam Z assequitur, nondum solem S non minus stellis immobilem assequitur: ut eum assequatur, meridianus Bn adhuc arcum nx percurrat oportet: tunc vero sol videbitur in V , & stella Z videbitur solem præcedere ad occidentem toto arcu VZ , qui est ferme unius gradus singulis diebus.

Hic jam apparet, diem naturalem, & civilem aliquanto longiorem esse una telluris circa axem revolutione: dies naturalis, & civilis est horarum 24. Telluris circa axem revolutio fit horis 23, 56', 4".

III. Tellus in transitu ab A in C revolutiones 90 circa suum axem expleverit: expleta postrema revolutione meridianus observatoris assequetur stellam Z , quæ ad distantiam veluti infinitam semper ad sensum in eodem cæli puncto apparet. Spatium zzZ spatio CS æquale in distantia infinita nullum censetur. At meridianus Cn ut solem S assequatur, adhuc arcum nx percurrat oportet, seu revolutionis quadrans illi adhuc percurrendus est. Tunc sol S in meridie apparebit in X , & stella Z videbitur in occidente, seu gradus 90 a meridiano distans occidentem versus.

IV. Eadem ratione, tellure in D expletis jam revolutionibus 180 circa suum axem, meridianus Dn stellam Z assequetur; & dimidiam revolutionem efficiat oportebit nox , ut solem assequatur. Quum deinde tellus erit in E , meridianus En observatoris assequetur stellam Z , & adhuc tres revolutionis $nomx$ quadrantes efficiat oportebit, ut solem, qui in Y videbitur, assequatur. Tandem quum tellus iterum
erit

Theoria phanomenorum celestium. 223
erit in A, meridianus An simul & stellam Z,
& solem S assequetur. At stella vicibus 366
per meridianum transierit, sol tantum vici-
bus 365.

1324. COROLLARIUM. Hic apparet cur,
licet telluris circa axem revolutio fiat horis 23,
56', 4''; tamen dies naturalis, sive astronomicus
sit horarum 24.

EXPLICATIO. Ratio hujus est, quia dies
naturalis, sive astronomicus a meridie ad meri-
diem, aut a media nocte ad mediam noctem
computatur; & integra telluris revolutio circa
axem dum interea in sua orbita procedit, non
sufficit, ut loci ejusdem meridianus iterum ad
solem redeat. Exempli causa: etsi in A, & B
diurnæ telluris revolutiones *m n o m* ipsis horis
23, 56', 4'' perficiantur; in B integra telluris
circa axem revolutio nequit meridianum B ad
solem S adducere; sed hic meridianus ultra in-
tegram revolutionem, adcoque ultra totum æ-
quatorem percurrere debet arcum *n x*; qui ut
percurratur minuta 3, & 56'' ferme postulat.

Dico *ferme minuta 3, 56''*; aliquando enim
aliquot secundis citius, aliquando serius cen-
trum solis ad hesternum meridianum redit. Pa-
tet inæqualitates velocitatis telluris in sua or-
bita, hujus orbitæ inflexionis, distantie solis,
inter arcus eclipticæ, & analogos æquatoris
arcus ab horum circulorum obliquitate ortas
aliquam in diebus naturalibus a meridie ad me-
ridiem, aut a media nocte ad mediam noctem
computatis diversitatem parere debere. Hinc
dies verus a medio distinguendus.

Tempus verum, tempus medium.

1325. DEFINITIO. I. *Dies verus*, seu *tem-*
pus verum illud dicitur, quod intercedit inter
verum instans transitus centri solis per meridia-
num, & instans reditus centri solis ad eum

K 5

me-

226 *Theoria phænomenorum cælestium*,
meridianum. Tempus hoc nonnullis secundis
aliquando longius est, aliquando brevius.

II. *Dies medius*, seu *tempus medium* illud dicitur, quod intercedit inter verum instans transitus centri solis per meridianum, & instans, quo centrum solis iterum per meridianum transiisset, si motus hujus astri in ascensione recta, & æquatori parallelus esset semper uniformis, & suo motui medio semper æqualis.

326. NOTÆ. I. *Telluris revolutio circa suam axem semper uniformis*, & æque diurna esse debet; quum enim in vacuo fiat, aut in medio non resistente, nihil habet, unde ejus motus ullo modo mutetur. Ceterum hæc telluris revolutio a viribus centralibus non afficitur; vires hæc siquidem in omnes ejus partes æque agunt, nec unam altera magis urgent, nec diurnæ revolutionis æquilibrium perturbant, quæ eodem modo ad quamvis a sole distantiam, & posito quovis motu projectili, & centrali perficitur.

II. *Dies naturalis, verus, & medius longior est vera telluris circa suam axem revolutione*, & apparente stellarum circa tellurem revolutione. Stellæ siquidem quotidie breviori tempore, quam sol ad meridianum redeunt (1323). Telluris, & stellarum revolutio meridiani cælestis revolutioni tempore æqualis est. Ergo dies naturalis verus, aut medius una meridiani velocitate longior est.

III. *Die uno medio totus æquator sub meridiano transit*, & præterea ejusdem æquatoris minuta 59, 8". Minuta hæc 59, 8" respondent diurno solis motui in ascensione recta, seu mediæ sui motus diurni quantitati æquatori paralleli. Motus hic apparens solis respondet vero telluris motui per singulos dies in ecliptica.

IV. *Dies verus medio congruere nequit, nisi quum diurnus solis motus in ascensione recta est minuterum 59, 8"*: continget hoc ad diem 11 fe.

februarii, ad diem 14 maii, ad diem 26 julii, & ad diem primam novembris. Ceteris diebus meridies verus erit a meridie medio diversus: exempli causa, quum sol est apogeus ad initium æstatis, dies verus die medio secundis 13 longior est.

V. Hinc apparet, optimum horologium, cujus motus omnino aquabilis esset, fere nunquam ipsas horas 24 a meridie ad meridiem indicare debere; quum necessario tempus medium indicare debeat.

Sequens pagina tabulam exhibet, in qua temporis veri a medio differentia invenietur, seu quot secundis horologium affabre factum solem præcedere, aut sequi debeat a meridie ad meridiem. Exempli causa, horologium accuratum ad horam solis positum meridie Kalendis Januarii, meridiem indicabit die sequenti antequam centrum solis sit in meridiano, seu antequam re ipsa meridies sit: *præcedet* secundis 28; post die vero nonas ejusdem mensis *præcedet* secundis 28+27+27+26+26; sive 2', 14". Idem horologium ad horam meridianam appositum Kalendis septembris, die crastina meridiem indicabit secundis 19 postquam centrum solis per meridianum transierit: tardius itaque procedet secundis 19: die vero decima ejusdem mensis tardius procedet secundis 19+19+19+20+20+20+20+20+20, seu minutis 2, 59"; atque ita porro. A Kalendis novembris ad pridie nonas februarias horologium accuratum solem præcedere debet minutis 32; seu meridiem indicabit hora 11, & minutis 29.

Aequatio Horologii , seu TABULA SECUNDORUM ,
 quibus Horologium accuratum quotidie Solis motum
 praece dere , aut sequi debet . P praecedis . S sequitur .

Dies Menf.	Januarius.	Februarius.	Martius.	Aprilis.	Majus.	Junius.	Julius.	Augustus.	September.	October.	November.	December.
	P	P	S	S	S	P	P	S	S	S	P	P
1	28	7	13	18	8	9	12	3	19	19	0	23
2	28	6	13	18	7	9	11	4	19	18	0	24
3	27	6	13	18	6	10	11	5	19	18	1	24
4	27	5	14	18	6	10	11	5	19	18	2	25
5	26	4	14	18	5	10	10	6	20	17	3	25
6	26	3	15	18	5	11	10	7	20	17	4	26
7	25	2	15	17	4	11	10	7	20	16	4	27
8	25	1	16	17	4	11	9	8	20	16	5	27
8	24	1	16	17	3	11	9	8	20	16	6	28
10	24	*S	16	16	2	12	8	9	20	25	7	28
11	23	1	17	16	2	12	8	10	21	14	8	28
12	23	2	17	16	1	12	8	10	21	14	9	28
13	22	2	17	16	1	12	7	11	21	13	9	29
14	21	3	17	15	*P	13	7	11	21	12	10	29
15	21	4	17	15	1	13	6	12	21	12	11	29
16	20	5	18	15	1	13	6	12	21	11	12	29
17	19	5	18	14	2	13	5	13	21	11	13	30
18	18	6	18	14	2	13	5	13	21	10	13	30
19	18	7	18	13	3	13	4	13	21	9	15	30
20	17	7	18	13	3	13	3	14	21	9	15	30
21	15	8	18	12	4	13	3	14	21	8	16	30
22	15	8	18	12	4	13	2	15	21	7	17	30
23	14	9	19	12	5	13	2	15	20	7	18	30
25	14	10	19	11	5	12	1	16	20	6	18	30
25	13	11	19	11	6	12	1	16	20	5	19	30
26	12	11	19	10	6	12	*S	17	20	4	20	30
27	11	12	19	10	7	12	1	17	20	4	20	30
28	10	12	19	9	7	12	1	17	19	3	21	29
30	10		19	9	8	12	2	18	19	2	22	29
30	9		18	8	8	12	2	18	19	1	23	29
1	8		18		8		3	18				29

PHÆNOMENON NONUM.

1327. *Præcessio æquinotiorum, seu magna fragmenti revolutio circa polos eclipticæ in consequentia signorum annis 25740 (Fig. 6).*

EXPLICATIO. Phænomenon est hoc in natura maximum in systemate terræ immobilis nullo pacto explicandum, quod sufficeret ad solis immobilitatem, & telluris motum ostendendum. Qua ratione sit, ut totum cælum quotidie revolutionem faciens ab oriente in occidentem circa polos æquatoris alteram revolutionem faciat ab occidente in orientem circa polos eclipticæ annis 25740? (1131, 1165). Primo phænomenon explicabimus ejus causam tantum indicantes: postea ostendemus quænam causa constans sit phænomenon pariens juxta notissimas naturæ leges.

Quæ causa lunam regredi facit in antecedentia signorum, æque concurrere debet ad æquatoris terrestris regressum æque in antecedentia (1240); quandoquidem æquator terrestris intumescens, & veluti extra globum extans eclipticæ plano, ut & lunaris orbita, est inclinatus; & quodvis hujus armillæ elementum motum habet ab occidente in orientem circa terræ centrum, ut & luna in sua orbita. Singula igitur hæc elementa sentiunt eandem vim perturbatricem, quæ in lunam agit, & qua per punctum magis occidentale eclipticæ pellitur in quavis revolutione (1238). Quare præter motum diurnum, & annum supposito telluri *tertio motu*, quo partes ejus omnes lentissime regrediuntur in antecedentia signorum eclipticæ plano parallelæ, nihil, nisi necessario a legibus naturæ consequens supponetur. Quænam integra motus hujus tertii causa sit quamprimum perpendemus: hic illum supponamus, quæque inde sequantur videamus (Fig. 6).

I. Sit

I. Sit igitur $A p b m A$ tellus: $p T m$ axis terrestris, circa quem partes omnes telluris quotidie convertuntur ab occidente in orientem; $d T e$ alter axis terrestris, circa quem fit magna revolutio partium omnium telluris ab oriente in occidentem eclipticæ parallela annis 25740.

Axis $p T m$ semper æquatori terrestri $A T b$ perpendicularis perseverat; axis $d T e$ semper eclipticæ $F T G$ in quovis puncto F , T , G , in quo tellus sit in annua revoluzione circa solem, perpendicularis perseverat. Ratio horum est, quia in vacuo, aut in medio non resistente, nihil est, unde alteruter axis directionem mutet: vires enim centrifugæ, & centripetæ, quæ tantum in hos axes agunt, æque agunt in omnes earum partes hinc inde a telluris centro æque distantes, quum verò semel partes hæc æquilibratæ sint, in telluris annuis, & diurnis revolutionibus æquilibratæ perseverare debent. Si sex mensibus punctum m paulo minus a sole distans magis ab hoc astro attrahitur, quam punctum p ; sex mensibus sequentibus punctum p eandem attractionem subit; & æquilibrium aut perseverat, aut perpetuo restituitur.

II. Sub æquatore intumescente $A b A$, & armillam veluti efficiente circa axem terrestrem $p T m$ sit urbs A : hæc in diurnis revolutionibus circa hunc axem successive ad zenith habet stellas omnes, & puncta omnia circuli $V T V$. Si urbs hæc nullum alium motum haberet præter diurnum, & annuum telluris, semper ad zenith easdem stellas haberet, eademque puncta, sicuti ad sensum pluribus mensibus habet.

Verum urbs hæc tertium motum habet, quo annis 25740 revolutionem faciet $A g a c A$ ab oriente in occidentem circa eclipticæ axem $D d e E$. Urbs hæc ergo annis 12870 erit in a ; tunc vero semper in terrestri æquatore sita, & diurnas revolutiones $a B a$ faciens ab occidente
in

in orientem habebit successive ad zenith stellas omnes, & puncta omnia cælestis circuli ZTZ .

III. Quum terræ partes invicem adhæreant, dum urbs A revolutionem retrogradam efficit $AgacA$ circa polos eclipticæ, axis terrestris pTm revolutionem retrogradam $pqrsp$, *mnokm* efficere debet circa eclipticæ axem dTo . Axis terrestris hic pTm indefinite utrinque productus itaque annis 25740 describit circa eclipticæ polos D, E conos duos ad verticem T oppositos PTR, MTO ; quod ejus, ad planum eclipticæ inclinationem, non immutat æqualem gradibus 90 dempro DP , vel DQ , vel DR , vel DS , qui sunt radii quatuor ejusdem circuli $PQRS$.

Motus hic conicus axis terrestris pTm , vel axis mundi PTM in dies non est sensibilis, aut in menses, quum quotannis sit tantum secundorum ferme 50; neque ad sensum parallelismum tollit, quem axi terrestri supposuimus in quavis solitaria circa solem revolutione (1314).

IV. Motus hic conicus aliquot sæculis efficere debet, ut totum immobile firmamentum loco motum esse videatur. Efficere debet, exempli causa, ut dum axis terrestris directionem, & positionem habet pTm ; puncta cælestia P, M sint poli mundi; & stellæ V, V sint in æquatore.

At vero annis 12870 axis terrestris pTm transferit in rTo : polus cælestis borealis, qui erat in P , erit in R ; polus cælestis australis, qui erat in M , erit in O : æquator cælestis, qui erat in VTV , erit in ZTZ : stellæ Z, Z quæ erant altera ad boream, altera ad austrum æquatoris, erunt in æquatore: ceteræ quoque stellæ omnes locum respectu æquatoris mutasse invenientur, aliis ad mundi polos R, O accedentibus, aliis inde recedentibus.

V. Quum totus æquator cælestis ATb perpetuo regrediatur in antecedentia signorum, jam
ejus

232 *Theoria phaenomenorum caelestium.*

ejus diameter retrogradam revolutionem faciens *AgacA*, *bfBbb*, eclipticæ planum 1, 2, 3, 4, secat in punctis quotannis magis occidentalibus, modo in 3, postea in 4. At quum æquator terrestris cælestem definiat, hic quoque regredi videbitur in antecedentia signorum eclipticam secans in punctis semper magis occidentalibus.

Hinc stellæ quotannis progredi videntur eclipticæ parallelæ in consequentia signorum ea quantitate, qua æquator cælestis, & terrestris quotannis regreditur in antecedentia, scilicet 50", 20" ferme. Exempli causa, stella, quæ annos ante 71 videbatur in intersectione eclipticæ, & æquatoris in æquinoctio verno, apparebit ferme gradum ultra punctum æquinoctii verni; quum modo æquator eclipticam secet in puncto ferme gradum magis occidentali. Hinc phaenomenon præcessionis æquinoctiorum omnibus circumstantiis convestitum, ut observationibus exhibetur, & ut alibi illud exposuimus (1131).

VI. Motus hic telluris retrogradus circa axem eclipticæ causam constantem postulat. Est hæc solis, & lunæ simul attractio in protuberantem æquatoris terrestris partem agens: hanc in sequentibus explicamus.

Phaenomeni hujus causa physica.

1323. ASSERTIO I. *Attractio solis in protuberantem æquatoris partem eum retrogradum reddere debet.*

EXPLICATIO. Tellus ad polos compressa est, ad æquatorem elevata, & æquatoris diameter axe per polos transeunte leucis 12, aut 15 longior est (*Fig. 50*). Si in hoc sphæroide concipiatur circulus, cujus centrum sit ipsum terræ centrum, diameter vero axis terræ, hic circa suam diametrum, seu axem terræ circumvolutus solidum sphæricum describet, circa quod

ma-

materiae stratum relinquet, cujus crassities, ad polos nulla, utrinque usque ad aequatorem crescet: est haec materia protuberans aequatoris, a qua oritur terrae revolutio circa polos eclipticae in antecedentia signorum. Sit ergo tellus $TAMBN A$ circa suum axem eclipticae inclinatum diurnas revolutiones faciens $AMBN A$ ab occidente in orientem (*Fig. 14*).

I. Materiae stratum hoc $AMBN A$ anuli extantis speciem efficit utrinque ad eclipticae planum $NR M$ inclinati, quod in M & N secat. Quaevis anuli hujus particula B tribus viribus agitur: projectili $B D$ per tangentem: centripeta BT ad terrae centrum: altera centripeta BS ad solis centrum. Postrema haec vis BS agit hic in particulam B extra planum aequatoris positam, ut alibi ostendimus, eam agere in lunam extra eclipticae planum positam (1238). Itaque,

II. Postrema haec vis, sive attractio solis obliqua est particulis omnibus anuli extantis, quae non sunt in eclipticae axe STR . Vis ergo BS in duas resolvitur BV , BT (1238, IV.), quarum altera BV nititur partem B ad solem adducere: altera BT eandem partem B nititur adducere ad planum eclipticae $NR M$.

III. Pars haec B ex vi projectili $B D$, & ex sua gravitate BT ad terrae centrum pergeret planum eclipticae secare in M . Verum ex solis actione BT , quae eam quoque nititur ad eclipticae planum adducere, citius, & propius planum hoc attinget in n , non serius, & remotius in N .

IV. Sit in centro terrae diaphanae oculus particulam, seu urbem B observans dum per eclipticae planum transit. Quum per illud transit in N , videtur in caelo in Q : quum in sequentibus revolutionibus transibit per n , videbitur in caelo in P in puncto magis occidentali; & regressa videbitur arcu QP in antecedentia signorum $PQXY$.

V. Pars

V. Pars ergo hæc B in quavis revolutione circa terram, cujus centrum semper est in plano eclipticæ, hoc planum attinget in puncto semper magis occidentali; & repetitis suis revolutionibus planum eclipticæ secabit in innumeris diversis punctis, quæ visa e centro terræ referentur retrograda in antecedentia signorum ad omnia eclipticæ cælestis puncta. Y X Q P O.

Spatium totum a tellure in annua circa solem revolutione percursum puncti instar est infinitæ stellarum O P Q X Y distantiae comparatum. Quare tellus veluti immota in T censeripotest; & molecula B veluti diurnas revolutiones suas B N A M B faciens eclipticam successive secans in N, π , b , M, m , &c.

VI. Idem continget particulæ cuiusvis N, A, M anuli hujus extantis, & plano eclipticæ inclinati: obliqua enim solis actio in quamvis particulam in duas resolvitur, A Z, A T, quarum A T insumitur in particula A ad eclipticæ planum adducenda, & ad punctum m attrahenda, dum secus iret longius in M. Ergo ex obliqua solis actione quævis anuli hujus particula regredi debet. Ergo totus æquator terrestris, qui est ipsa harum partium collectio, ex hac solis actione regredi debet, & secum terram totam retrogradam reddere.

1329. ASSERTIO II. *Luna attractio in prominentem æquatoris terrestris materiam ipsa quoque in ejus motum retrogradum influit.*

EXPLICATIO. Æquator terrestris lunæ orbitæ quoque inclinatus est: & ex generalis attractionis lege quævis anuli illius extantis particula in lunam tendit, aut in solem, & in terræ centrum. Dum luna itaque circa terræ centrum convertitur, partes omnes anuli hujus B, N, A, M attrahit: at ejus actio, ut illa solis, in duas resolvitur. Quod supra de sole diximus, de luna hic dici potest. (Fig. 14)

I. Sit igitur luna in quovis orbitæ suæ NRM
S N

SN puncto S. Hic luna attrahet particulam terrestrem B directione BS. At hæc actio BS in duas resolvitur, quarum altera BV nititur partem B ad lunam trahere; altera illam ad planum orbitæ lunaris adducere, extra quam pars B sita est.

II. Pars BT itaque attractionis lunaris efficiet, ut particula B lunarem orbitam faciat in N, non remotius in N; pars vero B citius planum eclipticæ attinget, ad quod luna extra ipsum sita semper tendit. Idem dicas de æquatoris terrestris particulis M, A, N.

Ex Newtoni supputationibus quantitas regressus ex actione lunæ in æquatorem terrestrem est ferme quater, & semis actione solis major.

1330. OBJECTIO. Revolutio retrograda nodorum lunæ a sola solis actione parta annis ferme 19 completur: quæ æquatoris terrestris revolutio retrograda a conjunctis solis, & lunæ viribus orta annis tantum 25740 compleatur?

RESPONSIO. Quatuor præcipuis rationibus æquatoris terrestris regressus orbitæ lunaris regressu multo lentior est. (Fig. 14).

I. Vis perturbatrix, qua luna in B regreditur, exhibetur per BT distantiam lunæ a centro terræ, hoc est terræ radios ferme 60: at vis perturbatrix, qua pars quævis æquatoris terrestris regreditur, exhibetur per BT, distantiam scilicet partis illius a centro terræ, seu radium unum terræ. Actio ergo solis, qua regreditur luna (1238), est sexagies major actione solis, qua pars æquatoris terrestris regreditur.

II. Pars extans æquatoris terrestris regredi nequit, quin totam terrestrem massam secum trahat. Quum vero hæc lunæ massam sexagies ferme, & quater excedat (1190); actio vim retrogradam lunæ imprimens, multo minorem multo majori telluris massæ imprimere debet.

III.

III. Telluris materia protuberans ab æquatore ad polos diffusa armillam sub æquatore collectam totam re ipsa non efficit: minus propterea a solis, & lunæ vi perturbatrice afficitur;

IV. Eo major est regressus, quo causa efficiens diutius agit, seu quo tempus periodicum diuturnius est. Atqui revolutio anuli terrestris completur horis 23, 56: lunæ revolutio sit diebus 27, horis 7, 43. Ergo ex his omnibus æquator terrestris lunari orbita multo lentius regredi debet. Non ergo mirum, puncta æquinoctialia revolutionem retrogradam circa polos eclipticæ complere tantum annis 25740, dum illam lunæ nodi complent annis ferme 19.

CONCLUSIO. Maximum hoc naturæ phaenomenon, *processio æquinoctiorum* ita explicatur. In hypothese terræ immobilis nullam explicationem admittit: in systemate terræ planetæ est tantum mutuae corporum gravitationis confectarium.

Quam arcte omnia in natura connexa sint hic apparet; quam belle causæ physicæ phaenomenis, hæc illis congruant; qua ratione phaenomenon, quod solitarium videtur, cæteris rebus connexum sit: qua ratione æquatoris intumescencia, exempli gratia, quæ tantum legum generalium impulsus, & attractionis confectarium videtur, phaenomenorum caelestium maximo connexa sit; & qua ratione hujus explicatio ceteras omnes intumescencie æquatoris demonstrationes confirmet.

PHÆNOMENON DECIMUM.

1331. *Aberratio fixarum: sive exiguus motus apparens, quo videntur quotannis circa suum verum locum curvam describere, cujus radius est secundorum ferme 20. (1165, III)*

LEMMA. Explicatio tradenda, & passim admissa auctorem habet celebrem superioris sæculi astro-

astronomum Bradleium Anglum. Duobus principiis passim receptis innititur, quorum alterum ad virium resolutionem spectat, alterum ad visionis theoriam.

I. Principium primum. *Si corpus incurrat in planum, quod moveatur, ictus non sequitur corporis percutientis directionem, sed diagonalem inter percutientis, & percussi corporis directiones.* Exempli causa (Fig. 39)

Sit corpus C in planum A B incidens. Si planum est immotum, percussio fiet directione A R. Si vero planum eodem tempore moveatur directione A B; hoc ex viribus conspirantibus A B, A R nitetur moveri directione A P; & percussio ex viribus A B, A R orta æqualebit percussioni partæ a sola vi A P exhibita per diagonalem parallelogrammi, cujus duo latera sint vires conspirantes. (346)

II. Alterum principium. *Objecta videmus in directione ictus a radio lucido effecti, quo momento radius oculum attingit.* (Fig. 41).

Quare si radius a corpore C adveniens oculum in A feriat directione A P; oculus objectum C videbit in Z. Si vero oculus A circa se convertatur semper ab eodem radio affectus directione A P; objectum C videbitur circa suum verum locum C describere circulum Z Y Z.

Ex hisce certissimis principiis facile apparens fixarum aberratio explicatur, quod phaenomenon non nisi sæculo proxime superiore detectum fuit. Hoc initio incertas redditurum videbatur plæræque astronomicas observationes: at immortalitate tantum donabit eum, cujus acre ingenium illius causam physicam detexit, ipsumque exactissimo calculo subjecit. (Fig. 41)

1332. EXPLICATIO. A successivo lucis motu, & ab annuo telluris motu in ecliptica apparens fixarum aberratio procedit. Siquidem

I. Dum observatoris oculus A a radio C A a stella veniente afficitur, oculus hic motu A B
cum

cum tellure per eclipticam fertur : ergo oculi affectio fit, non jam directione AR radii oculum ferientis, nec directione AB telluris, qua asportatur, sed directione diagonalis AP parallelogrammi, cujus latera sunt vires duæ conspirantes AR , AB . Si ergo velocitas radii C A rationem finitam habet ad velocitatem AB , qua oculus cum tellure fertur per eclipticam; punctum radians C videbitur non in suo vero loco C , sed in extremitate lineæ percussionis PAZ , quandiu duæ directiones CA , AB angulum efficient in oculo in A sito.

II. Atqui velocitas radii oculum ferientis ad velocitatem telluris oculum asportantis finitam rationem dicit : dum enim lux horæ octante leucas percurrit 30000000 (395), tellus arcum percurrit secundorum ferme 19 in orbita, cujus diameter est ferme leucarum 60000000, & cujus peripheria est leucarum ferme 188000000 (*Math.* 480). Atqui in hac peripheria arcus secundorum 19 est ferme leucarum 2755; ut inveniemus dividendo leucas 188000000, per secundum 1296000, quot hæc peripheria continet. Datur ergo ratio finita inter radii oculum ferientis, & telluris oculum asportantis velocitatem; datur enim evidenter ratio finita inter leucas 30000000, & 2755. Ratio hæc est :: 10526 : 1; hoc est lucis velocitas major est telluris velocitate per eclipticam vicibus 10526. (*Fig.* 41)

Si radii velocitas esset telluris velocitati æqualis, stella C videretur in Z ad graduum 45 distantiam a vero suo loco. Si velocitas AR esset infinita velocitati AC comparata, stella C in suo vero loco C videretur; tellus enim velocitati infinitæ comparata veluti quiesceret; tunc vero latus AB telluris velocitatem referens, quum veluti nullum sit lateri AR radii velocitatem referenti comparatum, diagonalis PA , in qua objectum videtur, lateri RA ad-

fen-

senfum congrueret . At si velocitas A radii sit multo maxima, rationem tamen finitam dicens ad telluris velocitatem AB , stella C , a qua venit radius , videbitur in linea PAZ ad exiguum a suo vero loco distantiam quandiu radii , & telluris directio angulum in oculo A faciet,

III. Hic apparet, si phaenomenon , quod explicamus , successivam lucis propagationem supponit , ipsum quoque hujus successivae propagationis certissimum argumentum esse ; sine hac propagatione siquidem explicari nequit .

IV. Alibi ostendimus , lucem ad nos a sole venire ferme horae octante ; unde sequitur , eam hoc tempore percurrere leucas ferme 30000000 , & quovis secundo leucas ferme 66666 . (895 , 1221)

V. Si telluris orbita , seu leucæ 188000000 dividantur per tempus , quo hæc orbita percurritur , seu per dies ferme $365 \frac{1}{2}$; seu per secunda 31557600 , inveniemus a tellure percurri quovis secundo leucas ferme sex . Ergo telluris motus annuus in sua orbita est ferme centies tricies celerior globi bellici motu maxime diruentis . (391) ; posita enim globi hujus celeritate centies tricies majore , non nisi leucas ferme sex quovis secundo percurreret , ut tellus .

Ex principiis hætenus statutis tria consequuntur , quæ cetera hujus aberrationis phaenomena hætenus observata clara in luce statuent , (1165 ; III.)

1333. COROLLARIUM I. *Stella , qua sunt in plano ecliptica videri debent lineam rectam in hoc plano describere , qua eas modo ad orientem , modo ad occidentem traducat ; nec nisi bis in anno eas in vero loco videre sinit . (Fig. 37)*

DEMONSTRATIO . Circa solem S sit *abcd* ecliptica , sive orbis annuus telluris . Sit quoque ad immensam distantiam stella immobilis A in plano eclipticæ .

I. Ocu-

I. Oculus observatoris cum tellure translatus, & semper ad stellam A conversus exiguum arcum an percurrat; qui ad sensum lineæ rectæ, aut planum erit; dum radius a stella A veniens partem spatii Aa percurrit, & oculum mobilem in a attingit. Oculus a radio ictus directione ax , & a tellure translatus directione an , stellam A non in linea aA videbit, sed in diagonali raB : stella igitur extra suum verum locum in B videbitur.

II. Idem oculus semper a tellure translatus, & ad stellam A conversus in b adveniat. Ibi motus telluris oculum transferentis, & motus radii oculum ferientis sunt in eadem directione bb , nec jam angulum faciunt, aut diagonalem præbent: oculus ergo est aut veluti in plano immobili, aut in plano, quod movetur in directione corporis percutientis. Ictus ergo, quo percutitur, totus est in directione corporis percutientis, seu radii Ab : ergo stella A videbitur in linea, quam sequitur radius Ab ab ipsa in oculum b conjunctus: videbitur ergo in suo vero loco A .

III. Transeat ex b oculus in c . Ibi oculus directione cm translatus, & a radio ictus directione cg stellam A videbit non in linea cA , sed in diagonali vcC : ergo stella A extra suum verum locum in C videbitur.

IV. Transeat oculus ex c in d . Ibi transferatur a tellure directione dK , & a radio afficitur directione df : directiones hæc concurrunt in eandem lineam Kdf : oculus in d semper ad stellam A conversus est aut veluti in plano immobili, aut in plano, quod movetur contra directionem corporis percutientis: nulla est igitur diagonalis: & ictus, quo oculus afficitur, totus est in directione dA radii. Itaque stella A iterum in suo vero loco A videtur.

1334. NOTA. Verosimillimum est, radium, a quo oculus afficitur quum stellam aspicit, ab anno,

anno, & ultra ab hac stella erupisse; lucis enim propagatio est successiva; & radius horæ ostante percurrentes leucas 30000000 annuum, & ultra insumere debet ad spatium inter nos, & stellas minus remotas intercedens percurrentum. At temporis diuturnitas, qua radius a stella ad oculum in *d*, & *b* fertur, nihil stellæ positionem immutat; quum enim stella *A* sit immobilis, hodie in eo ipso puncto est; in quo decem menses ante, aut annos triginta, aut mille erat. Nihil ergo interest, utrum radius *A d*, quo illam video in *A* quando sum in *D*, ab illa venerit aut unico instante, aut a pluribus mensibus, aut annis.

Posita stella *A* a tellure distante leucas 280000000000 (1340), & spatio a radio quo vis horæ ostante uniformiter percurso leucarum 30000000 (895); calculo invenies, radium hunc non nisi mensibus 16, aut 17 ad tetram appulsum. Stella hæc *A* ex telluri propinquioribus esse supponitur.

1338. COROLLARIUM II. *Stella in polis eclipctica sita videri debent circellum describere quotannis circa proprium locum, quin unquam in illo videantur* (Fig. 38).

DEMONSTRATIO. Circa solem *S* sit eclipctica, seu orbis annuus telluris *a b d a*: sit quoque *R* stella in alterutro eclipcticæ polo.

I. Oculus perpetuo ad stellam *R* conversus feratur in eclipctica ab *a* in *v*: stella *R* videbitur in *m* in diagonali *r a m* (1332). Quum oculus a *b* in *c* transferit, stella *R* videbitur in *n* in diagonali *x b n*. Quum oculus erit in *d*, stella *R* videbitur in *o* in diagonali *r d o*.

Itaque stella *R* in telluris, & oculi revolutione videbitur curvam *m n o m* circa suum verum locum descripsisse, quin unquam in illo visa fuerit: directio enim radii oculum ferientis, & directio telluris oculum asportantis nunquam concurrunt, & semper inter se angulum faciunt

ciunt ad sensum rectum, Curva *m n o m* erit ad sensum circulus: omnes enim diagonales, quibus constat, sunt plano eclipticae aequae inclinatae; seu potius describitur a revolutione ejusdem diagonalis semper secundis ferme 20 ad eclipticae planum inclinatae.

II. Quum telluris a sole distantia telluris a stellis distantiae comparata ferme nulla sit (fig. 40); oculus circa eclipticam *a d b c a* conversus censeretur circa se ipsum conversus in eclipticae centro *e*; seu circa se ipsum conversus in *A* (fig. 41); semper visu *A B a d* motum sollicitatus, & semper in directione *A R* a radio a stella *C* emissio affectus. Enimvero oculus hic circa se conversus in *A* semper stellam *C* videret in extrema diagonali *P A Z*, quae diagonalis in caelo circulum *Z Y Z* describeret circa stellae *C* verum locum.

1336. COROLLARIUM III. *Stella inter ecliptica planum, & polos sita videbuntur circa suum verum locum ellipsim describere; cujus axis primus erit ecliptica parallelus.*

EXPLICATIO. Stellae, quae sunt in plano eclipticae quum lineam aberrationis, quae sunt in eclipticae polis quum circulum aberrationis describant; facile intelliges, eas, quae inter eclipticae polos, & planum sunt, eandem aberrationis quantitatem eclipticae parallelam servaturas ad orientem, & ad occidentem; at aberrationis quantitatem polos, & planum eclipticae versus eo minorem futuram, quo stella eclipticae plano propinquior erit, ubi aberratio in latitudine, seu polos versus nulla est; eo majorem, quo stella polis eclipticae propinquior erit, ubi aberratio in longitudine, aberrationi in latitudine aequalis est. Postremum hoc corollarium a duobus praecedentibus consequitur.

Qua ratione juxta opticae leges aberratio in tribus hisce casibus in caelo tamquam plano considerato visa, & projecta esse debeat perpendere

re

re omittemus; neque enim explicationi traditæ hæc inquisitio est necessaria.

Parallaxis orbis annui.

1337. OBSERVATIO. Alibi adnotavimus; stellas a telluris centro, aut superficie visas semper ad idem cæli punctum referri; atque hac ratione nullam habere parallaxim. Astri enim parallaxis eo minor est, quo illud a terræ centro remotius est (1212); distantia vero stellarum a centro terræ quum centri hujus distantia a terræ superficie comparata sit veluti infinita, stellarum parallaxis erit veluti infinite parva; hæc vero semper est ad sensum nulla.

At si terræ radius hac ratione nullus est, num radius, & diameter quoque terrestris orbitæ erit infinite parva propiorum stellarum distantia a tellure comparata? Non item. Hoc modo explicabimus (fig. 37).

1338. EXPLICATIO. Circa solem *S* sit annua terrestris orbita *abcd*, cujus diameter *dSb* est ferme leucarum 60000000 (1221). Sit quoque stella *A* primæ magnitudinis in hujus orbitæ, nempe eclipticæ plano. Sit quoque oculus in *b*, alter in *S*, tertius in *d* omnes ad stellam *A* conversi. Jam ostendimus oculum in *b*, & *d* stellam *A* videre, quasi ipse non moveretur (1333).

Quum ultra stellam *A* spatium sit infinitum, tres hi oculi æquivalenter immobiles eandem stellam *A* in tribus diversis spatii infiniti punctis videbunt (912): oculus *S* illam videbit in *Y*; oculus *b* in *X*; oculus *d* in *Z*. Est hæc stellæ hujus parallaxis in orbe annuo: minima quidem, quam veteres astronomi non detexerant, at quæ a recentioribus comperta in angulo parallactico *XAZ*, vel *dAb* ad illustriores stellas, quæ nobis propinquiores censeantur inventa est secundorum ferme trium, aut quatuor.

1339. DEFINITIO. *Parallaxis orbis annui* dicitur differentia inter verum locum astri a sole visi, & ejus a terra visi locum apparentem. Itaque,

I. Stella A in eclipticæ plano immobilis nullam habebit parallaxim quum tellus erit in a , & c : tunc in Y, ut a solis centro, videbitur.

II. At quum tellure existente in b , aut in d , stella A erit in quadratura cum sole, seu gradus 90 ab illo distans, tunc maximam habet parallaxim. Exempli causa, tellure in b sita, ejus parallaxis est angulus XAY, seu illi ad verticem oppositus SAb . Angulus hic in illustriorum stellarum centro est ferme 2".

III. Si stella A semper æque a tellure distans non in eclipticæ plano, sed in polis esset; semper eandem parallaxim haberet, ubicumque in sua orbita tellus esset.

IV. Si stella A a tellure recederet; ejus parallaxis eo minor fieret, quo magis recederet, Quare omnium stellarum parallaxis non eadem est.

1340. PROBLEMA. *Data parallaxi stellæ in quadratura cum sole, ejus a tellure distantiam invenire.*

SOLUTIO. Posita tellure in b , & stella in A in eclipticæ plano, aut polis ad gradus 90 a sole, habebimus triangulum reſtangulum ASb , in quo innotescit angulus ASb , qui est 90; angulum SAb datum, quem suppono 2"; & latus Sb , distantiam telluris a sole notam leucarum ferme 30000000 (1221).

Qua methodo distantia lunæ, aut solis a tellure invenitur (1220), eadem stellæ a tellure distantia invenietur hac analogia: sinus notus anguli SAb 2" est ad latus oppositum, & notum Sb 30000000 leucarum; ut sinus notus anguli recti ASb est ad quartum terminum, qui exprimet latus bA , seu distantiam quæsitam:

& in

& in numeris 9697: 30000000 :: 1000000000: x
(*Math.* 718).

Diviso mediorum productio per primum terminum, erit quotiens quartus terminus, seu quaesita distantia stellæ a tellure, leucarum ferme 3000000000000.

Si stella A magis distet, angulus parallaxicus erit minor, & minorem divisorem præbebit qui majorem distantiam exprimet. Si stella minus distet, angulus parallaxicus maior erit, & si sit 2", 6", erit stellæ distantia leucarum 2800000000000; ferme ut alibi indicavimus (1163 IV).

P R O P O S I T I O II.

1341. *Tellus est verus planeta, qui diurnas revolutiones faciens circa suum axem annuas revolutiones facit circa solem immobilem, aut veluti immobilem in centro mundi planetarii.*

DEMONSTRATIO. Innumeræ rationes non æque validæ, sed quæ simul sumptæ veram demonstrationem faciunt, motum telluris statuunt, & solis immobilitatem. Etsi alibi in hoc opere rationes hæ allatæ sint; operæ tamen pretium erit eas hic in unum collectas exhibere, ut sententiæ huic totius sanæ physicæ fundamento lux fulgidissima afferatur. Mox nihil in sacris literis huic sententiæ oppositum haberi ostendemus. Modo ad rationes veniamus; sunt autem,

I. *Diei, & noctis vices periodica.* Simplex telluris circa suum axem revolutio solis, planetarum, & stellarum præcipue revolutionem absonam, nec concipiendam circa tellurem horis 24 de medio tollit (1164, 1313).

II. *Anni temporum reditus periodicus.* Simplex terræ revolutio circa solem (1314), solis motum per spirales ab austro ad boream, & hinc illuc de medio tollit, cujus motus causa concipi nequit, quique motus notis motus legibus

omnibus adversatur, nec stantibus notis naturæ legibus explicari potest; adeo ut, si sol re ipsa circa tellurem in ecliptica movetur, peculiari, & supra naturam Creatoris actione moveri debeat.

III. *Præcessio æquinoctiorum.* Simplex terrestris axis motus conicus-retrogradus, cujus unica causa physica est mutua corporum gravitatio (1327), motum submovet totius firmamenti circa polos eclipticæ ab occidente in orientem eo ipso tempore, quo innumeras revolutiones explere deberet circa mundi polos ab oriente in occidentem: qui duo motus implicatissimam mundi totius machinam efficerent. Mira est nostræ hypothese simplicitas; si tantum sententia tam solide statuta adhuc hypothesis dici possit.

IV. *Aberratio fixarum.* Sane, posita tellure immobili, stellarum motus esset maxime implicatus. Præter motum diurnum æquatori parallelum ab oriente in occidentem; præter earum motum retrogradum ab occidente in orientem eclipticæ parallelum, quotannis motum haberent periodicum aberrationis circa earum verum locum; aliæ quotannis lineam, aliæ circulum, aliæ ellipsim describent. Quorum hæc omnia? Hypothesis telluris planetæ motus hos omnes frustra convulsos, & summo, ac sapientissimo Opifice indignos amover. In nostra hypothese fixarum aberratio est simplex illusio optica a telluris motu circa solem in ecliptica procedens (1332).

V. *Planetarum stationes, & regressus.* Simplex telluris circa solem revolutio majori velocitate, quam qua planetæ superiores moveantur, minori, quam qua inferiores, rem perficit. Hinc motus inepti planetarum supprimuntur, ad quos in hypothese terræ immobilis adiguntur, eorumque motus æque simplices evadunt, ac globi bellici e tormento projecti motus, cujus curvam vires projectilis, & centra-

lis definiunt. In systemate telluris planetæ, superiores planetæ, & inferiores semper re ipsa directi sunt, nunquam stationarii, aut retrogradi: eorum stationes, & regressus sunt tantum illusiones opticae, quarum causa physica assignatur, & demonstratur (1317).

VI. *Celebres Kepleri leges.* Ex virium centralium theoria, ex secunda lege Kepleri, quæ una est ex præcipuis naturæ legibus corpora omnia circa idem centrum revoluta habent quadrata temporum periodicorum cubis distantiarum mediarum proportionalia (1261, 1303).

At vero, si tellus sit immobilis, jam sol, & luna circa tellurem convertuntur; ergo quadratum temporis periodici lunæ esse deberet ad quadratum temporis periodici solis, ut cubus distantiae mediæ lunæ ad cubum distantiae mediæ solis: quod evidenter falsum est, ut calculo admodum simplici ostendi potest. Si enim cubi distantiarum mediarum lunæ, & solis a terra essent ut quadrata temporum periodicorum; distantiae eorum mediæ essent ut radices cubicæ quadratorum temporum periodicorum (1262). Ast luna revolutionem suam perficit mense uno: periodi hujus quadratum est 1, & quadrati hujus radix cubica 1. Sol revolutionem suam perficit mensibus 12: hujus periodi quadratum est 144; & hujus radix cubica est 5, & paulo plus. Ergo media lunæ a tellure distantia esset ad mediam solis a tellure distantiam ferme ut 1 ad 5; quum observationibus constet, mediam lunæ ad mediam solis distantiam esse ferme ut 60 ad 20000, vel ut 30 ad 10000, vel ut 1 ad 333 (1220).

Certum est, secundam hanc Kepleri legem in omnibus corporibus valere planetis, aut cometis, quæ circa solem convertuntur, & in omnibus satellitibus planetarum primariorum (1261); ex theoria vero virium centralium constat, valere in corporibus omnibus curvam

in se redeuntem circa idem motus centrum describentibus (1303). Quare ergo lex ista in lunæ, & solis motu circa terram non valeat, si re ipsa circa terram convertantur? Quare namdivinus naturæ Auctor solem a lege corporibus omnibus communi exemerit? hoc non nisi certissima demonstratione admitti potest. Nequit ergo sol circa terram converti, nisi generales naturæ, & motus leges evertantur; non ergo sol circa terram movetur.

VII. *Telluris ceteris planetis analogia.* Quum ut ceteri planetæ opaca sit, ad sensum sphaerica, nonnullis minor, curnam præ ceteris motuum omnium cælestium centrum effecta fuerit? Dum ceteri planetæ circa suum axem convertuntur, ut solis aspectum, & noctium, ac dierum vices habeant, quare nam tellus a communi corporibus sibi similibus lege eximatur? Quare sol, planetæ, cometæ, sidera omnia quotidie circa tellurem, quæ iis comparata punctum est, convertantur? Naturæ Auctor, qui omnia sapientissime disponit, qui magna paucis facit, non parva multis, num ita rerum, & idearum nostrarum ordinem everterit? totum ne, & totum maximum parti hujus totius minimæ subjecerit? Innumeras ne immanes machinas rapidissimo motu cieri voluerit, ut unicæ atomo id obtineret, quod simplici hujus atomi conversione circa se, & circa astrum, circa quod atomi omnes illi similes convertuntur, obtineri potest?

VIII. *Polorum depressio, & æquatoris elevatio* (1372). Si tellus est immobilis, cur maris aquæ sub æquatore sex, aut septem leucis altiores sunt, quam sub polis? quum juxta hydrostaticæ leges ubique æqualem obtinere debeant altitudinem. Phænomenon hoc, quod in hypothese terræ immobilis explicari nequit, est tantum motus diurni telluris circa suum axem conspectarium. Tellus enim circa suum axem ab

occidente in orientem revoluta partibus suis omnibus vim centrifugam imprimit gravitati oppositam, quæ eo major est, quo quævis pars majori velocitate donata est: quævis vero pars velocitatem habet suæ ab axe rotationis distantiae proportionalem (1295). Ergo vis centrifuga maxima esse debet in æquatore, minor in zonis temperatis, nulla ad polos. Ut ergo inter mare ad æquatorem, & ad polos stet æquilibrium, columnæ aquæ ad æquatorem altiores, quam ad polos, esse debent, ubiquevis vis centrifuga nulla sit, actionem gravitatis non imminuit. Æquatoris igitur intumescencia telluris rotationem circa suum axem ostendit, ut plura alia phaenomena ejus circa solem revolutionem ostendunt.

Hæ præcipuæ rationes sunt, quibus præjudicium terræ immobilis sublatum fuit, & rerum universitas opus infinita sapientia dignum. Apud astronomos, & alicujus nominis physicos telluris motus non amplius problema, sed certa sententia est, de cujus veritate nemo, nisi omnino in re physica jejunus, per hos dies ambigit. Hypothesis vera ostenditur, quum omnibus naturæ phaenomenis congruere demonstratur & hæc phaenomena, rejecta hac hypothesis, absurda demonstratur. Talis vero est hypothesis telluris planetæ. Si plura ad rei veritatem quæras, eris profecto inter Pyrrhonicos pertinacissimus.

Nonnulla contra tres telluris motus (1296) obijci possunt, quorum solutio Copernici, Kepleri, Newtoni, astronomorum omnium hujus ætatis theoriæ de mundi systemate magis, magisque confirmabit.

Objectiones solvenda.

1341. OBJECTIO I. Si tellus quotidie circa axem converteretur, corpora in ejus superficie

L 5

solu-

soluta, ut aqua, arenæ, saxa, naves, homines bruta per tangentem in spacia cælestia abire deberent. Sit enim homo sub æquatore: ibi tellus (motu annuo circa solem non considerato), motu diurno quotidie percurrit leucas ferme 9000, singulis horis 375, quovis minuto $6\frac{1}{4}$, quovis secundo hexapedas ferme 238. Hic homo igitur velocitatem habet saltem duplo cum triente illa majorem, qua globus bellicus in mœnia fertur (391); ergo homo hic mira hac velocitate vi centrifuga tanta præditus esse debet, ut per tangentem a superficie telluris repellatur.

Præterea hic homo motu annuo cietur circa solem centies tricies majore (1332), quam sit globi bellici mœnia diruentis velocitas: ergo ex vi centrifuga a duobus his motibus orta a tellure repelli deberet.

RESPONSIO. Non raro invenies, qui parum in re physica versati duplici hoc telluris motu terreantur, quin immenso illo motu terreantur, qui posita tellure immobili, soli, planetis, & stellis præsertim tribuendus est.

I. Motu telluris diurno corpora terrestria per tangentem dispelli non debeant. Ex his enim quæ velocissime moventur, tantum hexapedas 238 quovis secundo percurrunt; unde vim centrifugam obtinent, qua tantum lineis septem, aut octo a terræ centro recederent (*Math.* 534; dum eorum vis centripeta nititur illa ad terræ centrum adducere pedibus 15 quovis secundo (248)). Itaque ex vis centripetæ excessu tanto in telluris superficie consistere debent.

II. Neque ex annuo telluris motu corpora a tellure per tangentem proijci debent: centrum enim telluris eodem motu annuo, quo terrestria corpora fertur: centrum hoc vero, ut & terræ superficies vi centripeta in solem tendunt, qua vis centripeta orta a motu per tangentem semper æquilibratur. (1285.)

1343. **OBJECTIO II.** Si tellus tanta velocitate

cue

tate circa suum axem converteretur, motum hunc sentire deberemus, vertigine corripì, aeris resistantiam, ut in vento vehementissimo, pati. Avis e nido ad occidentem volans nidum non amplius invenire posset, qui immensa velocitate ad orientem fugit. Glans plumbea effusa verticaliter explosa procul admodum ad occidentem caderet; tormenta majora murum ad orientem diruerent, ad occidentem non læderent; ibi enim in murum ferretur globus velocitate telluris aucta velocitate a pulvere pyroindita: hic pergeret velocitate a pulvere pyroindita, dempta majore, & opposita telluris velocitate. At nihil horum contingit; ergo nec diurnus, nec annuus telluris motus datur.

RESPONSIO. Nullum ex objectis ex telluris motu fieri debet.

I. Telluris rotationem sentire non deberemus: corpora enim omnia, quæ conspiciamus, nobiscum rotantur, & eandem ad nos positionem servant; nec ulla sensatio est, quæ nobis loci mutationem indicet. Ita homo navi inclusus in procella leucas centum percurrit nescius an vi procellæ longius feratur, an verò eodem in loco tantum agitetur: in spatio enim, in quo inclusus est, nihil illi sensationem ullam parit, unde noscat iter, quo fertur, aut motum, quo a loco, ubi erat ante procellam, longe asportatur.

II. *Vertigine corripì non debemus.* Quum circa idem punctum, aut brevigyro rotamur, sanguis, & humores motu centrifugo rotationis velocitati proportionali corripì debent, quo humores hi extra corpus ferri per totidem tangentes nituntur: motus hic eorum cursum, ac totius humanæ machinæ harmoniam perturbare debet, unde animæ operationes pendent. At nihil tale a diurno telluris motu oriri debet: horis enim 24 unicam tantum circa nos conversionem facimus, in hac vero revolutione,

cujus omnes exiguæ portiones ad sensum lineæ rectæ sunt (*Math.* 534) partes omnes nostri corporis modicæ, & uniformiter a tangente deflectunt ex simplici motu gravitationis illis naturalibus, & communi, in quo nihil violentum est, unde organorum munera perturbantur.

III. Neque *ab ære* sensibilem resistantiam pati debemus; in vacuo siquidem, aut in medio non resistente athmosphæra tellurem ambiens, quæcumque sit ejus altitudo (743) cum tellure & nobiscum motu communi convertitur. Ita in navi piscis in cratere aqua pleno innatans veloci navis motu fertur, quin ab aqua, cui innatat, ullam sensibilem, & insolitam resistantiam patitur.

IV. Si athmosphæra cum tellure non converteretur, avis enido evolans intra minutum plures jam leucas a nido procul esset. At quum athmosphæra eo ipso motu, quo tellus, convertatur, avis a nido ea tantum quantitate recedit quam volatu addit, aut adimit motui athmosphære, a qua secum abripitur. Ita quis aut secundo, aut adverso flumine natat. Si secundo, aquæ cursum prævertere nititur, si adverso, oppositam aquæ velocitatem superare contendit. Si natator aquæ motum non percipit, putabit inter linternam aquæ cursum sequentem, quem assequi vult, & inter se linterjectum dumtaxat spatium percurrisse; dum alio motu, quem non percipit, ipse, & linter longe alio translati fuerunt a loco, ubi natare cœpit.

V. Glans plumbea a fistula verticaliter explosa in ipsam fistulam recidere debet: glans enim e fistula erumpit duplici motu acta: telluris per tangentem, & a pulvere pyrio indito huic tangenti perpendiculari; a quo duplici motu per duplicem parabolam ad locum, unde discessit, reduci debet. (350)

Et si glans hæc ascendens, & descendens re ipsa duplicem parabolam describat; tamen per-

p:n-

pendiculariter ascendere, & descendere videbitur oculo in ipso fistulae orificio collocato; ascendens enim, & descendens per infinitas diagonales semper in ipsius oculi zenith invenitur, qui singulis instantibus zenith mutat, ut & glans ipsa. Si glans ista sit elastica, & in planum horizontale reflectens cadat; planum hoc quum moveatur novum motum illi imprimet a fistula impresso similem; & hic motus quoque verticalis apparebit; etsi re ipsa verticalis non sit. Idem de omnibus corporibus in terrae superficiem verticaliter labentibus dicendum est.

VI. Globus bellicus eandem ruinam faciet muri orientalis, ac occidentalis. Globus *in murum orientalem* incurrens motum telluris habet addito motu a pulvere pyrio impresso; at murus abictu se subducit tota telluris velocitate; impressionem ergo admittet tantum motui a pulvere impressio proportionalem. Globus *in murum occidentalem* impingens motum habet a pulvere impressum, dempto motu telluris; at murus ipsi occurrit tota telluris velocitate: ictus itaque adhuc est, ut prior, motui a pulvere impressio proportionalis. (323)

Utrobique aer æqualem resistantiam, & æqualem sibilum edit; sive enim aucta velocitate moveatur globus in aeris directione, sive velocitate imminuta contra aeris directionem, eodem modo illum traiecit, ac ejus elasticas moleculas inflectit, unde idem sibilus exoritur. (753)

1344. OBJECTIO III. Si tellus quotidie circa axem convertitur directione *A B C D A*, horis 2 homo *B* positionem *D* obtinebit: hinc vero quare a *D* in *V* per caeli spatia non ruat? (*Fig. 11*)

RESPONSIO. Monuimus jam, *in spatio infinito neque superius esse, neque inferius* (1289): corpora terrestria ad terrae centrum tendere nec alio pacto niti aut ad nadir accedere, aut a zenit

nith recedere. Quare homo, aut corpus quodvis in superficie terræ semper ad ejus centrum nititur: ex sua gravitate AT , BT , CT , DT , nec in ullo puncto supra, aut infra terræ superficiem ad stellarum regionem tendit, ad quam nullo sensibili nisu trahitur.

Nemo ignorat, navem e Britanniae, aut Galliae portu solventem, ut mundi ambitum perficiat; secus Americam meridionalem navigare, per fretum Magellanicum transire, oceanum meridionalem traicere ad Galliae, & Britanniae antipodas, ad Sinicum Imperium, & Indas orientales appellere; inde redire per promontorium bonæ spei ad portum, unde solverat. In tota hac circa orbem terrestrem revolutione ejus gravitas eam aquis immersam tenet; & nititur ad terræ centrum trahere in oriente æque, ac in occidente; in Londini antipodibus, ut Londini. Quare navis in D non ad V , sed ad punctum T e diametro oppositum tendit.

1345. OBJECTIO IV. Si tellus quotannis circa solem in ecliptica converteretur, polum in cælo perpetuo mutare deberemus. Exempli causa, ponamus oculum in utroque extremo axis, circa quem tellus quotidie convertitur, dum hic axis semper æquatori perpendicularis eclipticam percurrit. (*Fig. 10*)

Quum tellus est in Q , oculo D polus cælestis erit punctum m : quum post sex menses tellus est in T , eidem oculo D polus cælestis erit punctum o . Atqui puncta hæc duo invicem distant leucis ferme 6000000; quantum est axis orbitæ terrestris, seu duplex distantia medietatis a sole.

RESPONSIO. Tellus eclipticam percurrentes quovis instante re ipsa polum mutat; ejus enim axis mm indefinite utrinque productus quotannis in cælo cylindrum $mo m$ describit, cujus diameter est ferme leucarum 6000000. At quum hujus cylindri diameter $m V o$ in cælo arcum

sub.

subtendat tantum secundorum 3, vel 4, ex celeberrimorum nostræ ætatis astronomorum supputationibus, diameter mV o veluti punctum in cælo apparere debet; axis vero terrestris, qui circa hanc diametrum convertitur semper ad idem cæli punctum referri ad sensum videbitur.

Nemo ignorat, ex opticæ legibus duas parallelas mm , oo in immensa distantia concurrere videri (929). Sive ergo tellus sit in Q , sive in T , ejus axis mm , oo videri debet ad eadem cæli puncta V , V pertingere.

Tota recentium astronomorum sagacitas requirebatur, ut detegerent, axem terrestrem non semper ad idem cæli punctum referri; & sex, mensibus diversitatem haberi secundorum 3, aut 4. Quæ diversitas nullo instrumento deprehendi potest, nisi geometricis, & astronomicis acutissimis cognitionibus adjuvetur. Ergo in quavis annua revolutione eundem ad sensum axis terrestris polum respicit.

1346. OBJECTIO V. Si tellus circa solem convertitur, mundi polus alternis attolli, & deprimi debet respectu horizontis incolæ terrestris. Si enim ab austro ad boream leucas 25 sub eodem meridiano percurram; video polum borealem ferme gradum unum attolli; si sub eodem meridiano leucas 50 percurram, video eundem polum ferme duos gradus deprimi. Potiori ratione tellus poli altitudinem mutare deberet a tropico ad tropicum transiens & alternis ad alterutrum polum pluribus centenis millibus leucarum accedens.

RESPONSIO. *Altitudo poli* est minimus arcus, qui a polo ad loci horizontem duci possit. Arcus hic eidem loco semper idem est, in quovis tropico tellus sit; axis enim terrestris, qui polum cælestem definit, semper ad sensum sibi parallelus est, & eandem ad loci horizontem inclinationem servat. Magna revolutio conica axis terrestris circa polos eclipticæ nec ipsa quidem

dem poli altitudinem mutare facit; loci enim horizon eodem modo convertitur, quo axisterrestres; hic vero in conica revolutione semper plano æquatoris inclinatus perseverat eadem quantitate, scilicet gradibus 66, 32'.

Si quæras quare ab austro ad boream, aut a borea ad austrum procedens diversam habeat poli altitudinem, dum a tropico ad tropicum pergens eandem servat altitudinem, facile respondetur. Procedendo a meridie ad boream, aut vicissim in terræ superficie, mutatur horizon: contra vero a tropico ad tropicum super eodem puncto terrestris superficiei semper idem horizon habetur. In primo casu horizon respectu poli deprimitur, aut elevatur; in secundo horizon respectu poli eandem servat positionem. Exempli gratia, (Fig. 8)

I. Si in loco quovis A superficiei terrestris esset planum ASR horizonti FTP parallelum & quis in hoc plano procederet ab austro ad boream, aut vicissim, annis decem, aut centum; semper ad sensum idem zenith haberetur M, adeoque eadem poli altitudo; spatium enim percursum AS quum sit basis anguli AMS, effecti a duabus lineis ductis a zenith M ad duas spatii hujus extremitates, haberetur triangulum cujus basis AS lateribus comparata nulla esset. Ergo angulus M basi AS oppositus duobus aliis angulis comparatus nullus esset ad sensum (*Math. 701*): ergo duo anguli ad basim essent singuli ad sensum graduum 90: ergo punctum M semper in eodem ad sensum loco videretur.

II. Quum vero quis in superficie terræ ab austro ad boream, at vicissim procedit, in superficie curva incedit, quæ perpetuo inclinata novum quovis instanti zenith, & horizontem præbet. Exempli causa, sint R, V poli mundi. Homo in C sub æquatore habet zenith punctum N, horizontem vero circulum RTV, cujus planum polos attingit. (Fig. 11)

Trans-

Transeat hic homo a C in f : ejus zenith erit punctum 9 , & horizon circulus HTG a poli distans toto arcu caelesti RG . Etsi spatium percursum Cf leucarum centum, & ultra arcui caelesti NXS comparatum nullum sit; tamen non exiguum est in arcu terrestri $CKfB$; & angulum efficit CTf , qui ad firmamentum productus totum arcum NXS continet, & polum R elevat quantitate RG .

III. Non itaque ex solo spatio ab austro in boream, aut vicissim percurso sensibilis zenith, & poli altitudinis mutatio fit; sed ex hujus spatii curvatura. Quare homo a caelesti tropico ad alterum transiens semper eidem terrestris superficies puncto insistens neque zenith, neque poli altitudinem ad sensum mutat; tellus enim in ecliptica, ut in plano movetur; & spatium a tellure ab austro in boream, aut vicissim percursum veluti nullum est spatio stellis, & telluri interjecto comparatum.

1347. OBJECTIO VI. Systematis Copernicani insigne vitium est duplex telluris motus, qui haberi nequit; alter scilicet ab occidente in orientem circa axem æquatoris; alter ab oriente in occidentem circa axem eclipticæ. Atqui duo hi motus sese invicem destruere debent; nec motus ab occidente in orientem in eodem mobili cum motu ab oriente in occidentem haberi potest. Ergo ruit systema Copernicanum.

RESPONSIO. Si motus hi duo in tellure invicem pugnant; num in firmamento conciliabuntur? Ast evidens est, motus hos aut in firmamento, aut in tellure necessario dari. Quare objectio æque systema Ptolemaicum, Copernicanum, Tychonicum, & naturam ipsam oppugnat. In Copernicano systemate, quod tuemur, eam inanem esse ostendamus.

Repugnat, mobile simul ab occidente in orientem, & ab oriente in occidentem supra eundem axem converti; non vero supra duos
axes

258. *Theoria phaenomenorum caelestium:*

axes diversos. Facile tres telluris motus exemplo omnibus noto dari simul posse ostendemus.

Turbo puerilis a funiculo circumvoluto motum rotationis concipit circa suum axem; istius flagello in aera attollitur, & motum projectilem concipit, motu rotationis servato. In hoc turbine tres motus dantur, quos in telluri dari posse, negatur.

I. Turbo in aerem elatus, & ab occidente, exempli gratia, in orientem projectus pergit supra suum axem rotari centrum gravitationi versus recidens: est hæc sensibilis *diurni*, & *annui telluris motus* imago, quæ dum ambobus his motibus agitur semper ad suum gravitationis centrum tendere pergit. (1285)

II. Si statim turbini tenuis lamina supponatur, illiusque motus sedulo consideretur; videbimus ejus axem, dum turbo circa illum convertitur, non semper esse plano sustinenti perpendicularem; sed ipsum axem, circa quem omnia turbine puncta circulos parallelos describunt, *motum* habere, saltem sæpius, *conicum* modo majorem, modo minorem, qui axis motus motum rotationis non exstinguit, quo partes omnes turbine circa axem convertuntur, & sæpius directione opposita conicæ axis revolutioni. Itaque si turbo hic microcosmus esse supponatur; oculus in axis extremitate positus successive in cælo diversos polos haberet pro diversis ejus positionibus; & diversa hæc cæli puncta, ad quæ axis productus referretur, essent poli mobiles revolutionum omnium circularium circa axem.

En itaque imaginem motus conici telluris, cujus axis circa se conversus adhuc successive ab oriente in occidentem inflectitur, quin hæc regularis inflexio, cujus causam physicam attulimus (1328), motui circulari telluris circa ipsum ab occidente in orientem opponatur.

1348. NOTA. Tribus his motibus in eodem mobili conciliatis, non abs re erit illi in tellure qua-

ra-

ratione dari possint speciatim ostendere. Malumus enim prolixitatis, quam obscuritatis notam incurrere. (Fig. 10)

I. In vacuo, aut in medio non resistente tellus primitus motum rotationis circa suum axem bPb conceperit: motus hic in tali spatio æternum perseverabit; nihil enim est, unde extinguatur. (307)

II. In hoc spatio tellus primitus & motum centripetam in sole a Deo acceperit, & motum projectilem per tangentem curvæ circa solem: tellus ex duabus hisce viribus conspirantibus debet juxta generales motus leges perpetuo & circa suum axem, & circa solem converti. (1283)

III. Axis terrestris mm, nn, vv, rr, hh quotidie circa se ipsum conversus dum anno uno circa solem convertitur, potest aut semper ad eadem cæli puncta dirigi, aut sensim sine sensu ad diversa, alicujus causæ physicæ perpetua actione: neque enim axis hic semper ad eadem cæli puncta dirigi necessario postulat dum circa se, & circa solem convertitur: pater enim, eandem axis huius revolutiones circa se, & circa solem haberi posse, sive eadem semper cæli puncta respiciat, sive ad diversa deflectatur. (Fig. 6)

IV. Quum spatium a tellure circa solem percursum nullum sit spatio comparatum telluri, & stellis interjecto, telluris motu circa solem seposito, illam veluti immotam in T consideremus, ubi & motu diurno agatur circa axem pTm & retrogrado circa axem dTe .

Ut omnes telluris partes moveantur ab occidente in orientem circa æquatoris axem PTM , dum moventur ab oriente in occidentem circa eclipticæ axem DTE , quid requiritur? Unice, axem pTm æquatoris ATb quotidie circa se ab occidente in orientem conversum, sensim sine sensu in dies inflecti in occidentem in antece-

recedentia signorum ita, ut omnes simul hæ successivæ inflexiones $p q r s p, m n o k m$ annis 25740 duos conos efficiant TPQRSP, T M N O K M circa eclipticæ D T E axem FTG.

Atqui patet, diurna axis $p T m$ revolutione semper uniformi perseverante, axem hunc, qui nulla re cogitur semper eadem cæli puncta respicere, & quem causa physica permanens semper nititur inflectere ab oriente in occidentem directione $p q r s p$, & $m n o k m$ (1328), debere perpetuo inflecti motu conico ad cæli punctum magis occidentale: unde telluri oritur motus retrogradus ab oriente in occidentem, quam æquatori terrestri, & omnibus telluris partibus tribuit systema Copernicanum. Ergo motus conicus, & retrogradus axis terrestris $p T m$, vel P T M circa polos eclipticæ nulla ratione opponitur motui diurno ejusdem axis circa polos æquatoris.

1349. OBJECTIO VII. Systema Copernicanum, quod tam apte observationibus, & physicis rationibus congruit, sacris literis opponitur, in quibus soli motus, telluri quies tribuitur. Ergo hoc systema veritatis specie gaudet, re ipsa falsum est.

RESPONSIO. Injuriosum est sacris literis eas perperam interpretari. Quidquid homines sacris literis de suo adiiciunt, humanam serius ocus imbecillitatem ostendit. En exemplum omnibus ætatibus memorabile.

Docent sacre literæ, solem ab oriente in occidentem transire, & ab austro in boream deflecti, nec a semita illi a supremo opifice definita recedere: aliquando tamen Omnipotentis Dei jussu ab illa divertisse: hoc vero miraculum perpetuum erga Deum grati aximi obsequium ab ejus populo postulare. Hic ex genere sensus est scripturarum, in quibus solis motus, & mi-

Theoria phaenomenorum caelestium. 261
raculosa motus hujus suspensio memoratur (*).

At enimvero auctoritates hæ nonne æque de vero, ac de *apparente solis motu* intelligi possunt? uterque enim æque aptus est in naturæ, & religionis œconomia Dei potentiam, & beneficentiam ostendere. Quare ergo de solo motu vero præpropere intelligantur, apparente prorsus excluso? Auctores sacri in his auctoritatibus unice intendunt divinæ providentiæ beneficia naturalia, & supernaturalia hominibus in mentem revocare, ut Dei sapientiam, & beneficentiam in utroque ordine admirentur, & adorent; non vero de re physica, aut astronomica doctrinam tradere (881). Postrema hæc, quæ nihil ad religionem, aut ad mores faciunt, sacræ literæ prætereunt. Quamobrem quum in

sa-

(*) *NOTA.* Auctoritates nonnullas subiiciamus, quæ systemati Copernicano opposita putabantur, quæque profecto nullum astronomicum systema respiciunt.

I. Oritur sol, & occidit, & ad locum suum revertitur: ibique renascens gyrat per meridiem, & flequitur ad aquilonem. *Eccles. cap. 1.*

II. Sol contra Gabaon ne movearis, & luna contra vallem Ajalon. Steteruntque sol, & luna donec ulcisceretur se gens de inimicis suis. Stetit itaque sol in medio cæli, & non festinavit occumbere spatio unius diei. *Josue Cap. 10.*

III. Invocavit itaque Isaïas propheta Dominum; & reduxit umbram per lineas, quibus jam descenderat in horologio Achaz, retrorsum decem gradibus. *Reg. IV. cap. 20.*

IV. Firmavit orbem terræ, qui non commovebitur. *Psal. 92.*

V. Generatio præterit, & generatio advenit: terra autem in æternum stat. *Eccles. cap. 1.*

facris literis aut mirabilia naturæ, aut quæ ad naturæ mirabilia spectant commemorantur, hæc ut apparent hominibus enarrant, & communi, ac vulgari hominum loquendi modo sese accommodant, qui nec in physicis, nec in astronomicis rebus versati sunt. Auctoritates sacræ igitur Copernico objectæ non magis motum verum, quam apparentem præseferunt. Alterum ergo, salvo scripturarum sensu, intelligi potest: quo posito objectio ruit. His præmissis dico:

I. Ubi in sacris literis soli tribuitur motus ab oriente in occidentem, ab austro in boream, *motum apparentem* intelligi; nihil vero esse, cur de motu vero intelligantur. Phrases has: *sol oritur, transit per meridiem, occidit* in sacris libris, ut in ipso astronomorum ore, significare dumtaxat, solem, sive mobilem, sive immobilem, incipere horizontem illustrare, culminare supra horizontem, definere horizontem illustrare.

II. Ubi legimus, Josue jussu solem horis 24 motum suspendisse, significari tantum *motus apparentis* suspensionem. Miraculum in sacris literis descriptum idem esse, sive motus verus, qui tunc interruptus fuit, solis fuerit, sive telluris. Addo, si Josue de telluris motu, & de solis immobilitate tunc edoctus fuisset, non alia ratione loqui debuisset; si enim dixisset, telluris motum suspensum fuisse, nemo stupendam miraculum intellexisset, cujus memoriam apud nationem suam perpetuam servari volebat. Miraculum hoc memorabile fuisse cessationem motus rotationis telluris circa suum axem, & in ecliptica integra die; quo factum est, contra naturalem rerum ordinem, ut sol integro die ad eundem cæli locum referretur, quod nec antea unquam, nec postea contigit.

III. Miraculosum solis regressum, Ezechia rege, fuisse tantum *apparentem*; tunc vero tellurem contra naturalem rerum ordinem, non jam

jam ab occidente in orientem, sed Dei omnipotentia ab oriente in occidentem supra suum axem revolutam fuisse, & arcum retrogradum decem graduum percurrisse; unde similis motus retrogradus in apparente ejus diurna revolutione contigit. Sive motus interruptus solis fuerit, sive telluris, miraculum idem est (952).

IV. Auctoritates allatas pro terræ immobilitate non ita esse intelligendas. Exempli gratia, verba Ecclesiastæ: *terra autem in æternum stat*, vitæ humanæ caducitatem terræ immutabili durationi opponunt; non de ejus immobilitate hic agitur, sed de permanentia. Verba psalmi: *firmavit orbem terræ, qui non commovebitur*, operum humanorum fragilitatem Dei operum indestructibilitati opponunt; hominum opera semper aliqua ratione ad ruinam properant; orbis terræ, Dei opus, nihil in se habet; unde dissolvatur, aut destruat: hic quoque in sensu psalmistæ non de telluris quiete, sed de permanentia sermo est.

1350. OBJECTIO VIII. Data responsio sacræ auctoritati ubique motum apparentem vero substituens ipsam religionem prorsus evertit. Si enim simili ratione sacras literas interpretemur, pari jure dici poterit, exempli gratia, verbum carnem sumpsisse, aut mortuum esse non vere, sed apparenter. Tunc vero totum fidei depositum sublatum erit. Quare juxta axioma passim receptum sacræ literæ juxta sensum obvium, & naturalem accipiendæ sunt. Ergo systema, quod non nisi mutato naturali scripturarum sensu admitti potest, & quod a sacræ Inquisitionis tribunali in operibus Galilæi damnatum fuit, rejiciendum est.

RESPONSIO. I. Nulla hic facta metaphysica discussione de modo interpretendi scripturas, quæ plures sensus admittere videntur; certum est, nunquam sacris literis sensum absurdum, & certis veritatibus a ratione, aut a revela-

tione statuti oppositum esse tribuendum. Ita scripturas interpretari esset impietati arma præbere; & sacris libris mendacii notam infligere, qui ab ipso divino veritatis fonte emanarunt. Interpretationem a nobis allatam hoc axioma satis roborat. Impii enim, supponentes cum Tychone a sacris literis motum soli tribui, terræ immobilitatem, sic procedunt: *Deus nec inscius est, nec fallax*; ergo a Deo non sunt libri duas certas, ac demonstratas veritates oppugnantes, telluris motum, & solis quietem. Nihil est, quod his reponamus, si allatis auctoritatibus sensus tribuatur, quem increduli libentissime illis tribuerent. Ergo sensus a nobis allatis auctoritatibus tributus non modo illarum veritati non opponitur; imo is solus est, qui ipsius, salva recta ratione, tribui possit.

II. At non propterea ubique pro arbitrio apparens vero in scripturis substitui poterit; in universis enim sacris literis fortasse motus solis unicus est, in quo apparentia, & veritas eadem exhibeant prodigia, easdem credendas veritates, eadem erga Deum exigant grati, & religiosi animi obsequia. Nulla igitur inductione a solis motu ad divini Verbi incarnationem argui potest. Vera Verbi incarnatio est dogma præcipuum, totius religionis fundamentum, contra quod nihil habet ratio, nihil astronomia. Verus solis motus est quid omnino religioni adia-phorum, quod nullo modo theoriæ motus, physicæ legibus, astronomicis observationibus conciliari potest. Ergo quæ rationes necessario cogunt scripturas de apparente solis motu intelligere, nullam ansam præbent, cur auctoritates Verbi incarnationem, ut & alia innumera annunciantes de rei apparentia, non vero de veritate intelligamus. Axioma ergo generale amplectimur; semper scripturas sacras obvio, & naturali sensu intelligendas esse, quando nulla solida, & victrix ratio cogit eas alio sensu interpretari.

III.

III. Etsi a sacrae Inquisitionis tribunali in immortalis Galilaei operibus systema Copernicanum damnatum fuerit, non propterea ejus judicium ab ecclesia universali aut collecta, aut dispersa, aut a Summis Pontificibus confirmatum fuit: judicium hoc jam obsolevit, nec fidelium hac de re sententias coarctat.

At num propterea sacrum hoc tribunal, cui plerique tunc Cardinales praerant, improbandum est, quod Copernicanum systema proscripserit, ac tamquam verum tueri vetuerit? Nequaquam sane. Eo enim tempore, quo hoc systema proscriptum fuit, sacrarum scripturarum veritati oppositum censebatur, & rite credentibus offendiculum. Semper vero maxime opportunum est scandala tollere, & praecupare, etsi pusillis tantum sint offendiculo. Ita quoque primis ecclesiae temporibus religiosi episcopi nonnulli sacrarum imaginum cultum proscripserunt; eo scilicet tempore, quo cultus hic perperam acceptus fidelibus neophitis, & ab idolorum cultu recens avulsis idololatriae occasionem praebat.

Hac aetate, in qua jam nihil fidei a Copernici, & Galilaei systemate timendum est, nulla ab eo piis mentibus oritur scandali occasio: nihil jam illud sacris literis contrarium praefert: illudque viri religiosissimi, si in physicis, & astronomicis rebus versati sunt, tamquam unicum verum mundi systema, nulla haesitatione amplectuntur.

1351. OBJECTIO IX. Systemata haec opposita aliqua ex parte conciliari posse videntur, telluri motum revolutionis diurnae circa suum axem tribuendo in eodem spatii infiniti puncto: soli motum annum circa tellurem: planetis, & cometis periodicam circa solem revolutionem. In hac hypothese tellus satis immobilis esset; sol vero, planetae, stellae motu diurno, qui tam absonus est, non agerentur.

Phys. Tom. IV.

M

RES.

RESPONSIO. I. Inepta conciliatio. Hanc hypothesim terræ immobilis assertores, si qui adhuc sunt, reiiciunt; si enim scripturæ auctoritates, quibus unice innititur, veram telluri immobilitatem tribuunt; iis æque diurnus, ac annuus telluris motus adversatur.

II. Hanc hypothesim omnes Copernicani acriter refellunt, & cum his astronomi omnes, & physici. Neque enim minus absurdum est motum soli tribuere, planetis, cometis, toti firmamento circa tellurem anno uno, aut annis 25740, quam die uno. Quare hypothesis hæc inter somnia recensenda est.

ARTICULUS QUINTUS.

TELLUS PLANETA.

1352. OBSERVATIO. EX dictis articulo præcedenti plane constat, tellurem esse verum planetam tribus motibus actum, *diurno* circa axem æquatoris, *annuo* circa solem in ecliptica, *retrogrado* lentissimo circa axem eclipticæ in antecedentia signorum. Modo telluris planetæ definienda est positio, figura, magnitudo, axis directio, & positio respectu solis, & æquatoris. Hæc tribus sequentibus paragraphis tractabimus, in quibus gnomonicæ principia, theoria longitudinum, & latitudinum, geometricæ telluris dimensiones, & alia plæraque utilia, & jucunda occurrent.

PARAGRAPHUS PRIMUS.

TELLURIS IN CÆLO LOCUS.

1353. ASSERTIO, **T**ellus semper ad sensum est in centro firmamenti (Fig. 40).

DEMONSTRATIO. In quovis suæ orbitæ annuæ *a d b c a* puncto tellus sit, sive in æquatore; sive in tropicis:

I. Horizon observatoris ubicumque siti semper cælum in duo æqualia hemisphæria partitur: hic enim semper sex zodiaci signa supra, sex infra suum horizontem habet: quod sane non contingeret, si tellus *a* propior sensibilibus esset libræ *A*, quam arieti *B*, cancro, quam capricorno.

II. Ubique terrarum stellæ diurnam revolutionem in æquatore facientes horis duodecim, demptis minutis 2, & secundis 2, ab oriente ad occidentem transeunt, eodem, ipso tempore ab occidente in orientem redeunt (1324); quod non contingeret, si tellus *b* non esset semper ad sensum in centro firmamenti æque distans ab oriente *B*, ab occidente *A*, a zenith, & a nadir.

III. Si tellus *d* esset ad sepsum alterutri polo propinquior, incolæ sphæræ obliquæ æquinoctium non haberent quo die sol veram, aut apparentem suam revolutionem facit in plano æquatoris cælestis cælum in duo æqualia hemisphæria dividens; horum enim populorum horizon, quum tunc circulum solarem in centro non secaret, necessario artus, diurnum, & nocturnum, inæquales haberet. Atqui certum est, bis in anno in universa tellure æquinoctium esse binis iis diebus, quibus circulus solaris æ-

M 2

qua-

268 *Theoria phaenomenorum caelestium.*
quatori caelesti ad sensum congruit (1314); ergo tellus ad sensum extra æquatorem caelestem non est; ergo nec alterutri polo propinquior.

Ergo tellus nunquam a polis, ab ariete, & libra, a zenith, & nadir inæqualiter ad sensum distans, semper ad sensum est in centro firmamenti. Q. E. D.

1354. COROLLARIUM. *Diameter terrestris orbitalium 60000000 distantia stellarum comparata puncti instar est.* In quovis enim annuæ orbitæ a *abc a*, puncto tellus sit, semper eadem apparent phaenomena, quibus ostendimus ipsam semper in centro firmamenti ad sensum sitam videri (Fig. 40).

I. Potiori jure telluris radius stellarum distantiae comparatus punctum erit. Ergo in angulo *a* tellure ad duas stellas ducto promiscue pro vertice sumi potest aut telluris centrum, aut punctum superficiei, cui insistit observator. Latera enim hujus anguli aut a centro, aut a superficie ducta non nisi quantitate radio terrestri æquali, quæ in casu nulla est, differre possunt (1340).

II. Dum sol circa tellurem convertitur, aut converti videtur, umbra a corpore a sole illuminato projecta eisdem ad sensum motus habet, quos haberet si sol ad stellarum distantiam situs esset; stella enim, quæ illa die est in conjunctione cum sole, in hypothese, qua diurnam revolutionem eo ipso tempore, quo sol, efficeret, eandem ipsam huic umbræ revolutionem ad sensum tribueret. Quare in gnomonica sol ut infinitum a tellure distans haberi potest.

Dico, a sole, & a stella in conjunctione umbram terrestris corporis ad eundem locum ad sensum projectum iri; differentia enim potest esse dumtaxat parallaxis solis, quæ in horizonte ad summum est 9" (1219), & ad zenith usque minuitur, ubi nulla est (1215), quæque

in

in horologio solari quantumvis magno nunquam sensibilis esse potest (921).

1335. PROBLEMA I. *Poli visibilis altitudinem invenire* (Fig. 11).

SOLUTIO. Alibi vidimus qua ratione proxime inveniri possit cæli punctum, circa quod fiunt solis, planetarum, stellarum revolutiones (1124). Ostendam modo qua ratione definiatur quantitas, qua punctum, quod polus dicitur, supra horizontem quemvis hinc inde ab æquatore attollatur. Sub æquatore enim uterque polus in ipso horizonte est (1142).

I. Sit *f* locus terrestris, cujus quæritur *altitudo poli* R: loci hujus zenith est punctum S, horizon circulus G T H; meridianus adhuc ignotus semicirculus R N V.

Inter stellas perpetuæ apparitionis, ut utriusque ursæ, una seligatur, puta stella *a*. Quadrante astronomico horizoni perpendiculari (*Math.* 421, 733) accurate observetur maxima, & minima ejus supra horizontem G altitudo, unica, aut pluribus diurnis revolutionibus. Minima stellæ *a* altitudo supra horizontem G addita dimidia maximæ, & minimæ altitudinis differentia erit altitudo poli. Exempli gratia, sit minima altitudo *a* G = 40 gradibus; maxima *b* G = 50°, harum differentia est = 10°, quorum dimidium = 5°. Ergo altitudo poli erit 40 + 5 in R.

II. Quandoquidem stella *a* quotidie circulum circa axem mundi describit, qui necessario per polos transit, certum est, stellam hanc quotidie supra, & infra hunc axem transire, & in maxima sua, & minima elevatione esse eam in plano meridiani; præterea in minima elevatione tantundem esse eam infra axem, quantum in maxima supra est. Si ergo a maxima ad minimam elevationem ducatur linea, erit hæc diameter circuli diurni a stella descripti, & lineæ hujus *a b* medium R erit punctum axis mundi, circa quod totius cæli revolutiones

M 3

funt.

270. *Theoria. phenomenorum. celestium.*
 fiunt. Punctum R, seu punctum indefinite re-
 motius in linea TR sed semper eodem graduum
 numero supra horizontem G elevatum erit igitur
 polus mundi, cuius altitudo quærebatur.
 Hæc igitur poli R supra horizontem G eleva-
 tio erit minima stellæ altitudo supra horizon-
 tem addita dimidia minimæ a maxima eleva-
 tione differentia.

III. Circulus maximus, cuius planum tran-
 sat per terræ centrum T, per zenith S, & per
 polum R, erit *meridianus loci* f. Circulus hic
 horizontem GTH perpendiculariter secatur; &
 punctum intersectionis G tantundem est infra
 polum visibilem R, quantum punctum interse-
 ctionis H est supra polum visibilem V.

IV. *Polus borealis* est modo stellæ polari P
 proximus. Anno 1772. ineunte ab ea distabat
 tantum gradu uno, 54', 44" (Fig. 4).

At poli borealis positio non semper eadem est
 respectu stellæ polaris P; ob magnam enim sit-
 mamenti revolutionem circa polos eclipticæ
 (1131, 1365), stella P alternatim a polo mun-
 di considerato ut immobili recedit, & ad eum
 accedit. Modo stella P magis in dies ad polum
 accedit, & quotannis accedit secundis 20.

Si cælum stellatum consideretur immobile, ut
 re ipsa est, erit *mobilis polus mundi*, qui mo-
 do ad polarem P quotannis accedit secundis 20.
Alibi motus conici (Fig. 7) axis, & polorum
 telluris, & mundi causam, & effectus satis ex-
 posuimus (1327, 1348).

1356. PROBLEMA II. *In plano horizontali
 lineam meridianam describere.*

SOLUTIO. Linea meridianæ est linea hori-
 zonti parallela, & plano meridiano inclusa
 (1118). Pluribus methodis describi potest: duas
 tantum trademus.

1357. METHODUS I. Invento noctu polo
 visibili ex præcedente problemate, relinquatur
 quadrans in ea positione, qua ad polum dire-
 ctus.

ctus est. Hinc facile eadem directio lineæ du-
cendæ tribuetur; ad hoc enim satis erit plano
horizontali planum perpendiculare statuere di-
rectione axis instrumenti ad polum directi. Pun-
cta, in quæ cadet planum verticale, lineam
meridianam in plano horizontali definient.
Itaque:

I. *Ut describatur linea meridiana* in plano
horizontali ad duo extrema axis quadrantis ad
polos directi suspende filo duo perpendiculara in
cuspidem definientia, quibus planum horizonta-
le suppose: puncta duo plani horizontalis, in
quæ cadent perpendicularorum cuspides, lineam
per ea ductam definient: erit hæc recta meri-
diana.

Fila ipsa erunt in plano meridiani; singula
enim ad zenith, & ad centrum terræ directæ
sunt; & utrumque est in plano ad mundi po-
los, ad loci zenith, & nadir directo (1116).
Itaque radius visivus, cui filum unum ab alte-
ro occultetur, in plano meridiani est, & cor-
pora omnia in horum filorum directione posita
sunt in plano meridiani. Hac itaque methodo
loci meridianus, & linea meridiana invenitur.

II. Ad australem lineæ hujus extremitatem
erige *gnomonem perpendicularem cylindricum*, &
exilem: erit hic in plano meridiani; quum ve-
ro ejus umbra in ipsam lineam meridianam ca-
det erit meridies; tunc enim centrum solis erit
in ipso plano meridiani.

Si a vertice gnomonis ducatur in meridianam
ad austrum productam *recta*, quæ cum plano
horizontali angulum faciat angulo altitudinis
poli æqualem, linea hæc utrinque producta e-
rit axi mundi parallelæ, cum quo in cælo ad
sensum confunderetur (1354); & in diurna so-
lis revolutione umbram jacet semper illi paral-
lelam, qua n. axis mundi jaceret: erit hic *gno-
mon horologii solaris horizontalis.*

III. Si plano verticali, ut parieti, infigatur

M 4.

vira

virga cylindrica ferrea lineæ obliquæ gnomonis supra memorati, seu axi quadrantis ad polum directi parallela; virgæ hujus umbra in solari revolutione easdem revolutiones subibit, quas axis ipse telluris: semper ad sensum erit, sicut axis ipse telluris, & mundi in plano meridianorum omnium, per quos successive sol transit. Poterit ergo virga hæc horas indicare in plano, cui infixæ est; sive hoc ad orientem, sive ad meridiem, sive ad occidentem vergat.

Quum non semper instrumenta astronomica præsto sint, quibus proposita methodo loci meridianus, & linea meridiana inveniatur; & quum linea hac semper indigeamus sive ad horologia corrigenda, sive ad cæli aspectus dignoscendos, alteram methodum, quæ instrumentis non indigeat, trademus.

1358. METHODUS II. Si planum, in quo meridiana linea ducenda est sit horologium solare marmoreum, aut metallicum, in illo describantur circuli concentrici duo, vel tres, & in communi centro stylus verticalis erigatur. Statuatur horologium horizontale; quam positionem libella obtinebis (*Math.* 532, 422)...

I. *Stylus verticalis* totus est in plano meridiani; ad zenith enim, & ad terræ centrum directus est. Ergo ejus umbra tota erit in plano meridiani: quum solis centrum sive æstate, sive hyeme in hoc plano erit; corporis umbra siquidem semper in plano est per punctum radians, & per corpus lucem intercipiens transeunte. Umbra *styli verticalis* meridiana longissima erit in solstitio hyemali, in quo sol minimam habet elevationem supra horizontem, brevissima in æstivo, in quo sol maxime elevatus est: quare hujus umbræ longitudo solstitiorum tempus proxime indicare potest.

II. *Styli hujus verticalis* umbra mane ad occidentem, vespere ad orientem dirigetur; & in solstitiis, in quibus sol ad sensum declinationem non

non mutat (1220), umbræ hæc mane, & vespere æquales erunt in æquali solis a meridiano distantia, seu in æquali solis supra horizontem utrinque elevatione. Si ergo in solstitiis, in æstivo, exempli gratia, seu pridie, aut postridie hora nona aut decima matutina, & tertia, aut secunda vespertina umbrarum longitudo notetur, facile meridiana linea quæsitæ invenietur, (Fig. 43)

Observetur enim mane umbræ semper decrecentis extremitas quum successive ad diversas peripherias concentricas pertingit, & notetur. Ita quoque vespere notentur puncta, in quibus umbra semper crescens ad easdem peripherias appellit. Tum arcus punctis duobus *aa*, *bb*, *cc*, umbrarum terminis interceptus bisariam secetur: linea *MS* a puncto divisionis ad styli pedem, commune omnium circulorum centrum, ducta, erit meridiana linea quæsitæ. Plures circuli non ducuntur, nisi ut de accurata operatione certiores simus.

III. Patet, si horis tribus, exempli gratia, ante meridiem styli *S* umbra pertingit in *a* ad occidentem, ejusdem styli umbram perventuram in *a* ad orientem hora tertia pomeridiana: in his duabus enim positionibus sol æque a meridiano distat, & æque supra horizontem attollitur. Quare medium *M* arcus *aMa* erit in plano meridiani, sicuti & stylus *S*: quum ergo horologium sit horizonti parallelum, linea *MS* erit meridiana.

1359. PROBLEMA III. *Altitudinem meridiana solis ingenti gnomone metiri.* (Fig. 46)

SOLUTIO I. Sit *AB* ingens gnomon plures hexapedas altus horizonti saltem ad boream perpendicularis. Sit quoque *BCD* linea meridiana horizontalis a gnomonis pede boream versus ducta. Sit *VZ* arcus meridiani, & *Z*, vel ægnomonis zenith.

I. Gnomon hic totus *AB* est in plano meri-

M 5

Idar

diani, & quum centrum solis S. erit in plano meridiani, gnomonis umbra in eodem plano erit, adeoque in linea B D.

Quum umbræ gnomonis extremitas difficile distinguatur, in summo gnomone collocetur lamina metallica plano meridiani perpendicularis, in qua sit foramen circulare diametro linearum aliquot; altitudo vero gnomonis ab hujus foraminis centro comparetur. Hoc foramine habebitur in meridie supra lineam meridianam B D circellus lucidus, cujus centrum erit gnomonis umbræ B C extremitas.

II. Instrumento accurate in gradus, minuta, & secunda diviso capiatur angulus ACB: tunc in triangulo ABC innotescet angulus B rectus, angulus C captus, & angulus A supplementum ad duos rectos.

III. Præcisa parallaxi, & refractione seorsim computandis, angulus ABC notus æqualis est opposito ad verticem VAZ; atqui hic est mensura distantie solis a zenith Z; ergo angulus æqualis, & notus BAC distantiam quoque solis a zenith Z, vel a metitur.

IV. Altitudo meridiana solis semper æqualis est gradibus 90, dempto arcu VZ zenith, & vero loco optico solis intercepto; noto ergo arcu VZ, seu angulo VAZ innotescet altitudo meridiana solis quæsitæ.

1360. SOLUTIO II. Problema quoque solvi potest ex ratione longitudinis umbræ horizontalis ad styli altitudinem hac analogia: longitudo umbræ B C est ad gnomonis altitudinem B A; ut sinus totus ad tangentem altitudinis solis supra horizontem. Tres primi termini notidant quartum, qui est ipsa meridiana solis altitudo.

Triangula CAB, CTH sunt similia, quum ambo fiant a linea horizontali, ab alia huic perpendiculari, & ab eodem radio solari CAST; ergo CB: AB:: CH: TH (*Matb.* 403). Eadem ratione B: AB:: CH: r H. In utraque proportio.

tione tres primi termini innotescunt, scilicet umbræ variabilis longitudo, constans gnomonis altitudo, & constans sinus totus (*Math.* 646): ex his quarta eruitur, variabilis scilicet tangentis longitudo. Tangens hæc ea ratione crescit, qua umbra breviatur; & reciproce; unde semper productum habetur æquale duorum constantium terminorum producto.

In tabulis quærat^r angulus tangentis inventæ: erit hic meridiana solis supra horizontem altitudo. Exemplum. Posito sinu toto partium 100000, sit tangens inventa 97586: invenietur hæc spectare ad angulum graduum 44, 18'; qui erit angulus solaris altitudinis, seu arcus meridiani sole, & horizonte interceptus. Si tabulis careas, angulum quære methodo præcedente.

Gnomonica.

1361. DEFINITIO. *Gnomonica* scientia est docens tempus dividere, & metiri ex umbra gnomonis axi telluris, & mundi paralleli, & æquatori perpendicularis. Innititur scientia hæc theoriæ umbræ semper ad partes oppositas cadentis corporis lucidi, & opaci radios interceptantis, a γνομων *stylus horas indicans.*

1362. EXPLICATIO: Sol quotidie percurrit seu percurrere videtur ab oriente in occidentem circulum æquatori ad sensum parallelum; & axi mundi perpendicularem. Axis hic ad sensum transit per centra circulorum omnium a sole singulis diebus descriptorum, quorum radii, etsi apparenter inæquales, omnes tamen sunt veluti infinite magni telluris radio comparari. Ex his certis, & notis principiis,

I. Quum circuli diurni cujuscunque perspheria in gradus 360 dividatur, & uniformiter a sole horis 24 percurratur, jam patet solem singulis horis percurrere hujus peripheriæ per adus 15.

276 *Theoria phænomenorum celestium.*
gradum unum minutis 4 ; minutum gradus tem-
poris secundis 4.

II. Si concipiatur axis mundi tamquam in-
gens cylindrus opacus ad duos polos cælestes ter-
minatus, & per centrum telluris transiens; pa-
tet, hunc cylindrum projecturum umbram ad
partes soli oppositas, sed in plano illius meri-
diani, in quo successive sol in diurna revolu-
tione reperitur. Umbra ergo cylindri hujus in-
definite producta singulis horis percurreret gradus
15 ; gradum unum minutis 4 in parte firma-
menti soli opposita.

III. Si tellus esset diaphana, axis opaci umbra
in ejus superficie percurreret singulis horis gradus
15, singulis minutis quatuor gradum unum; ut
in firmamento observavimus; superficies enim
telluris, & firmamenti sphaericæ superficies ad-
sensum concentricæ sunt. (1353)

IV. Quum telluris radius radio firmamenti
comparatus nullus sit (1354); si in telluris su-
perficie supponatur globus vitreus diametro unius
aut alterius pedis trajectus axe opaco axi tel-
luris, & mundi parallelus; parvi hujus axis um-
bra eadem in parvo suo globo divisiones faciet,
quas telluris, & mundi axis in telluris, & fir-
mamenti superficie: percurreret itaque, ut sol,
horis singulis gradus 15, minutis 4 gradum u-
num in globi superficie soli opposita.

V. Si in parvi hujus globi superficie incipien-
do a meridiano dividatur æquator per gradus 15,
& ab ejusdem globi polis ducuntur arcus ad sin-
gula divisionis puncta; axis globi erit stylus ho-
ras accurate indicans; & ejusdem globi pars in-
ferior in æquales partes divisa, & subdivisa erit
accuratissimum horologium solare.

VI. Si globi hujus immoti excipiantur umbræ
a suo axe in quamvis divisionem projectæ in
planum quodvis fixum: umbræ hæc extra globum
productæ, & lineis indefinitis in plano notatæ
horologium efficient horas indicans.

Theo

Theoria hæc, ut patet, *methodum generalem* præbet *horologia solaria* in plano quovis horizontali, verticali, æquinoctiali, declinante *describendis*. Tota difficultas est in directione ad polum visibilem axi tribuenda; hoc tamen facile fiet lineam meridianam in plano horizontali describendo, & axi inclinationem dando supra horizontem altitudini poli æqualem in plano meridiano (1357). Exempli causa, si polus visibilis attollatur gradus 46, 30' supra horizontem, debet axis globi in plano meridiani angulum efficere cum plano horizontali graduum 46, 30'.

Vlt. Si immoto axe globus tollatur, axis umbra eundem habebit motum, quem antea, & in quamvis objectam superficiem eodem modo projicietur. Satis erit igitur umbras has notare in superficiebus, in quas cadunt. Hinc orta horologia omnia solaria, & methodus ea describendi in quavis superficie opæ globi artificialis diametro unius, aut alterius pedis, in quo sit tantum æquator in æquales partes divisus, & axis axi telluris, & mundi parallelus.

1363. NOTA. Ex his principiis *peculiare horologium solare* construi potest a Kirkerio primum inventum; cujus tamen theoriam a Kirkeriana omnino diversam tradere pergimus. (Fig. 44)

k. In pariete soli adverso sume pro libito punctum A, supra quod ingentem laminam ferream attolle GBHD, cujus planum cum pariete angulum efficiat illi æqualem, quem cum eodem pariete efficeret telluris, & mundi axis. Dein in hac lamina duc ab austro ad boream lineam M.N., vel B D, vel G H, vel E F axi mundi parallelam (1357). Linea hæc, exempli gratia E F erit veluti totius horologii describendi directrix.

ll. Sit regula mobilis *mm'*, *nn'*, *rr* lamina ipsa longior, quæ cochleis laminæ affigi possit
jux.

juxta diversas directiones BD , MN , GH ; pro-
parietis aspectu aut ad orientem, aut ad meri-
diem, aut ad occidentem. Habeas horologium
solare accuratum; & die quovis sudo quum hoc
indicabit, exempli gratia, horam octavam ma-
tutinam, regulam mm ita in lamina dispone,
ut sit directrici EF parallela, & ejus extremi-
tates m , m in parietem umbram projiciant: hæc
in pariete dabit lineam rectam per punctum A
transeuntem.

Patet, solem hora octava matutina esse in me-
ridiano, cujus planum transit per punctum A
(1354); & toto anno centrum solis hora octa-
va matutina fore in eodem meridiano modo ad
majorem, modo ad minorem altitudinem. Qua-
re ducta in lamina linea mm regulæ parallela,
& ibi incisione facta secus hanc lineam mm da-
bitur luci aditus ad punctum A toto anno ho-
ra octava matutina. Hæc lucis semita recedet
a puncto A ad orientem quo magis sol ad me-
ridianum, & occidentem versus procedet.

III. Quum horologium meridiem indicabit,
regulæ mobilis extremitates in directione EF
in parietem projicient umbram EAF per A
transeuntem; quod punctum semper est in pla-
no meridiani. Quare ducta in lamina linea EF ,
& incisione in illa facta, lux illac transiens to-
to anno cadet in punctum A , & ante, & post
meridiem perget ad occidentem, & ad orien-
tem puncti A .

IV. Quum horologium solare indicabit horam
tertiam pomeridianam, statuetur regula mobilis
in rr , vel ss directrici EF parallela ita, ut
ejus extremitates umbram jaciant per punctum
 A transeuntem. Patet, solem hora tertia po-
meridiana esse in plano meridiani per punctum
 A transeunte; & incisionem rr , vel ss in la-
mina aditum luci daturam, quæ semper in pun-
ctum A cadet quum centrum solis ad eundem
meridianum appellet modo altius, modo inferius
hora tertia pomeridiana.

V.

V. Eodem modo reliquæ divisiones, & incisiones *nn*, *vv* in lamina fient; horis horologii solaris ducibus. Postea in superiori; & inferiori laminæ parte, in *mm*, *nn*, *FF*, *rr*, *ss*, *uv* scribentur horæ cujusque divisionis propriæ; & horarum puncta in lamina incidentur, ut a luce in pariete notari possint. Angelus, aut genius in pariete pictus; & sub lamina digito ad punctum *A* indicabit horam presentem; quam a ceteris distinguere faciet æque in umbram parietis a luce indicatis, omnibus tamen extra punctum *A* positis.



§. II.

FIGURA TELLURIS.

1364. ASSERTIO. **T**ellus est ad sensum spherica. (Fig. II.)

DEMONSTRATIO. I. Ab occidente in orientem; aut vicissim visum convertamus. Si tellus esset plana, idem astrum eodem instante oriretur; & occideret populis omnibus eandem superficiem incolentibus; punctum enim radians, cujus radii nullibi interceptantur, omnia eodem tempore superficiei planæ puncta illustrat. Atqui oppositum contingit; scimus enim solem citius Constantinopoli oriri, quam Parisiis; quum Parisiis meridies est, esse tantum horam undecima n in loco gradibus 15 magis occidentali; & esse horam primam pomeridianam in loco gradibus 15 magis orientali; atque ita de ceteris. (1362)

II. Tellus ab austro in boream inspecta, aut vicissim eandem exhibet figuram sphericam. Quo magis enim in meridiano a borea in austrum, aut vicissim progredimur, videmus polum, ad quem tendimus, attolli, & oppositum deprimi:
quod

280 *Theoria phenomenon celestium.*
quod sane non contingeret, si tellus non esset
ad sensum sphaerica.

III. In mari sphaericitas terrae apertissime pa-
ret. In quamcumque partem oceano navigetur,
procul aspiciuntur montium vertices, quo ap-
pellitur, antequam plana loca videantur; & il-
larum regionum incolae prius navium malos, &
vela vident, quam navim videant post aquarum
convexitatem adhuc latentem: quod sane non
contingeret, si tellus non esset ad sensum sphæ-
rica. Exempli causa, oculus in B nequit vide-
re objectum in K; nam inter B, & K est tu-
mor s telluris, aut aquae vetans ne radii a K
ferantur in B.

IV. Montes telluris sphaericitati non officiunt;
sive quia quid minimum sunt toti telluris su-
perficie, sive quia eorum altitudo telluris ra-
dio comparata quid minimum est. Altissimi e-
nim, qui & perpauci sunt, vix bis millesima
pars sunt terrestris semidiametri: & communis
montium altitudo vix est hujus diametri pars
decies millesima.

Ergo tellus ea figura donata est, quæ late
considerata a sphaerica ad sensum non est diver-
sa. Q. E. D.

1365. *NOTA.* Etsi tellus re ipsa ad polos
paulum compressa sit, ad æquatorem elata, ut
mox ostendemus; eam modo ut sphaericam con-
siderabimus, qualis nobis appareret, exempli
gratia, e luna, aut e quarta hujus distantiae par-
te inspecta. Mox quomodo hæc corrigenda sine
indicabimus.

Meridiani terrestris dimensiones.

1366. *PROBLEMA.* Meridiani terrestris am-
bitum metiri. (Fig. 11)

SOLUTIO. Sit MTN æquator cælestis: R,
V poli cælestes: R. N. V M meridianus cælestis
terrestri B. C. D. A dimetiendo analogus.

1. 06

I. Observationibus ubique terrarum habitis constat, corpora terrestria ubique ad terræ centrum gravitare; & gravitationis lineam ubique esse superficiei terrestri perpendicularem, & sensibili, atque astronomico puncti hujus, in quod cadit horizonti: lineam hanc in cælum productam designare zenith punctorum omnium terrestris superficiei: quæ zenith ubique a sensibili, & astronomico horizonte distant gradus 90. Ex his, quæ axiomatis instar habenda sunt, sequitur, hominis A zenith esse in M; hominis B in R; hominis C in N; hominis D in V; hominem C, si in K transeat, habiturum zenith in X; si in f transeat, habiturum zenith in R; atque ita porro, quocumque, & quaquaversum feratur.

II. Posita tellure sphaerica, meridiani terrestris A B C D, & caelestis M R N V sunt duo circuli concentrici, quorum arcus quivis $f k$, S X iisdem radiis T S, T X intercepti sunt similes. Si ergo arcus caelestis S X est unius gradus, & terrestris similis $f k$ erit unius gradus. Ergo si S X est $\frac{1}{360}$ meridiani caelestis, etiam $f k$ erit $\frac{1}{360}$ meridiani terrestris. Ergo si arcus $f k$ longus est exempli gratia, leucas 25; totus meridianus terrestris A B C D a longus erit leucas 25 X 360. Satis ergo est spatium $f k$ accurate metiri gradus unius terrestris meridiani duobus radiis interceptum, qui gradum unum comprehendunt caelestis meridiani.

III. Quum zenith eo magis ad polum accedat, quo magis in terrestri meridiano ab æquatore receditur; si a k in f transeam, meum zenith ab X in S transibit ex superius allato axioma. Sint igitur k , & f stationes duæ in eodem terrestri meridiano, puta Parisii, & Amianum, seu locus quivis Parisii australis, aut borealis sub eodem caelesti meridiano facile invenietur. (1357.)

Quadrante in gradus, minuta, & secunda accuratè

curate diviso (*Math.* 411), in k poli R altitudinem metior (1355): sit arcus RX , poli a zenith distantiae mensura, graduum 42. Ak in f supra eundem meridianum procedo ab austro in boream; & eodem instrumento in f altitudinem metior poli R . Sit arcus RS , poli a novo meo zenith distantia, graduum 41. Jam in triangulo STX arcus similes SX , fk sunt singuli unius gradus.

IV. Pertica, aut trigonometricè spatium fk metior utraque statione interceptum, quarum zenith gradum unum meridiani caelestis continent; & spatium inventum est $\frac{1}{360}$ meridiani $ABCD A$. Si mensura accurate capta est, si arcus caelestis SV accurate observatus, si terrae superficies est perfecte sphaerica; jam eadem certitudine totius meridiani terrestris ambitum obtinui; quum capta distantia sit ad amissim $\frac{1}{360}$ huius meridiani.

1367. *NOTA.* Hac methodo specie simplici, re ipsa difficultatibus aspera inventus est gradus meridiani Parisios inter, & Amianum hexapedarum ferme 57072; unde totus meridianus erueretur hexapedarum 57072 \times 360; seu 20545920 quae leucas communes Gallicas 8984 proxime efficiunt.

Dixi *hexapedas ferme 57072*; idem enim meridiani gradus Parisios inter, & Amianum subinde a celeberrimis astronomis, & geometris captus non easdem prorsus mensuras exhibuit. Per Picardum arcus kf Parisios inter, & Amianum est hexapedarum 57060; per Maupertuisium, qui ex parte Picardi mensuris stetit, est hexapedarum 57183; per Cassinum arcus medius gradus unius meridiani in Gallia est hexapedarum 57061. Lalandius in egregio suo opere astronomico gradum hunc inter Parisios, & Amianum statuit hexapedarum 57072. Hanc mensuram sequimur.

Ne:

Nē mireris, aliquam in hisce mensuris exiguam diversitatem inveniri. Nemo enim ignorat, mensuras geometricas physicis mensuris inniti, in quibus omnimoda præcisio non est speranda. Exempli causa: si homines decem, aut duodecim spatium hexapedarum 40, aut 50 in plano vel maxime æquabili seorsim dimetiantur, semper eorum mensuræ vel accuratissime capte nonnullarum linearum discrimen offerent. Minimæ hæc diversitates in ingenti spatio iteratæ tandem nonnullarum hexapedarum discrimen offerent; attamen re ipsa mensuræ æquales censendæ sunt. Ad inevitabiles hos errores corrigendos mensuræ sumitur inter maximas, & minimas media; ut certe hic a Lalandio factum fuit.

Graduum meridiani terrestris inæqualitas.

1368. OBSERVATIO. *Gradus meridiani terrestris* non sunt ubique æquales. Ab æquatore ad polos sensim sine sensu longiores sunt. Probat hoc, quod mox ostendemus, tellurem, etsi ad sensum sphaericam, tamen ad polos paulum depressam, ad æquatorem paulum elatam esse.

Sex terrestri meridiani gradus celeberrimi nostræ ætatis astronomi geometricè dimensæ sunt. Subiicio ex Lalandio graduum horum mensuras, loca, altitudines, & illustrium mensorum nomina.

I. In Peruvia inter Cotchesqui, & Tarqui mensi sunt Bouguerius, & Condaminus: Eorum speculæ, quarum altera erat sub ipso æquatore, & latitudine carens, spatium hexapedarum 176950, seu leucarum ferme 80 continebat in eodem terrestri meridiano. Primus gradus ab ipso æquatore polum australem versus inventus est hexapedarum 56750.

II. Ad promontorium bonæ spei ultra æqua-

to.

torem, inter promontorium, & Klipfonteyn, in australi latitudine graduum 33, 18' mensus est Caillius. Extrémæ stationes spatium comprehendebant hexapedarum 69669 in eodem terrestri meridiano. Ibi meridiani gradus inventus est hexapedarum 57037.

III. In Italia Romam inter, & Ariminum in boreali latitudine graduum 43 mensi sunt Patres Boscovikius, & Maire. Ibi gradus meridiani inventus est hexapedarum 56979.

IV. In Gallia australi in latitudine graduum 45 mensi sunt Caillius, & Thurrius: ibi gradus meridiani terrestris est hexapedarum 57028.

V. In Gallia boreali Parisios inter, & Amianum in latitudine graduum 49, 23' mensi sunt Picardus, Maupertuisius, &c. Ibi gradus meridiani terrestris est hexapedarum 57072 (1367).

VI. In Laponia sub circulo polaris inter Torneam, & Kittis in latitudine graduum 66, 20' mensi sunt Maupertuisius, Clerautius, Cammus, Monnierius, & Celsius astronomiae professor Upsalæ. Ibi gradus inventus est hexapedarum 57422.

Mensuræ hæ omnium, quæ haberi possint accuratissimæ, quum & a peritissimis viris, & exquisitissimis instrumentis, & ea ætate captæ sint, quæ astronomia ad summum perfectionis apicem erecta est, consentiunt omnes in gradibus meridiani terrestris ab æquatore ad polos majoribus ostendendis. Hæ ipsæ mensuræ postquam publici juris factæ fuerunt ad rigidam trutinam revocatæ sunt. Postquam vero ab Eulero, a Lalandio, a pluribus aliis summis geometris invicem comparatæ fuerunt, exiguis nonnullis correctionibus castigatæ fuerunt, quibus primis mensuris a celeberrimis viris captis hexapædæ nonnullæ additæ, aut demptæ sunt.

Latitudo, & longitudo terrestres.

1369. PROBLEMA I. *Loci terrestris latitudinem invenire (Fig. 11.).*

SOLUTIO. *Latitudo loci terrestris*, puta Londini, aut Parisiorum, est arcus meridiani æquatoris, & zenith loci interceptus. Sit ergo f locus, cujus latitudo quaeritur in meridiano GSH , cujus horizon est GTH .

I. Quadrante accurate in minuta, & secunda diviso (*Math.* 421), in f metior distantiam zenith S a polo R (1335). sit hæc distantia R, S graduum 42. Quum polus ubique ab æquatore distet gradus 90; jam arcus R, S graduum 48 est complementum arcus SN , qui erit graduum 48.

II. Anguli STN , fTC sunt æquales, quum sint idem angulus: ergo arcus SN , vel fC summi promiscue possunt ut huius anguli mensura. Quum ergo arcus SN sit graduum 48, etiam fC erit graduum 48. Quum ergo zenith S distet ad boream gradibus 48 ab æquatore cælesti N ; locus f , qui eandem habet latitudinem, quam suum zenith, distabit quoque ad boream ab æquatore terrestri C gradibus 48; ergo loci, seu puncti f latitudo inventa. Alibi speculativam, & genericam problematis huius solutionem tradidimus, supposito noto polo cælesti (1149).

Jam intelligis, iisdem peractis locorum omnium latitudinem tum absolutam tum relativam inventum iri, quæ facile in tabulas geographicas transferetur.

1370. PROBLEMA II. *Inter duo loca terrestria differentiam longitudinis invenire (fig. 45).*

SOLUTIO. *Longitudo loci terrestris*, puta Parisiorum, aut Constantinopoleos, est arcus æquatoris, seu circuli illi paralleli interceptus meridiano per insulam Ferri transeunte, & meridiano loci, cujus quaeritur longitudo. Arcus
hic

hic innotescit ope eclipsium lunæ, seu adhuc aptius ope fere quotidianarum eclipsium primi satellitis Jovis (1199). Rem explico :

Sit *A B C* pars terrestris superficiæ, in qua tres sint urbes *A, B, C* prima magis occidentalis, duæ reliquæ magis orientales. Sit urbs *B* in ipsa insula Ferri, ubi primum meridianum, & æquatoris initium ponimus, ab hoc primo meridiano gradus longitudinis in æquatore numerando, vel in circulo huic parallelo, ab occidente in orientem (1146).

I. Sol motu suo diurno seu vero, five apparente uniformi per omnes meridianos transit horis 24; & meridiem efficit sub eo meridiano, in quo invenitur. Ergo quum centrum solis est in meridiano Constantinopoleos, ibi meridiem efficit; dum Parisiis non nisi multo tempore post meridies erit, quum scilicet sol in Parisiensi meridiano versabitur.

II. Si æquator, & circuli omnes illi paralleli in æquales partes a totidem meridianis divisi supponantur, quot sunt illorum gradus, tellus, & cælum a polo ad polum dividuntur a meridianis 360, quos sol uniformiter percurrit horis 24: percurrit ergo sol meridianos 15, seu gradus 15 æquatoris, & cujusque paralleli singulis horis. Quum ergo Parisiis meridies est, sub meridiano gradibus 15 magis orientali est jam hora prima pomeridiana; & sub meridiano gradibus 15 magis occidentali est tantum hora undecima matutina. Ergo horologium ad meridianum Parisiensem accommodatum hora una differt ab horologio accommodato ad meridianum loci gradibus 15 magis orientalis, aut occidentalis; atque ita de reliquis.

III. Sint modo urbes duæ *A, & C* altera magis ad orientem, altera magis ad occidentem, in eadem, aut diversa latitudine, in quibus astronomi duo eandem ejusdem satellitis Jovis eclipsim observent, *Satelles L* circa plane-

ne.

netam primum I revolutionem suam faciens immergitur umbræ I L sui planetæ; nec lucere incipit, nisi quum emergit. Emerfio hæc eodem instanti videtur ab utroque observatore in A, & in C; & longitudinem indicat inter has duas urbes.

Supponamus enim, emerfionem hanc contingere eo momento, quo in A pendulum ad meridianum loci accommodatum horam indicat noctis duodecimam, & quo in B alterum horologium ad loci meridianum accommodatum horam indicat secundam matutinam. Patet, urbes has longitudine differre iis gradibus, quos sol horis duabus percurrit; atqui sol horis duabus percurrit æquatoris, seu paralleli gradus 30; ergo urbes A, B longitudine differunt gradibus 30.

IV. Ponamus, tertium astronomum eandem eclipsim observare in media insula Ferri B, ubi a nobis statuitur primus meridianus; & hanc satellitis L emerfionem fieri, quum horologium ad loci meridianum accommodatum indicat horam undecimam vespertinam; patet, insulam Ferri B longitudine differre gradibus 15 ab urbibus A, & C; & longitudes numerare incipiendo a B, ubi longitudo nulla est, urbis C longitudinem fore graduum 15, urbis A graduum 345.

Hac methodo absoluta, & relativa locorum terrestrium longitudo obtinetur, ut in tabulis geographicis notatur. Loco eclipsium satellitum uti possumus eodem modo eclipsibus lunæ. In his ipsum instans initii, aut finis eclipseos, ipsum instans immersionis, aut emerfionis sedulo adnotandum est, & hoc instans horæ a fidei horologio indicatæ comparandum. Si hora indicata eadem sit in B, & in V; urbes hæ eandem habent longitudinem. Si hora a duobus horologiis indicata in C, & D diversa est; urbes

urbes hæ longitudine differunt ea ratione, quam horæ observationis indicant.

1371. *NOTA.* Ad *longitudines in mari* obtinendas duo difficillima requirerentur, *horologium exactum*, cujus navis motus vibrationes non perturbaret; & quadrans circuli, quo accurate loci, in quo maris est, meridianus innotesceret, navis agitatione observationem non impediante.

Patet, ex dictis problemate præcedente, horologium semel ad meridianum loci accommodatum, cujus longitudo nota sit, puta portus Brivatum, indicaturum horam primam, quum sol transiret per meridianum navis jam progressæ gradibus 15 ad occidentem: horam tertiam, quum sol transiret per meridianum navis jam gradibus 45 ad occidentem distantis: deinde horam secundam quum sol transiret per meridianum navis Brivatos versus ad orientem gradibus 15 regressæ; atque ita porro.

Celebris artifex in Anglia postremis hisce temporibus hujusmodi horologio constructo summam laudem sibi comparavit, cujus automatis ope longitudines in mari ita accurate captae sunt, ut latitudines, ea scilicet certitudine, quæ satis est ad tuto navigandum.

Polorum depressio.

1372. *OBSERVATIO.* Ante sæculum decimum septimum tellus putabatur perfecte sphaerica, cujus semidiametri omnes æquales essent, cujus meridiani omnes circuli essent æquatori æquales. In hac hypothese quilibet meridiani gradus spatium æquale, æqualem leucarum, hexapedarum, & pedum numerum continebat.

Illustris Cassinus quum celebrem Galliæ lineam meridianam definivisset, & omnes arcus dimensus esset meridiani Parisiensis, Dunikerka
Cau.

Caulcoliberim usque in Ruxinensis Comitatus finibus, palam fecit, ex mensuris a se captis gradus terrestres meridiani inæquales esse, eosque a meridie in boream breviores fieri; unde telluri figura ellipsodis oriebatur ad polos producta, ad æquatorem depresso.

Newtoni, & Hugenii theoria virium centrifugarum (255); gravitas a Richero inventa minor sub æquatore, quam inde procul (251), Cassini sententiæ adversabantur. Adhuc sub iudice lis erat.

Ut itaque *telluris figura* certo definiretur potentissimus Gallix Rex magnis sumptibus annis 1735, & 1736 Gallos Academicos misit, alios in Peruviam, alios in Laponiam, ut illi sub æquatore, hi sub circulo polari meridiani terrestres gradum metirentur. Aliquanto post celebris Caillius ad id ipsum peragendum missus est ad promontorium Bonæ spei ultra æquatorem. Ita accuratissimam habuimus geometricam mensuram gradus unius terrestres meridiani ultra æquatorem, sub æquatote, in Gallia, sub circulo polari (1368): omnes vero hæ geometricæ mensuræ probant, gradus meridiani terrestres ab æquatore ad polos longiores esse, non breviores, ut Cassinus enunciaverat. Quis non falli se posse putet, quum & magnus Cassinus falsus fuerit?

1373. ASSERTIO. *Tellus etsi ad sensum spherica, re ipsa sphaeroides est aliquantum ad polos depresso, ad æquatorem elevato.*

DEMONSTRATIO. Tria certa principia assertionem probant: *Telluris revolutio diurna* circa suum axem, *imminutio gravitatis*, quo magis a polis ad æquatorem accedimus, & *major graduum longitudo*, quo magis ab æquatore ad polos procedimus. Tria hæc singillatim expendemus.

PRINCIPIUM I. Certum est, tellurem quotidie circa suum axem converti (1341). Ergo
Phy. Tom. IV. N omne s

omnes telluris partes circulos æquatori parallelos circa axem describunt: corpora sub æquatore majores circulos describunt, majori velocitate feruntur, majorem obtinent vim centrifugam, & majorem absolutæ gravitatis partem amittunt, quam corpora polis propinquiora. Nequeunt ergo corpora sub æquatore sita corporibus ad polos sitis æquilibrari, quin tantundem volumine, & massa crescant, quantum gravitatis amittunt. Ut ergo inter maria æquinoctialia, & polaria æquilibrium detur, prima attolli, postrema deprimi debent (1295). Ergo maria polaria telluris centro æquinoctialibus propiora esse debent: Ergo tellus ad polos compressa esse debet, ad æquatorem elevata,

PRINCIPIUM II. Observationibus ubique habitis constat, ejusdem corporis gravitatem majorem esse ad polos, quam in Gallia, majorem in Gallia, quam sub æquatore (251, 1417): constat vero, corporum gravitatem esse in ratione duplicata inversa distantie a sui motus centro (1272). Ergo quum gravitas corporum major sit ad polos, quam sub æquatore, & prope æquatorem; poli minus æquatore a terræ centro distare debent: ergo tellus, etsi ad sensum sphaerica, esse debet sphaeroides paulum ad æquatorem elevatus, ad polos depressus.

PRINCIPIUM III. Si tellus esset perfecte sphaerica, meridianus terrestris æquatori æqualis esset, & omnes gradus extensione in utroque circulo æquales essent; in sphaera enim omnes circuli maximi sunt æquales. At astronomicis mensuris in Gallia, in Laponia, in Italia, ad æquatorem, & ultra æquatorem captis constat, *gradus meridiani terrestris breviores esse sub æquatore, quam ad polos, & ab æquatore ad polos successive longiores fieri* (1368). Ergo non modo tellus non est sphaerica, imo vero magis magisque curvitatem amittit, & ad tangentem accedit, quo magis ab æquatore distat;

stat; ut facile ostenditur solidissima, & simplicissima demonstratione (Fig. 8).

Sit ATE æquatoris elevati diameter: d TP polorum depressorum diameter: $MNOP$ peripheriæ meridiani terrestris portio; $ABCDEF$ sphaera telluri ad polos depressæ circumscripta: $Abcd$ arcus meridiani terrestris æquatore A , & polo boreali d interceptus. Meminisse hic oportet, quod certissimum est, lineam gravitationis corporum terrestrium esse ubique horizonti & tangenti superficiæ terrestris, per quam transit, perpendicularem.

I. Igitur si homo in superficie terrestri planum, seu tangentem RAS leucarum 100, aut 1000 percurreret, zenith ad sensum non mutaret; quum enim linea gravitationis semper sit puncto, in quo homo est, perpendicularis, indefinite producta in cælum semper ad sensum ad idem punctum M pertingeret; in triangulo enim MRS basis RS lateribus SM , RM comparata nulla est.

II. Hinc sequitur hominis in meridiano terrestri progredientis zenith eo citius, & sensibilibus mutari, quo superficies, per quam incedit, magis a tangente recedit; & reciproce eo minus zenith mutari, quo minus hæc superficies a tangente recedit.

III. Sequitur quoque, si tellus esset prorsus sphaerica, zenith mutationem semper fore spatii in tellure percursu proportionalem. Quum enim in sphaera semper tangens sit radio perpendicularis, zenith semper esset in radio producto. Quare si tellus esset ab austro in boream sphaerica, ut $ABCD$, homo in A , in B , in C , in D æqualia spatia percurrens æque distantia zenith haberet M , N , O , P .

IV. Sequitur tandem, si tellus ad polos depressa est, zenith mutationem ab austro ad boream super eundem meridianum procedendo non fore spatii in tellure percursu proportionalem.

Sint enim in cœlesti meridiano $MNOP$ zenith quatuor singula gradibus 30 invicem distantia. Procedendo ab æquatore terrestri A , in superficie sphærica percurrendum esset spatium AB , ut haberetur alterum zenith N positum in summo radio TBN ; & spatium $BC = AB$, & spatium $CD = AB$, ut alia zenith O , P haberentur posita in summis radiis TCO , TDP . At in superficie curva magis a sphæræ tangente remota percurrendum dumtaxat erit spatium Ab , ut novum zenith N habeatur, positum in linea gravitationis mbN perpendiculari tangenti ad punctum b : deinde spatium majus bc percurrendum erit, ut alterum zenith O habeatur, positum in linea gravitationis ncO perpendiculari tangenti ad punctum c ; tandem percurrendum erit spatium adhuc majus cd , ut habeatur zenith seu polus cœlestis P , positum in perpendiculari tangenti poli terrestris d .

Ex eadem theoria facile intelliges quid continget homini totum meridianum obeunti, qui sit curva ad polos d , p depressa. Hic ab æquatore A per eundem meridianum $Abcd$ pergit ad alterutrum polum, puta ad borealem P . Ut graduum unum ab æquatore hunc polum versus procedat satis est, si percurrat hexapedas 56750; deinde hexapedæ aliquæ supra 56750 illi percurrendæ sunt, ut alterum gradum percurrat (1368). Quum Parisios advenerit, hexapedas 57072 percurrat oportet, ut ejus zenith gradu uno fiat polo propinquius. Tandem sub circulo polari, ut ejus zenith gradu uno fiat polo propinquius, hexapedas percurrat oportet 57422.

V. Si ergo tellus esset sphæroides ad æquatorem dT depressus, & ad polos A , E , elongatus, oppositum contingeret homini ab æquatore ad polum per meridianum procedenti. Hic ab æquatore d profectus percurreret primo ingens spatium dc , ut zenith O haberet: deinde minus spatium cd ad zenith N assequendum;

tan-

tandem adhuc minus spatium bA , ut polum P zenith haberet. Tria hæc zenith eodem gradu numero invicem distantia supponuntur.

Ex tribus hisce principiis, quorum postremum ad rigidam demonstrationem sufficit, evidenter sequitur, tellurem non esse perfecte re ipsa sphaericam, sed sphæroidem paulum ad polos depressum, ad æquatorem elevatum. Q. E. D.

Recens auctor polorum depressionem negare ausus est, & Europæ Academias provocare, ut inanibus suis objectionibus responderent. Quodnam responsum obtinuit? quod Pyrrhónico superficie sphæricæ cum convexa cylindri circumscripti superficie æqualitatem in dubium revocanti dedit Archimedes. Nullum.

Nucleus gravitationis in tellure.

1374. COROLLARIUM. Ex nostra gravitatis theoria semper horizonti, & superficiei terrestris tangenti perpendicularis sequitur; in *hypothesi telluris sphaerica corpora omnia ad ipsum telluris centrum gravitare directionibus* AT , BT , CT , DT ; at si tellus sphaericides sit ad polos depressus, ad æquatorem elevatus, corpora terrestria non ad ipsum telluris centrum, sed ad diversa axis terrestris puncta paulum a centro T distantia gravitare (Fig. 8).

EXPLICATIO. Corpus in A gravitat in T : corpus in b gravitat in m : corpus in c gravitat in n : corpus in d gravitat in T : corpus in h gravitat in m : corpus in k gravitat in v . Lineæ hæc omnes gravitationis circa terræ centrum sese intersecant, & puncta omnia intersectionis circa centrum terræ nuclei $Tmrv/n$ speciem efficiunt, qui est veluti gravitationis corporum centrum commune. Alibi rei hujus causam physicam trademus (1420).

Quantitas intumescencia æquatoris.

1375. OBSERVATIO. Non ita facile æquatoris intumescencia accurate definitur, seu quantum æquatoris diameter ATE axem terrestrem ATp excedat. Telluris enim mensuræ ad circumulum polarem, in Gallia, in Italia, sub æquatore, & ultra æquatorem captæ, etsi omnes consentiant in æquatoris diametro majore quam axis telluris statuenda (1368), non tamen eandem ipsam æquatori intumescenciam concordem assignant (Fig. 8).

I. Ex mensuris ad circumulum polarem cum mensuris in Gallia captis comparatis diameter æquatoris inquit Maupertuisius, est ad axem terrestrem ferme ut 178 ad 177; fortasse ratio hæc paulo nimia est. Ex mensuris ad æquatorem & in Gallia captis simul comparatis, diameter æquatoris est ad axem terrestrem ferme ut 216 ad 215; ex mensuris ad promontorium Bonæ spei, ut 241 ad 240; ex Neutoni supputationibus, quæ has mensuras præcesserunt, ut 230 ad 229. Telluris figuræ ex diversis hisce mensuris exortæ adeo parum dissentiunt, ut potius earum concordiam mirari liceat, quam majorem similitudinem postulare.

Eulerus geometra summus hisce mensuris rite perpenſis, & cuique minimis erroribus appositis ad illas conciliandas, statuit eam inter æquatoris diametrum, & axem terrestrem rationem, quam Neutonus posuerat, 230 ad 229; neque tellus figuram admodum diversam habere posse videtur.

II. Posita accurata hac postrema ratione, & posita æquatoris diametro leucarum 3000, habebitur analogia: æquatoris diameter est ad axem, ut 230 ad 229; seu $230:229::3000:x=2987$ ferme. Unde æquatoris diameter axe terrestri leucis ferme 13 longior eruetur; adeoque maria

ria sub æquatore leucis sex aut septem magis , quam ad polos elata sunt , seu a terræ centro magis distant.

III. Scire cupiet lector quibus principiis ratio hæc inter æquatoris diametrum , & axem telluris inveniatur . Hæc & ab experimentis gravitatis corporum , & a theoria virium centrifugarum descendit.

EXPLICATIO I. Experimentis in corporum gravitate ubique captis constat , corporum gravitatem ab æquatore ad polos crescere (251) ; & pedis cubici aquæ , exempli gratia , gravitatem sub æquatore esse ad ejusdem gravitatem sub polis ferme ut 200 ad 201 ; ut alibi indicavimus (252).

Supposito ergo orbe nostro initio fluido , columnæ aqueæ sub æquatore eo altiores esse debuerunt , quo minus graves erant : secus aquæ æquatoris leviores gravioribus ad polum æquilibratæ non fuissent (502 , IV.). Ergo harum columnarum a telluris centro ad superficiem sub æquatore altitudo ad columnarum sub polis altitudinem esse debuit ut 201 ad 200 . Columnarum sub æquatore altitudo fuerit leucarum 1500 : habebitur analogia : 1500 : x :: 201 : 200 . Invenietur x , radius ad polos , ad radium æquatoris comparatus ferme leucarum 1492 $\frac{1}{2}$: quæcumque sit harum leucarum longitudo . Erit ergo radius æquatoris ad radium ad polos ut 1500 ad 1492 $\frac{1}{2}$; & differentia est leucarum ferme 7 , aut 8 .

Supposita jam tellure primitus fluida , aut molli , & ejus partibus omnibus circa commune centrum collectis juxta leges hydrostaticæ (652) ex mutua earum attractione ; supponamus modo , ejus intima sensim obduruisse juxta leges crystallizationis (120) : eadem perseverabit analogia : & maria stratis solidis imposita concentricis ad æquatorem , & ad polos eam altitudinem obtinebunt , quam in hypothese fluida-

ditatis obtinebant. Erit ergo marium ad æquatorum, & ad polos altitudo, ut 201 ad 200, vel ut 1500 ad 1492 $\frac{1}{2}$.

EXPLICATIO II. Telluris figura, & polorum depressio proxime erui potest ex theoria virium centrifugarum, quæ eo magis cujusque elementi gravitatem minuunt, quo in majoribus circulis circa axem terræ hæc elementa rotantur (1295). Qui hac theoria depressionem definire velit, Neutoni opera consulat, aut institutiones Neutonianas Sigorgnii a pagina 243 ad 280.

Telluris dimensiones.

1376. OBSERVATIO. Quoniam radius TE major est radio Td; jam radius TV ad mediam ferme æquatoris, & poli distantiam, minor erit primo, major postremo; & magnitudine ferme inter utrumque medius erit. (Fig. 8)

I. Si radius TV circa se convertitur in plano meridiani, circulum XXYZ describet, qui ultra meridianum ad polos extendetur, & ultra quem meridianus terrestris extendetur sub æquatore: qui tamen totus sumptus meridiano terrestris A d E p A ferme æqualis erit. Sumi ergo potest radius TV ut medius telluris radius; est vero hic radius telluris in Gallia, & in latitudine quavis Galliæ latitudini æquali.

II. Quoniam in Gallia radius terrestris est medius inter radios polorum, & æquatoris; tellus tota simul sumpta cenferi potest sphaera, cujus radius esset radius terrestris in Gallia. At qui sphaera hujus radii meridianum haberet ambitu leucarum communium ferme 8984 (1367); ergo meridiani terrestris quoque ad æquatorem elati, ad polos depressi ambitus est ferme leucarum communium 8984.

III. Quum æquatoris radius TE longior sit leucis ferme septem radio Td polorum (1375);

a n

jam radius TE major erit radio medio TV leucis ferme $3\frac{1}{2}$. Ergo meridiani terrestris ambitus erit ad æquatoris ambitum proxime, ut peripheria descripta a radio TV ad peripheriam descriptam ab eodem radio producto per leucas $3\frac{1}{2}$. (*Math.* 755)

1377. COROLLARIUM. *Radius terrestris in Gallia est leucarum ferme 1430.*

DEMONSTRATIO. I. Convertatur radius terrestris Parisiorum circa centrum terræ in meridiano Parisiensi: describet circulum meridiano cælesti concentricum, & hujus circuli gradus unus ad sensum confundetur ad borealem Parisiorum plagam cum arcu terrestri, cujus mensura capta fuit Parisios inter, & Amianum (1368). Atqui hic arcus unius gradus ibi dimensus dat peripheriam hexapedarum ferme 20545920 (1367); ergo radius terrestris Parisiorum eandem quoque daret peripheriam. (1366)

II. Nota circuli peripheria, ejus radius quam proxime invenitur (*Math.* 479) Metii ratione sumpta peripheriæ ad diametrum. Habebitur ergo analogia, cujus quartus terminus erit duplus radius Parisiorum $355 : 113 :: 20545920 : x = 6539969$ hexapedis. Est ergo Parisiis terrestris radius hexapedarum ferme 3269985, seu pedum regiorum 19619910, seu leucarum communium 1430, demptis hexapedis tribus.

III. Telluris radius ad polos tribus, aut quatuor leucis minor est (1375); totidem ad æquatorem major. Posita æquatoris diametro leucarum communium 2867, invenies ex Metio æquatoris ambitum esse ferme leucarum 9000 hac analogia: $113 : 355 :: 2867 : x = 9000 + \frac{1}{3}$. Est ergo ambitus æquatoris terrestris major ambitu meridiani leucis Gallicis communibus ferme 16. (1367)

IV. Posita telluris superficie æquali superfici sphaeræ, cujus radius esset leucarum 1430 (est hic medius telluris radius); invenietur e-

298 *Theoria phaenomenorum caelestium.*

jus superficies in leucis, hexapedis, & pedibus quadratis, ut alibi descripsimus 496); imo si lubet & ejus soliditas, quæ est productum superficie in tertiam partem radii. (*Math.* 754)

V. Telluris radius medius erit ferme leucarum 1500, si leuca supponatur continere hexapedas 2180: erit hæc hexapedis 107 communi brevior, quæ hexapedas habet 2287. Ita aliquando supputationes simpliciores fiunt quum de corporum caelestium distantia, aut magnitudine sermo est. (1187)



§. III.

[AXIS TERRESTRIS POSITIO, ET DIRECTIO.]

1378. OBSERVATIO. SÆpius in hoc tractatu ostendimus (*Fig.* 6)

I. Tellurem quotidie circa axem pTm converti ab occidente in orientem; & hunc axem in cælum productum polos caelestes P , M definire, circa quos totum cælum quotidie directione telluris revolutioni opposita converti videtur.

II. Axem mundi PTM ex motu retrogrado æquatoris terrestris circa alium axem dTe in cælo annis 25740 describere duplicem circulum $PQRSP$, $MNOKM$ diametro graduum ferme 47. (1327)

III. Hunc axem mundi PTM , vel RTO diversa in cælo puncta successive respicere, dum semper æquatori caelesti, & terrestri perpendicularis perseverat, qui eisdem motus veros, aut apparentes habet, quos hic telluris, & mundi axis.

IV. Conicam axis terrestris revolutionem $Tpqr/p$, $Tmnokm$ in plano eclipticæ hujus axis inclinationem ad eclipticam ad sensum sal-

te ..

tem non mutare; hic axis enim in conica sua revolutione ab oriente in occidentem in antecedentia signorum semper ad sensum angulum facit PTG , vel RTF gradum ferme 66, 52 cum plano immoto eclipticæ FTG .

His positis, quæritur num diurnæ telluris revolutiones semper fiant circa eadem puncta terrestria pTm ; & num axis pTm sit semper eclipticæ plano æque inclinatus. Horum problematum solutione, qualiscumque dari potest, articulum concludemus.

Polorum terrestrium immutabilitas.

1379. ASSERTIO. *Telluris poli in diurna revolutione semper eadem terrestria puncta esse videntur.* (Fig. 6)

EXPLICATIO. I. Convertatur modo tellus circa puncta p , m , quæ erunt ejus poli sintque hi urbes duæ, vel alia duo quævis insignia obiecta. Nulla innotescit in natura causa, qua tellus cogatur polos hos in alia puncta duo diversa mutare; ergo semper circa eosdem polos converti debet juxta motus primitus impressi, nec mutati exigentiam. (307.)

II. Si tellus modo circa duas urbes, seu puncta duo p , m , modo circa duo alia r , o converteretur; jam regiones A , & b , quæ sunt sub æquatore dum revolutiones fiunt circa p , & m , non amplius sub æquatore essent quum revolutiones fierent circa alia puncta r , & o . Quæ regiones in primo casu sunt sub eodem meridiano, non amplius sub illo essent in secundo. At ab observationibus, & ab historia constat, urbes, & regiones eam ad polos positionem per hos dies obtinere, quam Hyparchi, & Ptolemæi temporibus obtinebant: ergo poli terrestres iidem nunc sunt, qui tunc erant; ergo & æquator idem est.

III. Alii diximus, puncta polaria p , m mo-

eu n retrogradum habere circa polos eclipticæ ; at motus hic retrogradus non obest , quominus diurnæ revolutiones circa eadem puncta fiant p , m axis terrestris extrema , circa quæ primitus telluri rotationis motus impressus fuit . Axis hic ad diversa cæli puncta deflecti potest ex causa physica constante (1329) , quin esse desinat commune centrum diurnarum telluris revolutionum . Quare puncta p , & m sunt , & erunt telluris poli , ad quodvis cæli punctum R , & O dirigantur ; & si punctum p , exempli gratia , sit urbs hæc , erit semper boreale axis terrestris extremum in p , q , r , s in revolutione sua eclipticæ parallela annis 25740 .

IV. Identidem tellus exiguan aliquam subire potest centri gravitatis mutationem , ut alibi innuimus (510) ; at hæ mutationes axem terrestrum ad sensum non immutant . Sive enim centrum gravitatis perseveret in T , sive aliquot hexapedis extra punctum T feratur , diurnæ partium terrestris revolutiones semper primigeniam directionem servant , & semper sunt aut circa axem pTm , aut circa axem huic omnino proximum , & parallelum .

1380. OBJECTIO . Picardus celebris astronomus Gallus anno 1671 meridianam lineam duxit in diruta specula Tychonis Uraniburgi ; & summa admiratione vidit , lineam a se ductam a Tychonis linea meridiana differre minutis 18 . Ergo a Tychone ad Picardum sæculi unius decursu poli mutationem subierunt minutorum 18 .

RESPONSIO . I. Chazellius geometrice , & astronomice pyramidis ægyptiæ maximæ positionem observavit , ut habemus in actis Academiæ scientiarum ad annum 1710 ; & ejus quatuor latera accurate ad quatuor puncta cardinalia conversa reperit . Quum hanc positionem temere , & casu pyramidi datam fuisse non sit putandum ; patet jamannis ferme 3000 telluris polos eosdem permanisse ,

II.

II. Insignis linea meridiana a celebri Cassinoin D. Petronii æde Bononiæ ducta anno 1655, per hos dies quoque meridiani positionem servat : ergo annis 117 poli telluris non sunt mutati.

III. Hinc colliges, aut Tychois lineam recte positam non fuisse; aut, quod verosimilius est, ejus speculam in parva insula maris Baltici sitam loci mutationem subiisse aut a soli mobilitate, aut ab aliquo terræ motu.

Obliquitas ecliptica.

1381. OBSERVATIO. Ecliptica est curva a tellure in annua sua circa solem revolutione descripta. Ejus planum indefinite productum æquatoris terrestris planum oblique secat; eorum vero communis sectio hoc anno 1770, juxta Lalandium, angulum efficit graduum 23, 28', 7'', 7'''. Quæritur num hæc obliquitas constans sit, an varia; & si varia, qua quantitate quotannis varia fiat. (*Fig. 6*)

Celebres astronomi nonnulli, inter quos Volfus, & Maupertuisius, quæstionem definire non ausi sunt, quæ ad hoc novas accuratissimas observationes per plura sæcula illis postulare videbatur. Illustri Lalandius astronomus æque doctissimus eam definit ex observationibus ab Hyparcho ad nostra usque tempora. Per hunc auctorem planum eclipticæ perpetuo accedit ad planum æquatoris: angulus ATF, vel BTF perpetuo minuitur, & quantitas media suæ diminutionis est ferme minuti unius quovis sæculo; quare annis ferme 140000 ecliptica æquatori congruet, & tellus universa perpetuo vere gaudebit saltem pluribus sæculis (1145, III.). Itaque tellus præter tres motus notos quantum haberet, quo ejus axis a borea in austrum, & vicissim converteretur annis ferme 2160000; nec propterea Laponia in zonam torridam transiret, ut nonnulli auctores asseruerunt; Laponia enim
sem-

302 *Theoria phenomenon celestium*.
semper esset in latitudine graduum supra 60.
(1279)

Causa hujus accessus planorum eclipticæ & æquatoris juxta Lalandium est actio planetarum, qui perpetuo planum æquatoris ad eclipticæ planum attractione insecunt.

I. Alibi ostendimus, non leves mutationes in eclipticæ obliquitate fieri posse (508); quarum causa ab allata admodum diversa est. Causa harum mutationum nullum periodicum effectum pareret; ea æque eclipticæ inclinationem augere, ac minuere posset.

II. Comparatis invicem observationibus ab Hyparcho ad nos usque, eclipticæ ad æquatorem aliquantulum accessisse videtur. At antiquis observationibus ea certitudine concessa, qua fortasse non gaudent, illæ difficile consentiunt in diminutione a Lalandio statuta minuti unius quovis sæculo; ut in sequenti tabula apparebit, in qua observationes annorum bis mille collectæ sunt. Hæc partim ex Volsio, partim ex Lalandio desumptæ est.

	Gradus, minuta, secunda, anni ante Christ.			
Pytheas	23	52	41	324
Erathostenes	23	51	20	230
Hyparchus	23	51	20	140
				anni æra Christ.
Ptolemæus	23	50	22	140
Papus ferme ut modo				340
Albategnius	23	35	0	880
Regiomontanus	23	30	0	1460
VValterus	23	30	0	1476
Copernicus	23	28	0	1525
Rotmannus & Brigius	23	30	0	1570
Tycho Brahe	23	31	30	1587
Keplerus	23	30	0	1627
Gassendus	23	31	0	1636
Ricciolius	23	30	20	1646
Cassinus	23	30	0	1672
De la Hire	23	29	0	
Novillius	23	28	0	1714
Condaminus	23	28	24	1736
Caillius	23	28	19	1750
Lalandus	23	28	7 7"	1770

III. Ex his observationibus annis 2094 planum eclipticæ ad planum æquatoris accesset minutis ferme 24, 34". Verum Ricciolius in sua astronomia reformatâ contendit, ex quatuor primis observationibus iterum correctis obliquitatem eclipticæ tunc temporis fuisse tantum graduum 23, 30'; & antiquos hosce astronomos. in suarum observationum, ceterum satis accuratarum confectariis deceptos fuisse. Gassendus Pythæ observatione Massiliæ factâ iterum repetita obliquitatem eclipticæ infert graduum 23, 31'. In hoc observationum, & sententiarum conspectu, illustris Lalandii sententia non impugnata, cum Volfio, & Maupertuisio rem hanc nondum satis certam esse arbitramur.

IV.

IV. Fieri ne potuit, ut eclipticæ obliquitas aliquando aucta, aliquando imminuta fuerit ex revolutionibus in terrestri globo, aut ex aliqua exigua mutatione centri gravitatis (516)? Opinio hæc admodum simplex discordes sententias omnes componeret.

Nutatio axis terrestris.

1382. OBSERVATIO. Vidimus axem telluris, & mundi revolutionem conicam facere circa axem eclipticæ in antecedentia signorum annis 25740; & hujus revolutionis præcipuam causam esse actionem lunæ in elevatum terrestrem æquatorem (1329). Hæc eadem actio lunæ aliud parvum edit phænomenon ad eclipticæ obliquitatem spectans, quod modo exponeamus. Ipsa exiguam regularem, & periodicam in axe terrestri nutationem parit, qua alternis ad eclipticæ polos accedit, & ab illis recedit; nec ab exposita eclipticæ obliquitate pendet. (Fig. 6)

I. Si axis telluris, & mundi P T M semper a polis eclipticæ æque distaret, annis 25740 describeret circulum PQRSP, nec unquam ab illo diverteret.

II. Verum observationibus constat, annis ferme 19 axem hunc P T M alternis ad eclipticæ polos accedere, & inde recedere: ita, ut obliquitas eclipticæ, quæcumque sit præsens hæc obliquitas, annis novem crescat, totidem decreseat, atque ita porro periodice. Differentia inter maximam, & minimam eclipticæ obliquitatem in hac periodo juxta Caillium est secundorum ferme 18. Maxima contingit quum nodus ascendens lunæ est in puncto æquinoctiali verno; minima, quum hic nodus est in puncto æquinoctiali autumnali.

III. Hinc sequitur, axem P T M præter motum diurnum, quo circa se rotatur, & annum

num , quo ingentem cylindrum circa solem quotannis describit , & retrogradum , quo circa polos eclipticae conos duos describit vertice oppositos ad terrae centrum , quartum quoque motum habere , quo conice circa se convertitur annis 19 , & quo non jam circulum PQR SP , sed circa diversa hujus peripheriae puncta plures epicyclos describit ad eclipticae polos alternis accedens , & inde recedens . Hic est motus periodicus *nutationis* , qui a nobis explicandus erat , & cujus arcus SP speciem exhibet .

Theoriam phaenomenorum sequitur theoria causarum ingenio simul , & phantasiae jucunda ,
Felix qui potuit rerum cognoscere causas .

306
ASTRONOMIÆ
SECTIO SECUNDA.

ASTRONOMIA PHYSICA, SIVE THEORIA
CAUSARUM, A QUIBUS CÆLESTIA
PHÆNOMENA PROCEDUNT.

Vetus, & recens systema pleni, & vorticum,
utrumque temperatum, fabulosum.

Vacuum immensum in natura datur, præser-
tim in spatiis cælestibus, ubi nulla habetur im-
pulsio.

Datur attractio reciproca, & universalis in
directa ratione massarum, & in duplicata in-
versa distantiarum. Ejus natura, & leges.

Hujus legis attractionis influxus in corporum
gravitatem, in motum curvilineum planetarum
& cometarum, & in maris æstum.

THEORIA CÆLI.
SECTIO SECUNDA.

ASTRONOMIA PHYSICA.

1383. DEFINITIO. *Astronomia physica* est
scientia causarum primigeniarum, quæ corpo-
rum cælestium motus pariunt, aut perpetuo ser-
vant. Causæ hæ primigeniæ, unde magna omnia
oriuntur phænomena in mundo planetario sunt
per Cartesium *impulsio in pleno*, per Neutonum
attractio in vacuo.

Diffi-

Difficile duo magis opposita systemata excogitari poterunt, in quibus unius falsitas alterius veritatem apertius trahat. Primum magno plausu, sed brevi invaluit. Præclarissima europæ ingenia illud a ruina incolumen servare omnibus viribus studuerunt, quæ illud trahunt simplicitatis, & verisimilitudinis defectus, & a phaenomenis difformitas; sed frustra. Alterius regnum minori plausu cœpit; sed tempus fabulis inimicum in dies, & in sæcula magis magisque sententias confirmat, quibus naturæ arcana deteguntur. Si aliquandiu inter duo hæc systemata docti viri divisi fuerunt, per hos dies nemo Cartesio faver, Neutronum omnes sequuntur.

Cartesius, & Neutronus in prima motus causa, in vero mundi systemate, in cælestibus phaenomenis omnino consentiunt. Ambo materiæ inertiam tribuunt, Deum motus omnis causam efficientem asserunt; solem, & stellas dicunt immobiles, aut minimo motu cieri volunt: tellurem planetam dicunt, qui per curvam ellipticam circa solem agitur dum quotidie circa suum axem ad sensum semper sibi parallelum convertitur, atque ita de ceteris. Quare magni hi duo viri Dei actionem ad motum necessariam statuantes, in modo, quo in phaenomena influit, tantum dissentiunt.

Per Cartesium Deus motum in corporibus cælestibus perpetuo non servat, nisi consequenter ad præsentiam, & impulsu materiæ cujusdam fluidæ, a qua impelluntur. Per Neutronum Deus motum perpetuo in corporibus cælestibus servat nulla materiæ fluidæ præsentia, impulsu nullo. Omnia plena sunt, inquit Cartesius & motus omnis ab impulsione oritur. Vacua dantur, æque immensa in spatiis cælestibus, inquit Neutronus; & motus corporum cælestium causa non impulsio est, sed attractio.

Hac sectione, quam in duos articulos tribuimus,

scilicet: quandoquidem stella quævis sol est nostro similis; & cuilibet ingenti hujus materiæ portioni motum indidit diversis directionibus circularem, aut ellipticum circa solem proximum. Hinc *ingentes vortices*, qui ipsi alios *secundarios vortices* includunt, ut quamprimum explicabimus. Idem motus initio materiæ æthereæ inditus, a Deo perpetuo restituitur, & conservatur; materia siquidem hæc æthereæ, juxta Cartesium, nullum invenit obstaculum, quo ejus motus interrumpatur, aut turbetur. (Fig. 59)

III. *Magni hi vortices* non omnes eadem directione circumaguntur. Exempli causa: dum noster vortex solaris revolutionem facit *in omni* ab occidente in orientem circa suum solem T; magni vortices stellarum propinquarum, qui illum premunt, & coercent, circumaguntur ab oriente in occidentem singuli circa suam stellam S directione *abca*; & dum magnus vortex IKL circumagitur ab austro ad boream in meridiano; magnus vortex V X Z circumagitur a borea in austrum. Ita eorum revolutiones sunt magis analogæ, & minus aptæ sese mutuo destruere. Eadem ratione magni stellarum remotiorum vortices simili ferme pacto dispositi esse debent inter superiores, & inferiores vortices, quos comprimunt, & a quibus comprimuntur; ita ut quivis magnus vortex intermedius circumagatur directione a superioris, & inferioris vorticis directione diversa. Ita rota dentata duabus aliis rotis dentatis inserta circumagitur directione diversa a directione rotarum, quas ipsa movet.

Quum postremum cujusque vorticis stratum nitatur semper fugere per tangentem juxta leges motus (303); quumque stratum hoc nullam propriam gravitatem habeat, quæ ejus motum inflectat; in hoc systemate alii, atque alii vortices in infinitum requiruntur, quibus inferiores vortices coerceantur. Hinc Cartesii mundus in-

Theoria phaenomenorum caelestium. 309
mus, plenum, & vacuum expendemus, tumat:
tractionistheoriam, quæque inde consequuntur.

ARTICULUS PRIMUS.

PLENUM, ET VACUUM DISCUTITUR.

Systema Cartesii.

1384. EXPLICATIO. **C**artesius tribus suis elementis excogitatis, ut alibi explicavimus, (163) ex materia ramosa solidos planetarum & cometarum globos efficit: materiam globulosam in circulum, aut ellipsim circa solem, & planetas rotari vult: materia subtili interstitia omnia duorum aliorum elementorum replet.

I. Omnia per Cartesium plena sunt ita, ut si hodie Deus cubicum materiæ pollicem creare vellet, illumque inter solem, & stellas propinquas collocare, omnes data proportionem mundi universi limites ulterius propellere deberet. Spatium immensum undequaque inter solem, & stellas diffusum plenum est materia globulosa, & subtili, quæ mixtæ fluidum efficiunt, quod *ætherem*, seu *materiam subtilem* vocat. Huic materiæ æthereæ, fluido huic cohæsiōne, & gravitate carenti innatant globi aliquot solidi, planetæ, & cometæ cum exiguis eorum atmosphæris. Per Cartesium globuli secundi elementi, qui præcipue ætherem efficiunt, sunt corpora infinita duritiæ prædita: per Malebranchium, & Privatum Moherium hi iidem globuli flexiles sunt, atque elastici, vorticilli sunt aliis vorticillis referti.

II. Deus initio temporum materiam ætheream, quæ mundum universum replet, in totidem ingentes portiones divisit, quot stellæ sunt, soles
sci-

310 *Theoria phaenomenorum caelestium.*
indefinitus, qui tandem infinitus est, & chimæ-
ricus. (*Math.* 439, 442)

IV. In nostro vortice solari dispositi sunt ad
diversas a sole distantias planetæ, & cometæ,
qui singuli proprium habent vorticem circa se
rotatum dum a magno solari vortice circumfer-
tur. Hinc *vortices secundarii*. Vortex planetæ
primarii alios minores vortices continere potest,
quorum rotationes fient intra vorticem planetæ
primarii. Hujusmodi est vortex telluris, qui
vorticem lunæ, & vortex Jovis, qui quatuor
suorum satellitum vortices continet.

V. Motus omnis per Cartesium impulsione in-
cipit, aut desinit, augetur, aut minuitur, hac
aut illa directione communicatur. Quare im-
pulsio omnium in natura motuum causa est.
Hinc necessitas *fluidi moventis* universum re-
plentis, quo planetæ, & cometæ circumferan-
tur, actio lucis ad oculum transmittatur, sit
inter omnes mundi partes medium communica-
tionis. Fluidum hoc movens est materia ætherea.

VI. Materia hæc vi sua impulsiva planetas
nostros vehit circa solem ab occidente in orien-
tem; neque hac eadem vi impulsiva cometas
quosdam retardat, qui directione illi opposita
ab oriente in occidentem feruntur. Idem juxta
Cartesium in aliis solaribus vorticibus contin-
gere debet respectu suorum planetarum, & co-
metarum.

VII. Materia hæc ætherea per Cartesianos
nullam ipsa gravitatem habet, nec ab alio ob-
tinet: quare ipsa, nullo tendit, neque in solem,
circa quem agitur, neque in corpora solida,
quæ circumvehit. Corpora solida, ut planetæ,
& cometæ, neque ipsa per se ullam gravitatem
habent; at materia ætherea sua impulsione mo-
tum illis imprimit ad quædam centra, qui mo-
tus est eorum gravitas. Quare materia ætherea
omni prorsus ipsa gravitate carens omnis in na-
tura gravitatis causa fit.

Ut

Ut motum hunc centralem corporis solidi in æthere Cartesiano concipiamus, sit globus bellicus ad altitudinem hexapedarum 30. Ibi ipse de se, & ex naturæ legibus non magis nititur descendere, quam ascendere. Verum materia ætherea circa terram revoluta eo velocius agitur, quo a terræ centro remotior est; quare pars hujus globi superior validiores inferiore impulsus subit: hic vero percussione excessus in superiori parte illum cogere debet, ut motu accelerato tendat illuc, ubi ictus semper languidiores sunt, minusque efficaces.

En brevibus verbis obsoletum jam vorticum systema, cujus vitia quamprimum singillatim indicabimus.

Systema Newtoni.

1385. EXPLICATIO. Omnia per Cartesium plena sunt: omnia ferme per Newtonum vacua sunt. In immenso spatio soli, & stellis interjecto alia materia non est, nisi qua constant sex planetæ primarii, secundarii, & cometæ nonnulli adhuc parum noti (1201). Deme pauca hæc corpora solida suis exiguis atmosphæris circumdata, deme radios nonnullos lucis hac illac diffusos, qui ob maximam divisionem ne considerari quidem debent, omnia in mundo nostro planetario vacua sunt. Quare in immenso spatio solem inter, & stellas plenum vacuo comparatum ferme infinite parvum est; verosimile vero est, rem eodem modo se habere in spatio stellis interjecto, quæ totidem soles sunt, unde lucem hauriunt alii planetæ, & cometæ circa illas diffusi. Itaque in Newtoni sententia:

I. Planetæ, & cometæ circa solem immobilem in spatio vacuo, seu veluti vacuo aguntur, in quo nihil eorum motibus obest: propterea libere, & nulla perturbatione moventur.

II.

II. Corpora omnia gravitatem, seu nisum ad sui motus centrum habent: hujus vero gravitatis causa est non impulsio ullius materiae, non qualitas materiae inhærens, sed generalis, & primigenia lex a Deo lata, qua initio temporum jussit, corpora omnia invicem gravitare vi æquali producto massæ per quadratum distantiae diviso (1273).

Per Cartesium impulsio unica est motus causa in natura. Per Neutonum præter impulsio-nem alia motus causa datur, nempe attractio, seu gravitas, quæ, ut habeatur, nullius corporis impulsionem postulat.

III. Si Deus postquam corpora cælestia creavit, illa a mutua attractione agi sivistet, corpora opaca in propinquum sibi solem cucurrissent. Ne hoc contingeret quid fieri oportuit? Tantum Deum, quiescentibus corporibus lucidis, corpori cuivis opaco motum projectilem indere, cujus directio angulum quemvis cum gravitatis directione efficeret. Ex corporis lucidi quiete, ex mutua gravitationis lege, ex motu projectili corporibus opacis indito omnes planetarum, & cometarum motus circa illorum solem, seu centrum motus in vacuo consequuntur (1286).

Hoc paucis est sublime mundi systema Neutoniano, cujus simplicitas naturæ mire consentit, & cujus principia quum naturam faciant semper a suo auctore maxime dependentem, optime veris religionis principiis congruunt, consecraria vero astronomicis observationibus aptissime conformia sunt, accuratissime nota phaenomena explicant; sæpius quoque nova inventa disponunt, quorum veritatem subsequentes observationes in dies comprobant.

Accurata vacui notio.

1386. **NOTA.** Per Cartesium non modo vacuum in natura non datur, imo in se repugnat.

gnat. Per Neutonum vacuum non modo non repugnat ; imo immensum in natura datur. Quum plenum, & vacuum sint horum oppositorum systematum præcipua fundamenta, alterutrius probatio alterutrius quoque systematis ruinam inducet.

I. In metaphysica ostendimus, vacuum dari posse, illud infinitum extra naturam existere (*Metaph.* 127). Reliquum est, ut videamus num re ipsa vacuum in natura detur, in spatio scilicet sole, & stellis intercepto.

II. Magni momenti est rectam vacui, de quo quaestio, ideam sibi effingere. Vox hæc *vacuum* ideam admodum diversam excitat in vulgo, & in philosophis. Vulgus hac voce spatium intelligit, in quo nullum corpus sit aptum sensus afficere. Philosophus spatium intelligit, ubi nullum corpus sive sensibile, sive insensibile existat. Phiala in qua multus aer condensatus sit, multa materia ignea, lucida, electrica, magnetica, vulgo vacua esset. Ut vere phiala vacua sit in sensu philosophi, nihil in ea sit oportet neque aeris, neque ignis, neque lucis, neque alius materię cujuslibet. Vacuum, de quo agimus, est cujusvis materię privatio in immensa spatii parte sole, & stellis intercepta.

III. Ostendemus primo, sine vacuo corporum, quibus circumdamur, motus obtineri non posse: deinde planetarum, & cometarum motus circa solem sine vacuo ferme perfecto in spatiis cælestibus fieri non posse. Hinc probabitur dari tum vacuum disseminatum, tum ingens vacuum coacervatum, quod in systemate Neutoniano requiritur, & quod in Certesiano impugnatur.

PARAGRAPHUS PRIMUS.

VACUUM DISSEMINATUM

P R O P O S I T I O.

1387. **M**otus corporum, quibus circumdamur, obtineri nequit sine innumeris vacuis in natura.

DEMONSTRATIO. Motus in natura datur: dantur corpora, quorum partes aliæ ad alias accedunt, aut invicem recedunt; ergo vacuum in natura datur contra Cartesianos. Ostendo.

I. Quum materia non sit, nec esse possit in infinitum divisa (67), Cartesianis ipsis fatentibus, sint materiæ elementa duo speciei omnium minimæ cōtigua: ex motu, quem in natura videmus, constat, elementa hæc invicem separari; atqui separari nequeunt, quin vacuum relinquunt a nullo corpore occupandum. Alterum enim ex his elementis ab altero recedere nequit tota sua diametro, quin antea semidiametro recesserit: atqui quo momento hæc elementa omnium minima sola semidiametro distant, vacuum inter illa est, quod nulla materia replere potest. Ut enim repleretur, dari deberent elementa, quorum diameter esset diametri illorum dimidia; ergo hæc minimis omnium minora essent; quod implicat.

II. Si minimum elementum alteri majori cōtiguum sit, neque hæc separari poterunt, quin vacuum inter se relinquunt a nullo corpore occupandum. Patet enim, minimum elementum a majore dimidia sua diametro recedere debere antequam tota diametro recedat; ergo minimum
a ma-

a maximo sejungi nequit, quin vacuum in natura relinquat.

III. Si innumera elementa in massam collecta sint, nullo vacuo interjecto, adhuc hæc elementa sejungi nequeunt, quin innumera vacua relinquant quo momento separantur. Sit enim massa hæc aqua, farina, salibus, oleis, fluidis omnibus invisibilibus, quæ corpora permeant, conflata. Ut in hac massa non habeatur vacuum, elementorum majorum interstitia a minoribus repleri debent: vacua vero ab his ipsis relictæ ab adhuc minoribus repleri debent; atque ita porro usque ad omnimodam omnium elementorum in omnibus superficiei punctis contiguitatem. Tunc vero minima elementa vel paribus sunt contigua, vel majoribus; at vero in neutro casu separatio sine vacuis relictis fieri potest, ut ostendimus.

IV. Ergo elementa, exempli gratia, guttæ aqueæ vel nunquam sejungi possunt, vel successiva eorum separatione necessario infert vacuum disseminatum. Atqui hæc elementa separantur, nec in aqua modo, sed in omnibus corporibus; ergo innumera vacuola in natura dantur; & vacuum Cartesianum motus phaenomenis opponitur. Q. E. D.

1388. OBJECTIO. Materia subtilis Cartesianæ, cujus munus est aliorum duorum elementorum interstitia replere, indefinite ductilis supponi potest. Quid obest igitur quominus dum duo materiæ subtilis elementa invicem recedunt dimidia, aut quarta parte diametri, alia materia subtilis, sua ductilitate ulterius attenuetur ad spatium semper replendum, quod illa elementa dum sejunguntur, relinquunt?

RESPONSIO. Infinita hæc materiæ subtilis ductilitas omnino falsa est.

I. Alibi ostendimus, primigenia materiæ elementa, principia corporum, a Deo ita solida creata fuisse, ut nulla vi unquam immutentur:

ceterum nihil in natura fixum, ac permanens eſſet, quam tamen ſemper ſibi ſimilem videmus (145). Quare ab hac lege omnibus elementis communi materia ſubtilis eximatur? Qua vi, quove machinamento materia hæc ſubtilis infinitas diverſas uno inſtante figuras ſubeat, primigenia ſua natura non mutata?

II. At detur hæc infinita materiæ ſubtilis ductilitas, & quid inde conſequatur videamus. Sint duo lucis globuli multo minimi contigui. In hypotheſi Carteſiana, ut invicem tota diametro ſeparari poſſint, debet materia multo tenuior ſucceſſive occupare ſpatium illis intermedium uni eorum diametro æquale. Nec ſatis: debent præterea hæc innumera tenuis materiæ ſtrata interjeſta invicem ſeparari: ceterum natura tota iners, & motu carens quamprimum eſſet. At vero ſtratum a ſtrato ſegregari non poteſt per ſpatium ſuæ craſſitie æquale, niſi prius, quarta, dimidia, &c. diametri ſuæ longitudine receſſerit, atque ita porro. Ut igitur impediatur vacuum debent innumera alia materiæ ſubtilis ſtrata ſemper adhuc magis tenuia implere ſemper magis, ac magis minora interſtitia a ſtratis præcedentibus relictæ dum quarta, tertia, dimidia, &c. ſuæ craſſitie parte invicem recedunt, quæ craſſities jam eſt infinite minima pars diametri globuli jam veluti infinite parvi. Et nondum ſatis: ut poſtrema hæc ſtrata adhuc invicem ſeparentur, quorum craſſities jam eſt infinite minor priorum craſſitie, infinita nova ſtrata ſupponenda ſunt materiæ ſemper magis, magisque attenuatæ, ut ſtratis, quæ ſeparantur, ſeſe poſſint inferere ad vacuum impediendum; atque ita porro in infinitum. An non hæc ſomnia, & deliria ſunt?

§. I I.

DATUR VACUUM IMMENSUM.

1389. OBSERVATIO. **P**er Neutonum spatia inter solem, & stellas intercepta vacua sunt, ubi nulla materia est præter planetas, & cometas, eorumque exiguas atmosphæras, & aliquot maxime rarefactos lucis radios, qui nihilo æquiparandi sunt; si enim in massam colligerentur spatium veluti infinite minimum occuparent.

Per Cartesium spatia hæc plena sunt materia infinite densa, at infinite fluida, cui planetæ, & cometæ cum suis atmosphæris innatant.

Priusquam altrutram sententiam amplectamur, nonnullæ prodromæ veritates statuendæ sunt, unde fluet iudicium de re hac recentioris physicæ basi ferendum.

Theoremata prodroma.

1390. THEOREMA I. *In systemate Cartesiano corpora omnia sunt aque densa.*

DEMONSTRATIO. Per Cartesianos omnia plena sunt materia, quæ homogenea creata, divisione, & trituratione naturam intimam non mutavit; ergo tantundem materiæ pedi cubico aeris inest, ac pedi cubico marmoris. Consequentiam Cartesius, ejusque discipuli concedunt.

In systemate Cartesiano pes cubicus aeris pede cubico marmoris levior est, etsi eadem utriusque sit absoluta densitas; pes enim cubicus aeris fere totus materia subtili, & globulosa constat, quæ gravitate carent; pes vero cubicus marmoris parum continet materiæ subtilis, & globulosæ, multum ramosæ, quæ sola per

Cartesianos gravis est. Hinc in duabus hisce massis æqualis materiæ quantitas, pondus inæquale. Q. E. D.

1391. THEOREMA II. *Corpus per fluidum ferri nequit, quin motus sui partem amittat.*

DEMONSTRATIO. Nequit corpus per fluidum transire, quin ejus partem loco dimoveat, illique motum suum communicet. At ex certa naturæ lege, corpus ab alio impelli, & loco moveri nequit, quin corpus impellens motus quantitatem amittat æqualem quantitati, quam corpus impulsus acquirit (310). Ergo corpus per fluidum, quod impellit, & loco movet ferri nequit, quin sui motus partem amittat. Q. E. D.

1392. THEOREMA III. *In fluido quovis vis inertia, qua mutationi status resistit (286), est in ratione composita densitatis fluidi, superficie corporis per fluidum se moventis, & quadrati velocitatis hujus corporis.*

DEMONSTRATIO. Etsi de resistentia mediorum alibi egerimus (295); illic dicta breviter repetere opportunum erit, in hypothesi Cartesianana, in qua medium, per quod corpora caelestia moventur, cohæsione nihil resistit.

I. Medium densius corpori per illud moto majorem materiæ depellendæ quantitatem obiiicit; major vero hæc materiæ quantitas majorem motus quantitatem adimit a corpore propellente: ergo resistentia medii ejus densitati est proportionalis.

II. Corpus in fluido motum eo majorem fluidi quantitatem depellit, quo major est ejus superficies. Ergo resistentia fluidi est superficie corporis depellentis proportionalis.

III. Mobile fluidum depellens motum illi imprimit quadrato suæ velocitatis proportionalem (302). At talem motum a fluido acquiri nequit, nisi tantundem corpus depellens amittat; nec motum quadrato velocitatis suæ proportio-

na-

nalem mobile amittere potest, nisi a fluido resistantiam subeat huic quadrato proportionalem; ergo hæc resistentia est quadrato velocitatis mobilis proportionalis. Q. E. D.

1393. THEOREMA IV. *Cylindrus in fluido aque denso motus dimidiam suam velocitatem amitteret dum spatium percurreret sua diametro aequale.*

DEMONSTRATIO. Cylindrus in fluido spatium suæ diametro æquale in hujus diametri directione percurrere nequit, quin massam suæ massæ æqualem dimoveat, posita utrinque æquali densitate. At ex certissima motus lege, corpus materiæ massam suæ æqualem dimovere nequit, quin illi dimidiam suam velocitatem communicet (322); ergo cylindrus in fluido æque denso motus suæ diametro parallelus dimidiam suam velocitatem amitteret dum diametri suæ longitudinem percurrit. Q. E. D.

1394. THEOREMA V. *Si sphaera, & cylindrus, cujus basis, & altitudo sint sphaera diametro aequales, eadem velocitate in fluido moveantur, aequalem resistantiam perferent.*

DEMONSTRATIO. Si cylindrus suæ diametro parallelus moveatur, ejus bases nullum fluido motum imprimunt, nec ullam a fluido resistantiam subeunt. In hac hypothesi, in qua procedimus, sola superficies convexa cylindri, quæ sphaeræ superficiei æqualis est (*Math.* 573) resistit. Atqui quum fluidi densitas, & mobilium velocitates eædem sunt, fluidi resistentia est superficiebus depellentibus proportionalis; ergo sphaera, & cylindrus quum æquale fluidi volumen depellant, æqualem resistantiam subibunt. Si ergo sphaera eandem motus quantitatem habeat, quam cylindrus, dimidiam suam velocitatem amitteret dum spatium suæ diametro æqualem percurrit. Q. E. D. (1393).

1395. THEOREMA VI. *At quum sphaera massa duas tertias tantum valeat massa cylindri*

320 *Theoria phaenomenorum celestium.*
drī, dimidiam suam velocitatem amittet, quum
spatium aequale duabus tertiis sua diametri per-
curret.

DEMONSTRATIO. Positis sphaerae, & cylindri velocitatibus æqualibus, motus quantitates erunt ut massæ (273); at massa sphaerae est $\frac{2}{3}$ massæ cylindri ejusdem basis, & altitudinis (*Math.* 624); ergo motus quantitas est tertia parte minor in sphaera. Ut ergo dimidiam suam velocitatem sphaera amittat satis erit, si columnam fluidi duabus tertiis cylindri, adeoque duabus tertiis sui axis æqualem dimoveat.

Q. E. D.

1396. THEORIA VII. *Si cylindrus quiescat, & fluidum moventur, cylindrus dato tempore eam motus quantitatem acquirat, quam eodem tempore amisisset, si velocitate fluidi per illud processisset.*

DEMONSTRATIO. Quum mobile fluidum propellit motus quantitatem amittit fluidi resistentiæ proportionalem: quum mobile a fluido propellitur quantitatem motus acquirit impulsui fluidi proportionalem. Posita ergo utrobique æquali velocitate, fluidi resistentia, & impulsus æquales esse debent. Ergo resistentiæ, & impulsus effectus æquales erunt. Ergo impulsus fluidi in cylindrum quiescentem illi quantitatem motus communicabit æqualem quantitati, quam cylindrus fluidum impellens amisisset.

Q. E. D.

1397. COROLLARIA. Ex hisce theorematibus, ex postremo præsertim colliges:

I. Si cylindrus primo quiescat in fluido æquedens, cito eadem, qua fluidum, velocitate motum iri.

II. Si sphaera primo quiescat in eodem fluido, citius eadem, qua cylindrus, velocitate motum iri; tertia parte minorem siquidem resistentiam obicit.

III. Si sphaera contra fluidi cursum movetur,
cito

Theoria phaenomenorum caelestium. 321
cito in fluidi directione, & plano motum iri.
Fluidum enim perpetuo dimidiam velocitatem
sphærae adimens dum illa duas tertias suæ dia-
metri percurrit; cito totum illi motum adime-
re debet, & suum communicare.

Hicce præsertim armis Neutonus Cartesii
plenum profligat. Aliquod ex allatis theore-
matis, exempli gratia, quartum rigidiorum geo-
metricam demonstrationem admittit. At ubi
veritas etiam sine his satis elucet, ab hac su-
persedere satius duximus.

- IV. Si pleno perfecto Cartesiano vacuum dis-
seminatum substituas, iidem effectus sequentur,
licet non ita brevi tempore. Exempli gratia
sphæra omnino plena, quæ in fluido semivacuo
moveretur, non dimidiam, sed quartam sui mo-
tus partem amitteret duas tertias suæ diametri
percurrrens. At tandem totum suum motum ad-
huc amitteret, & brevi fluidi directionem se-
qui cogeretur.

P R O P O S I T I O I.

1398. *Motus corporum terrestrium pleno Car-
tesiano adversatur, & magnum vacuum Newto-
nianum probat.*

DEMONSTRATIO I. Si omnia plena sunt,
densitas mediorum æqualis est densitati solido-
rum, quæ in illis moventur (1390). Ergo
nullus globus in medio quovis, puta in aere,
moveri potest, quin dimidium suum motum a-
mittat dum duas tertias suæ diametri partes
percurrit (1395). Atqui experientia oppositum
evincit; nam globus bellicus non modo dimi-
dium motum suum aera traiciens non amittit
dum duas tertias suæ diametri percurrit, imo
vix paululum retardatus videtur, postquam mil-
lies ducenties, vel quingenties suam diametrum
percurrerit. Ergo globus hic in medio minimum
denso movetur; ergo quod magna ex parte va-
cuum

cuum sit, & multo, ac multo minorem materiae quantitatem habeat sub eodem volumine, quam globus bellicus, qui tamen plus vacui habet, quam solidi (199).

Frustra dices, ætherem Cartesianum, quo juxta Cartesium, & æthereas magna ex parte atmosphæra constat, non esse gravem, adeoque globo bellico non resistere. Inanis subterfugii ineptam falsitatem quamprimum ostendemus (1400).

DEMONSTRATIO II. Pluribus experimentis Neutronus ostendit, sphaeras in aere motas semper resistantiam pati superficiebus proportionalem, quaecumque earum densitas sit: exempli gratia, globus chartaceus diametro semipedis eandem ipsam in aere resistantiam subit, quam globus plumbeus ejusdem diametri. Atqui si omnia plena essent, sphaeræ hæ resistantiam pati deberent non tantum superficiebus, sed his, & densitatibus proportionalem. Materia enim subtilis quum mira per Cartesianos tenuitate sit, debet sphaerarum interstitiis insinuari, & non solum externis solidis partibus, sed & internis omnibus resistere; ergo sphaeris his resistere non in ratione superficialium, sed in ratione harum, & simul densitatum; quod falsum est. Ergo hypothesis pleni hic quoque experientiae adversatur.

DEMONSTRATIO III. Quum machina pneumatica aer e prælongo vitreo tubo exantlatus fuit, eadem velocitate in hoc tubo aurum, plumbum, pluma libere descendunt (245). Ergo aerem exantlando plurimum hujus medii densitas minuitur: ceterum corpora hæc etiam adusto aere resistantiam paterentur suo volumini proportionalem, quæ inæquali velocitate descenderent. Ergo educto aere multo minus materiae in tubo est. Ergo æther Cartesianus, qui embolo non educitur, plenum perfectum non facit; neque enim densitatem habet aptam sensibili-

biliter corporibus per illum labentibus resistere.

CONCLUSIO. Ex dictis haec tenus sequitur, atmosphæram nostram ea densitate non gaudere, quam Cartesiani illi adscribunt; sed in ea plurimum esse vacui, quod quantum sit certis principiis definiri potest. Scimus enim aeris densitatem esse ponderi comprimenti proportionalem (691), & aerem eo minus compressum esse, quo magis ejus strata supra mare attolluntur (738); unde sequitur, aerem, qui jam prope terræ superficiem octingentes aqua rarior est (736), minuere densitatem, & plus habere vacui, quo magis ejus strata a tellure recedunt.

Neutonus calculo invenit, ad quadraginta milliaria Anglica, quæ sunt ferme leucæ Gallicæ tredecim cum dimidia, aerem supra mare elevatum esse ferme millies rariorem, quam prope terram; ad altitudinem milliariorum 80, seu leucarum 27, aerem fore rariorem decies centies millies; ad milliaria 160, seu leucas 54, rariorem fore vicibus 100000000000, adeoque in hac ratione fore ibi ejus vacua. Si ergo ulterius calculo procedamus, inveniemus lunam, planetas, cometas, in vacuo ferme perfecto morari. Q. E. D.

P R O P O S I T I O II.

1399. *Phaenomena motus corporum caelestium systema pleni, & vorticum refellunt, & vacui ferme perfecti in spatiis caelestibus necessitatem ostendunt.*

Demonstrationes duæ, altera a planetis, altera a cometis deducta propositionem statuunt.

DEMONSTRATIO I. a planetis ducta. Observationibus astronomicis constat, planetas inæqualibus temporibus circa solem converti: curvas describere, quarum sol focum, non cen-

trum occupat: in *planis* inter se non parallelis, imo se interfecantibus. Hæc cum pleno, & cum vorticibus stare nequeunt. Siquidem

I. Si magnus vortex materiæ æthereæ, qui circa solem volvitur planetas ab occidente in orientem secum vehit; quarenam Mercurius quatuor ferme revolutiones peragit, dum tellus unam facit? quarenam tellus ferme triginta revolutiones complet dum Mars quindecim, Jupiter duas & dimidiam, Saturnus unam tantum facit? Sane quia diversa solaris vorticis strata eo citius revolutiones complent, quo soli propinquiora sunt (*Fig. 34*).

At quam ratione fiet, ut strata inferiora breviori tempore, quam superiora revolutiones suas faciant; quin in perpetuo affricu ad tardiora strata propinqua quidpiam velocitatis amittant, quin velocitatis suæ partem communicent stratis, in quæ perpetuo impingunt; quin vorticilli flexiles, & elastici, quibus juxta recentiores omnes Cartesianos constant, invicem in perpetuis hisce incurribus dissolvantur, a quibus alternis eorum poli, & æquator comprimuntur, & attolluntur? Si hoc sit naturæ machinamentum, fateamur necesse est, esse hoc mysteriorum omnium naturæ maxime incomprehensibile; neque hunc rerum nexum, atque ordinem sine perpetuo miraculo contra omnes motus leges stare unquam posse.

II. Si magnus vortex solaris in sua ellipsi planetas vehit circa solem in foco positum, & extra vorticis centrum, qui fit, ut vortex hic solem loco non moveat? qui fit, ut illum tandem ad ellipseos centrum ad æqualem a focus distantiam non propellat? Exempli gratia. (*Fig. 23*).

Quum major amplitudo *T S* vorticis solaris erant in minorem *S E*; patet materiam *T S* in *S E* translatam debere motum accelerare, & vim suam impulsivam in solem *S* augere. Quam ratio-

ratione fit, ut sol S tanto majore vi impulsus, quo fluidum contiguum velocius est, perseveret in S, nec transeat in O vorticis centrum? Quæ ratione fit, ut omnia vorticis hujus strata S T in arcum spatium SE transeant, quin commisceantur, & quin minimi vortices elastici, & flexiles, quibus componitur, interturbentur; quin unquam periodicæ eorum circa solem revolutiones mutantur, quarum tempora in diversis planetarum distantis sunt in subduplicata ratione cuborum distantiarum cujusque strati concentrici (1262.)? Cui adeo implicatum, & secumpugnans machinamentum naturæ ipsius systema esse persuadeas?

III. Si magnus vortex solaris ab occidente in orientem planetas vehit; planetæ vorticis, a quo aguntur, directionem sequentur. Qui fit igitur, ut planetæ circa solem diversis directionibus ferantur in vortice, in quo partes omnes curvas parallelas describere debere videntur? quare telluris orbita ab austro in boream, & vicissim sub diversis angulis secatur ab orbita Mercurii, Veneris, Martis, Jovis, Saturni (1180)? Frustra in solari vortice diversas stratorum concentricorum directiones confinges. Hæc enim strata sese ita invicem secantia sese in pleno evidenter destruere debent; atque hæc confingere ad permanens naturæ phænomenon explicandum est a Scylla in Charybdin incidere.

IV. Ex his sequitur, vortices Cartesianos utcumque confictos non esse causas motus planetarum: eos in natura non existere: si darentur diutius non perseveraturos, quin invicem permiscerentur, & destruerentur: si darentur, motus in planetis effecturos omnino diversos ab iis quos videmus, qui cum vorticibus componi nequeunt, neque cum materia quavis vorticibus substituta; nec motus istos planetarum regulares, & uniformes fieri posse nisi in spatio libero, & vacuo, ubi materia nulla illis sensibilibiter resistat. Q. E. D. DE-

DEMONSTRATIO II. a cometis desumpta.

Certum est cometas esse globos opacos mundo coævus, planetis nostris similes (1204). Observationibus constat, cometas periodice circa solem revolutos quaquaversum in cælestibus spatiis moveri, alios ab occidente in orientem, alios ab oriente in occidentem, ab austro in boream, & vicissim. (1201)

At enimvero si vortex materiæ æthereæ planetas ab occidente in orientem circa solem vehit; jam vorticis hujus impulsus cometarum motus ab oriente in occidentem sistere debet, eorum qui a borea in austrum, aut hinc illuc feruntur, motum distrahere, illosque secum, & sua directione ab occidente in orientem asportare. Hæc aliquanto fusius explicemus.

I. Inter quinquaginta novem cometas a recentioribus diligentius observatos solos quadraginta tres consideremus, quorum semitas illustri Abbas Caillius indicavit anno 1755, & quorum tabulam edidit suæ astronomiæ pagina 254, numero 571. Inter hos, quorum viginti, & unus directi sunt, ceteri retrogradi, viginti duo ibant in antecedentia signorum; adeoque contra solaris vorticis directionem, qui planetas in consequentia signorum vehere supponitur. Qua igitur ratione cometæ hi retrogradi in hoc vortice contra ejus directionem moveri potuissent? qua ratione dum vorticis impulsus tanta celeritate planetas ab occidente in orientem vehit, hic idem impulsus nihil agit in globos ejusdem cum planetis naturæ, quos libere ab oriente in occidentem progredi sinit? Concipe navim remis, & velis destitutam in velocissimo fluvio, quæ libere adverso flumine feratur, & motum certa lege contra aquæ cursum acceleret quo magis ad certum terminum accedit, deinde eadem lege post hunc terminum motum retardat: erit hoc singulare phænomenon a veteri, & recentiori systemate Cartesiano in naturam injectum.

II.

II. Ex his quadraginta tribus cometis viginti, & unus procedebant, ut planetæ, in consequentia signorum, ab orbitis sese invicem secantibus, & ferme cælum totum complectentibus. Observatum est enim, ex his alios ab austro in boream declinare, alios a borea in austrum sub diversis angulis a gradibus 2 ad 88 (1201). Atqui evidens est, horum cometarum directorum motus æque, ac retrogradorum, cum hypothese pleni, & vorticum conciliari non posse. Dum enim vorticis solaris directio est ab occidente in orientem zodiaco parallela; qua ratione globi illi immersi pergant ab austro in boream, aut vicissim directionibus inæqualiter eclipticæ obliquis in vortice, qui omnia sua directione abripere debet; & cui diversæ directiones, quæ se invicem destruerent, tribui nequeunt?

Sive cometæ sint globi ignei emphatici, aut opaci permanentes, nihil ad rem facit; quæcumque enim eorum natura sit, in hypothese Cartesiana, motus in illis observatos habere nequeunt.

III. Cometæ fere omnes diligentius observati quum, in planetarum regionem devenerunt multo magis, quam tellus, ad solem accesserunt: fere omnes Saturni, Jovis, Martis, telluris orbitas trajecerunt (1201). Qua ratione peculiare planetarum vortices eorum semitæ oppositos ingredi potuerunt, quin eorum directio mutaretur, quæ eadem semper perseverat? Postquam vero diu in his vorticibus versati sunt usque ad solis vicinias (1202); qua ratione inde emerferunt? Quo miraculo viribus vorticum Saturni, Jovis, Martis, Telluris resistenterunt, quorum quilibet eos in suam directionem abripere debuisset? Quo miraculo hinc emerfi, & ultra Saturni vorticem eVecti adhuc aliquando majori velocitate, quam Saturnus ipse, ferebantur; etsi per Cartesianos vorticum strata eolentius

omni gravitate destitutus supponitur, nihil motui cometarum obsistere potest.

RESPONSIO. Difficile paucioribus verbis plura paradoxa, & pugnancia includerentur. Singula persequamur.

I. Alibi ostendemus, ætherem Cartesianum non esse causam gravitatis (1436): & materiam quamvis gravitate gaudere, quæ sit productum suæ massæ divisum per quadratum distantiae a centro, ad quod trahitur (1440): gravitatem hanc materiae cuiusvis inhærentem esse effectum generalis naturæ legis, qua corpora omnia invicem tendunt vi massæ corporis trahentis divisæ per quadratum distantiae a corpore attracto proportionali. (1418)

II. Si quoque æther Cartesianus gravitate careret, non propterea non resisteret. Inest enim corporibus vis inertiae, qua præcisa gravitate, motui resistunt. Ostendo. Sint globi duo diametro semipedis, alter plumbeus, alter chartaceus, alter gravissimus, alter levissimus. Siglobos hos dum libere demissi cadunt ambos ictu mallei percutiam, resistantiam sentio, quæ certe a gravitate esse nequit; gravitas enim non modo ictui non resistit, imo globum ab ictu subducit; ergo præcisa gravitate, globus resistit.

Frustra dicis, resistantiam oriri ab aeris gravitate, in qua globus percussus movetur. Si enim aer esset causa unica resistantiæ, quum uterque globus æqualem aeris columnam dimoveat, æqualem resistantiam faceret: quod proorsus contra experientiam est, qua patet, globum plumbeum magis chartaceo resistere. Ergo præcisa gravitate, corpora resistantiam habent eorum naturæ inhærentem, densitati proportionalem a vi inertiae procedentem (286). Et si ergo æther Cartesianus gravitate careret, ut gratis supponitur, non propterea non resisteret.

III. Experimentum globi cerei nihil probat. Globus hic gravitate tunc non caret; ejus enim

gravitas ad quandam altitudinem sustinet volumen fluidi globo æquale. Gravitas globi, & fluidi, quod sustinet, invicem eliduntur in suis æqualibus, & oppositis effectibus, non in eorum natura invicem in oppositam vim agente. Gravitas globi fluido immergi permanenter agit; ergo perseverat; ergo non est sublata.

IV. Verum, si lubet, demus globum hunc in fluido gravitate carere; & funiculo illum in ipso fluido horizontaliter, aut verticaliter celerime trahamus: resistantiam sentiemus crescentem ut quadratum velocitatis; etsi gravitas fluidi nihil resistat motui horizontali, aut verticali globi cum fluido æquilibrati. Ergo corporibus resistantia inest, præcisa gravitate. Ergo etsi æther Cartesius gravitate careret, quod contra leges a Deo in natura statutas est, nihil minus maximam corporibus cælestibus in illo motis directione illi opposita resistantiam obiceret.

V. Patet, veram, & propriam percussione inter duo corpora dari non posse sine *reciproca resistantia* inter utrumque. Corpus enim istum resistantiam habet ad motum, quæ non nisi a majore, & opposita corporis percutientis resistantia vinci potest. Quomodo corpus percutiens alterum loco depellet, nisi percutiens oppositæ percussi resistantiæ resistat? Ergo si æther Cartesius planetas impulsu trahit, ut Cartesius, ejusque asseclæ contendunt, debet æther hic resistantiam habere vi inertię planetarum oppositam, & hac majorem. Si ergo ætheris hujus actione moventur planetæ in ejus directione, idem in cometis præstari debet.

Cometæ sunt *lapis Lydius* systematis Cartesiani. Vel enim vortices sunt causa physica motuum cælestium; tunc vero eodem modo in planetas, ac in cometas agere debent; aut in cometas non agunt; & tunc neque in planetas agent. Si non agunt, inutiles in natura sunt; si agunt

eorum actio naturæ phaenomenis est opposita & innumeris modis perturbari, & destrui debet. Ergo vortices fabula, & somnium sunt, non motuum caelestium causa.

1401. OBJECTIO II. Certum ne est cometas esse corpora permanentia planetis similia periodice circa solem se convertentia? certum ne est eos, si planetis similes sint, re ipsa retrogrados fieri, non apparenter, ut planetarum regressus tantum apparens est (1317)? Certum ne est, cometas hos revolutiones suas ultra vorticem solarem non peregisse? Certum ne tandem cometas proprium vorticem habere non posse in omnibus planetarum vorticibus, & in ipso solari vortice? Nonne in fluviis ipsis aquarum decursus videntur a fluvii directione diversi? Quare igitur cum recentioribus astronomis, ac physicis fere omnibus a cometis certam systematis vorticum ruinam edicamus, quod nonnulli recentiores non uno in opere tueri conati sunt?

RESPONSIO. Non unica cometarum theoria Cartesianum systema falsum ostendit, quod satis ex se falsum evincitur, nec naturæ, & motus legibus ullibi conciliari potest. At quoniam probatio a cometis desumpta invictissima est, Cartesianorum subterfugia singillatim expendamus.

I. Inepre de cometarum natura quis ambiget, quum jam & eorum semita calculo definita fuerit, & reditus enunciatus; eventus vero calculum & prædictionem veram ostenderit (1205)? Adeo certum est per hos dies, cometas esse corpora opaca permanentia in curvis in se redeuntibus circa solem revoluta, ut tales esse Saturnum, Jovem, aliosque planetas nostros certum est.

II. Neque illusio optica dici potest cometarum regressus; quum omnes astronomi, qui certe verum ab apparente regressum optime distinguunt, unanimes affirment, viginti, & ultra cometas.

metas ex hactenus accurate observatis re ipsa , & celerrime in antecedentia signorum processisse , iis omnibus subductis , quæ hac in re illusionem opticam parere possent . Æque certum est hos cometas re ipsa in antecedentia signorum processisse , ut certum est , planetas nostros in consequentia procedere . Idem dicas de orbitarum inclinatione ad eclipticam : quibus astronomicis regulis planetarum orbitæ inclinatio ad eclipticam definitur , iisdem & cometarum orbitæ inclinatio definitur .

III. Certum , ac demonstratum est , cometas saltem nonnullos dum apparebant fuisse in regione planetarum , & pluribus planetis soli propinquiores ; quod aut ex eorum parallaxi , aut ex observationibus eodem tempore diversis in locis habitis definiri potuit (*Fig. 45*) . Eorum igitur orbita tota ultra vorticem solarem , a quo planetæ vehi supponuntur , sita non erat . Nequit igitur supponi , ad vorticem hypothesein tuendam , cometas omnes converti in vortice ultra vorticem solarem sito , & diversa a vortice solari directione moto .

IV. Quum certum sit , plures cometas postremis his sæculis observatos in apparitione Saturni , Jovis , Martis , telluris vortices trajecisse ; (1201) censemus , rem hanc nulla alia ratione explicari posse , nisi supponendo materiæ alicujus cursum , qua per hos vortices , & per solarem cometa deferatur .

At vero hi materiæ cursus nonne evidenter inepti sunt , & fabulosi ? Quomodo in materia , quæ ab occidente in orientem elliptice fertur , alia peculiaris materia ab austro in boream , alia a borea in austrum feratur ; & alii plures sint , & fortasse mille materiæ cursus , qui diversis directionibus se invicem secant ?

Quum in fluvio , aut lacu peculiares sunt aquæ cursus , videmus horum causam aliquam physicam dari , quæ passim apparet : hos cursus
bre-

breves esse: eorum motum quo magis ab origine recedit, eo magis decrefcere, mutari; & tandem extingui. Porro hæc nihil habent commune immensis illis materiæ cursibus permanentibus, & immutabilibus, qui in cometis per solarem vorticem supponuntur.

Maritimi aquarum cursus a fluviorum, & lacuum cursibus non nisi magnitudine diversi sunt: eorum motus communicatione languescit, & extinguitur: a causa physica sunt: hac cessant. Ut a marinis cursibus ad suppositos cometarum cursus valeret illatio, deberent marini perpetuo ab oriente in occidentem, ab austro in boream fieri, eorum motu nec immutato, nec unquam extincto: qui motus quidem alternis acceleratur, ac retardatur; at semper sibi similis est, nec ejus ulla extra se causa est, aut principium ullum.

V. Quodnam delirium tutore caruit? nihil in hominibus certum esset, si certitudo non intrinseca, aut extrinseca evidentia, sed unanimi hominum consensu inniteretur (1205). Præcipua opera perpendimus in quibus auctores vorticum hypothesim cometarum theoriæ conciliare contendunt; & ingenue fatemur, omnia arbitrarias, & discordes hypotheses assumere naturæ legibus, & phaenomenis oppositas, a quibus nihil solidi pro vorticibus deduci possit.

Qui olim cometas globos igneos emphaticos dicebant, consentiunt modo, illos periodice redire, eorumque reditus non secus, ac eclipses prævideri, & prædici posse; volunt tamen eos non jam esse globos opacos planetis similes (1204) sed *ignes electricos* a mutuo vorticum affricu excitatos; vortices, exempli gratia, Veneris, & telluris in perihelio quum velocissime, & magis arcta semita feruntur, fortius perfricari debere, & ignes electricos excitare modo majores, modo minores, qui a materiæ cursibus directis, aut retrogradis vecti erunt cometæ di-

re.

recti, aut retrogradi. Lectoribus nostris injuriosum esse crederemus, si in his deliriis serio confutandis immoraremur. Fuitiles observationes obtrudunt, quibus ajunt; planetam visum fuisse in duas partes dividi, magno igne coruscare & momento temporis evanescere. At si observatio vera sit, verosimillimum est, quo tempore adhuc Aristotelis de cometis sententia vigeat, nec cometæ accurate observabantur, ab observatore meteoron, seu globum igneum (1100) cometam putatum fuisse; veri enim cometæ, non secus ac planetæ, nec dividuntur, nec destruantur.

1402 OBJECTIO III. Spatia cælestia immensa materiæ lucis copia plena sunt: in quovis enim cæli puncto oculus a luce solis imaginem excipiet. At lux ista est ipse æther Cartesius; ergo hic existit.

RESPONSIO. Lux per spatia cælestia diffusa nec plenum Cartesianum ullo pacto est, nec vacuo Newtoniano opponitur, nec regulares motus cælestes impedit.

I. Plenum Cartesianum vortices sunt. Lux ab his vorticibus omnino diversa est. Vortices Cartesiani siquidem directione communi moventur ferme superficiei sphaericæ parallela; lux vero per rectam lineam movetur quaquaversum per radios sphaeræ, cujus sol centrum est. Vortices Cartesiani eandem ubique densitatem servant: lucis densitas decrescit in duplicata ratione distantiae a puncto radiante. (898)

II. Lux vacuo Newtoniano non opponitur. Etsi enim in spatiis cælestibus locus nullus sit, in quo oculus radios a sole, & stellis modo plures, modo pauciores non excipiat; non propterea magna est in cælestibus spatiis materiæ quantitas. Ut concipiamus qua ratione lucis radii in quovis cælestis spatii puncto innumeris modis sese interfecent, nec propterea vacuo Newtoniano officiant, huc revocanda sunt, quæ alibi de
ma-

materiæ divisione, & divisibilitate dicta sunt. Ibi pluribus experimentis ostendimus, materiam ultra, quam mente concipi possit, divisam esse: ratione probavimus, materiæ divisibilitatem nullos limites habere; & minimam materiæ massam, puta arenæ granum, aut alam muscæ, ita dividi, atque ita per immensum spatium distribui posse, ut vacua inter partes divisas relicta sint quavis assignata extensione minora. (61)

Si materia lucis ita divisa, ut re ipsa est (41); & facile intelliges, posse ipsam per omnia cælestium spatiorum puncta sensibilia distribui, quin magnis Newtoni vacuis officiat; lucis enim massa arenæ, aut alæ muscæ æqualis in adeo minimas partes distribui potest, ut ex his plures in quovis sensibili spatii cælestis puncto collocari possint; quin omnes simul collectæ arenam aut alam muscæ massa excedant: quæ quantitas respectu vacui relicti profecto nulla dicenda est;

III. Lux motuum cælestium libero progressui nihil obstat. Primo enim quantitas lucis quovis instante globos cælestes impellens eorum massæ comparata nulla dici potest: non ergo quovis instante obstaculum ponet nisi infinite parvum. Deinde quum irradiatio permanens sit, lux per radios sphaeræ divergentes projicitur: si ergo tandem quid obstaculi faceret, aliquo tempore planetæ & circa suum axem rotato, & circa solem revoluta obstitet, alio æquali tempore faveret; & summa motus in planeta eadem perseverat, ac si in vacuo moveretur. Exempli causa. (Fig. 10)

Sit tellus P in libra. Si conus lucidus DSF P tellurem ad libram C propellere posset; alter conus lucidus DSFR tellurem a libra removeret pari modo, si lux solis obstaret diurnæ telluris P rotationi in occidentali parte hemisphaerii illuminati, hæc ipsa lux rotationi in parte orientali hemisphaerii illuminati faveret. Nequeunt ergo regulares planetarum, & come-

ta.

tarum motus a minimæ massæ lucidæ impulsu perturbari, quum neque projectilem, neque centralem eorum vim, a quibus eorum motus est immutare possit. (1285)

1403 OBJECTIO IV. In pleno magnifica Dei opera apparent, in vacuo exigua. Per Cartesium Deus mundum creavit immensum, totum creatis rebus refertum. Per Neutonum Deus in spatio æterno, & infinito, ut ipse est (*Math.* 127), pauca tantum creavit puncta solida immensis vacuis invicem sejuncta; opus condidit, in quo res creatæ quid minimum sunt, nihilum infinitum.

RESPONSIO. Satis magnum, ac magnificum est Creatoris opus, ut fabulis amplificari non indigeat. In spatio immenso, in quo Deus solus existerat, omnipotens ejus vox e nihilo innumeros eduxit globos partim opacos, partim lucidos magnitudine, & natura diversos. *Globos lucidos* circa suum axem rotari jussit, & intime effervesce, ac in spatium vacuum & increatum materia tenuissima mira & inextinguibili celeritate jaculari. *Globos opacos* circa suum axem & per varias curvas circa lucidos converti jussit, motu projectili, & centripeta illis impresso (1283), quem nihil in vacuo destruit. Hoc est Creatoris opus simplicissimum, maximum, sua sapientia, & omnipotentia dignissimum.

Vividâ Cartesii mens machinæ hujus mirandæ vacua replere ausa est, illicque plura affingere, quibus diruitur. Sublime Neutoni ingenium hæc omnia naturæ extranea rejecit; & verum Creatoris opus nobis patefecit. Hæc de Neutono legimus in opere, quod vorticum regnum restituisset, si ingenio fabulæ regnum restitui posset.

ARTICULUS SECUNDUS.

THEORIA ATTRACTIONIS.

Neutoni theoria motus corporum caelestium sublimis, atque profunda *mutua* horum corporum attractione innititur. Attractionem nos dari ostendemus, tum ejus leges, & actionem expendemus: atque hisce tribus operi finis fiet.

PARAGRAPHUS PRIMUS.

ATTRACTIO DATUR.

1404. DEFINITIO. **A**tractio est corporum nisus permanens, quo alterum ad alterum accedere conatur: quaecumque sit nisus hujus, aut motus causa.

Ex hac *mutua* corporum attractione, quæ quoque gravitatio, aut gravitas nuncupatur, luna perpetuo ad tellurem accedere nititur, & si huic nisui nihil obstaret, luna motu accelerato in tellurem ferretur per rectam a lunæ centro ad telluris centrum ductam.

Ex hac *mutua* attractione tellus quoque perpetuo in lunam tendit; & si nihil obstaret, tellus quoque motu accelerato in lunam ferretur per rectam ab eorum centrīs ductam.

Pari modo inter tellurem, & solem, & inter hunc, & illam similis attractio datur. Si huic nihil obstaret, invicem sibi occurrerent per rectam inter eorum centra ductam. Idem dicas de *mutua* telluris, & Martis attractione; ac de ceteris corporibus universis.

Phys. Tom, IV.

P

1405.

1405. **DIVISIO.** *Attractio corporis ad aliud, exempli gratia, telluris ad lunam simul activa, & passiva est.*

I. *Attractio activa* dicitur, quam corpus exercet in aliud corpus attractum, motus scilicet, quem corpori attracto ad se imprimit. Exempli causa: tellus vim attractivam in lunam habet, qua tellus in luna nisum parit tellurem versus: hæc telluris actio in lunam, motus hic a tellure lunæ impressus est attractio activa telluris in lunam.

II. *Attractio passiva* est actio, quam corpus perfert a corpore attrahente, motus, qui illud ad corpus attrahens adducere nititur. Exempli causa: tellus lunam ad se trahens eodem tempore a luna suum centrum versus trahitur. Nisus hic telluris ad lunam, motus hic in lunam telluri impressus a vi attractiva lunæ est attractio passiva telluris ad lunam.

Hinc colliges, lunam quoque attractionem activam habere, qua tellurem trahit, & attractionem passivam, qua a tellure trahitur. Idem dicas de aliis corporibus quibuscumque, quorum mutue attractiones invicem comparentur.

Attractionis natura, & causa.

1406. **OBSERVATIO.** Quod passim in attractione displicet est falsa, quæ confingitur, ejus naturæ, & causæ idea. Hanc recte efficiamus: nihil jam erit, quo physicus a rationibus, quibus statuitur, discutiendis averatur.

I. Activa corporum attractio consideranda non est tamquam qualitas eorum naturæ intrinseca, aut tamquam materię vis activa, & efficax, ut ipsorum corporum occultus influxus, seu vis, aut actio a libera, & permanente Dei actione se-juncta. Attractio ita sumpta, *occultas qua-*
litas-

itates jam rejectas iterum in physicam inveheret.

II. Quamcumque de gravitatis causa occasionali sententiam sequamur; sive cum Cartesio impulsioni, sive cum Newtono attractioni tribuatur; certum est, motus gravitationis *causam efficientem* esse non ipsius materiæ, aut qualitatis creatæ materiæ inhærentis actionem, sed efficacem, & permanentem Dei actionem, qui motus omnis in natura est unica causa efficiens (76). In hoc Cartesius, & Newtonus consentiunt; & secum eorum assuetæ gravitationis, & motus omnis causam efficientem Deum ipsum dicunt; at in causa occasionali gravitationis non item concordēs sunt.

Cartesius causam occasionalem gravitationis *materia impulsione* statuit: vult quippe, Deum corporibus motum, quo invicem tendunt, non imprimere, nisi occasione contactus, ictus, impulsione materiæ in hæc corpora incurrentis. Newtonus contra vult, gravitationis causam occasionalem esse non materiæ cujusvis impulsu, sed *simplicem horum corporum coexistentiam*; hac scilicet data coexistentia, Deum sive in vacuo, sive extra vacuum corporibus motum imprimere, quo ad invicem tendant juxta quasdam leges, quin ad motum hunc nilus, contactus, ictus, impulsus ullus occasio sit,

III. Quænam igitur in systemate Newtoniano causa occasionalis est, qua posita Deus imprimat corporibus nilum hunc, quo perpetuo invicem tendunt, & quem promiscue attractionem, gravitatem, gravitationem nuncupemus? Est hæc *primigenia natura lex*, seu Dei voluntas efficax, & permanens, qui decrevit corpora omnia circa solem coexistentia reciproce ad invicem tendere. Hæc sola coexistentia sine ullo corporum impulsu sufficit, ut Deus juxta legem a se conditam perpetuo in corporibus motum efficiat, quo ad invicem tendunt. Hæc per

340 *Theoria phenomenorum caelestium.*
Neutonium est causa occasionalis mutuae corporum attractionis in natura.

P R O P O S I T I O .

1407. *Datur attractio, & est generalis natura lex.*

DEMONSTRATIO. I. Attractio, aut gravitas, aut gravitatio est *tendentia permanens* corporum ad invicem, & ad quaedam communia centra; atqui hæc tendentia evidenter datur in planetis, & cometis in solem, in satellitibus in suum planetam primum; ergo in his corporibus attractio evidenter datur.

II. Tendentiæ hujus mutuae corporum caelestium, & ad sui motus centrum non est causa materiæ impulsus ad hoc centrum illa adigentis; corpora hæc enim in spatiis vacuis moventur (1399), in quibus nulla materia est apta illos sensibilibus impellere, & in quibus materia lucida ea potius a centro solis repelleret. Ergo datur in his corporibus *attractio sine impulsione*, cujus unica causa occasionalis est eorum coexistentia, & primigenia Dei lex, qualis a Neutono admittitur.

III. Hæc corpora cum cometis totam naturam, quam observare possumus, efficiunt; ergo tota natura nostris observationibus obvia attractioni obnoxia est. Ergo judicio analogo idem in natura nobis impervia continget, puta in cometis adhuc ignotis, & in iis, quæ circa stellas convertuntur. Ergo attractio est generalis naturæ lex. Q. E. D.

Objectiones diluenda.

1408. OBJECTIO I. Attractio, utcumque explicetur, est qualitas occulta, principium obscurum, causa abstracta nihil physice influens. Ergo systema, cujus basis attractio est, rejiciendum est.

RES.

RESPONSIO. I. Adnotavimus jam, attractionem nihil *occulis qualitatibus* peripateticorum habere commune: illæ liquidem nec definiri possunt; hæc nitidissime concipitur, & definitur. Attractio est motus duobus corporibus a Deo impressus, quo ad invicem tendunt: hujus occasio est eorum coexistentia: effectus est perpetuus horum corporum mutuus accessus, seu resistentia vi nitenti illa invicem sejungere. Quid in his omnibus obscurum? Perperam igitur perspicuo principio obscuritas obijcitur.

II. Principium, quod in universa natura nobis nota suis effectibus manifestatur, dubium non est: atqui talis est generalis attractio corporum. Planetas, & cometas perpetuo ad sui motus centrum tendere videmus: corpora terrestria perpetuo ad terræ centrum tendere videmus. Effectus hi evidenter causam indicant: hanc non esse impulsione ostendimus; ergo non nisi attractio esse potest. Ergo attractio principium dubium non est.

Ex attractionis natura, & lege omnia ferme naturæ phaenomena descendunt: horum explicatio ab impulsione repeti nequit; est hæc igitur prævia attractionis demonstratio. Hæc universo naturæ machinamento consentit. Newtonus hoc invento naturæ mysteria detexit, cæli theoriā calculo subjecit ita ut, nihil magis consentiens accuratissimæ observationes exhibeant. Si adhuc attractio principium dubium est, quodnam certum est?

III. Quid intelligunt qui attractionem dicunt causam abstractam? attractio æque ac velocitas, extensio, impulsio, alia quævis causa physica ut abstracta considerari potest; num propterea inanis erit? non sane: ceterum & aliæ memoratæ causæ inanes, & fictitiæ essent; quod evidenter falsum est.

IV. Num potiori jure obijcitur attractioni, non esse illam causam mechanicam, principium phy-

physicum. Dico, eam esse causam mechanicam, principium physicum æque ac impulsione. Cur enim *impulsio causa mechanica est* per Cartesium, per Malebranchium, per Privatum Molierium, per recentiores Cartesianos omnes? quia occasione ictus duorum corporum Deus in corpore percusso quantitatem motus producit illi æqualem, quam corpus percuiens amittit. Quia ratione *causa mechanica est attractio* per Newtonum, & ejus affectas ferme omnes? quia occasione coexistentiæ duorum corporum Deus in illis quandam motus quantitatem producit, quo alterum in alterum tendit. Sicuti percussio non est causa efficiens, sed tantum occasionalis motus in ictu producti; ita coexistentia non est causa efficiens, sed tantum occasionalis motus in attractione producti. Ergo vel impulsio non est causa physica, & mechanica, vel attractio æque causa est physica, & mechanica.

V. Facile eodem modo respondebis similibus objectionibus contra chemicas affinitates, & contra peculiarem corporum attractionem, cujus natura æque perspicue definiri potest, & quæ innumeris phaenomenis dari probatur (93) cujus machinamentum tandem est mutua quorundam corporum tendentia occasione eorum contiguitatis, & a Deo producta, qui unica causa efficiens est omnis motus, & legum a se in natura statutarum effector.

1409. OBJECTIO II. Magnum inter impulsione, & assertum attractionis machinamentum est discrimen. Primum in natura motus fundamentum est, qui eadem quantitate perseverare nititur; in natura materiæ, quæ mobilis, & impenetrabilis loco moveri debet, ne corporis percipientis motus extinguatur; in natura plærorumque corporum, quæ quum assidue formantur, & depereant perpetua substantiæ acquisitione, & amissione, impulsione harum substantiarum mutuam postulabant. Alterum machina-
men-

mentum vero neque in natura materiæ, aut corporum fundatum est: obscurum illud, & ignotum, tantum Dei voluntatem præseferens, & tantum dicens, corpora invicem attrahi, quia Deus illa ita attrahi voluit.

RESPONSIO. Quum utrinque convenitur, ut Cartesiani, & Neutroniani conveniunt, motum a qualitate occulta non produci, *motus omnis causam efficientem esse Dei actionem*, quodnam inter impulsioni, & attractionis machinamentum discrimen invenies? Eadem utriusque motus causa efficiens est; utriusque causa determinans est Dei voluntas, qui libere impulsioni, & iattractionis legem condidit; primam occasione impulsus, alteram occasione coexistentiæ corporum. Quodnam igitur inter utrumque machinamentum discrimen? aut neque in impulsione, neque in attractione machinamentum est, aut utrobique.

I. *Motus impulsioni* neque ex se oritur, neque ex materia, neque ex corporibus, sed unice a Deo, qui has motus leges condidit juxta ordinem a se in natura statutum. Quare, exempli causa, corpus molle in aliud molle incurere nequit, quin illi dimidium suum motum communicet, si massæ sint æquales, quin duas tertias partes sui motus illi communicet, si corpus percussum massa duplum sit? Quare corpus elasticum in aliud elasticum incurere nequit, quin totum suum motum amittat, si massæ sint æquales: quin regrediatur, si massa percussa major sit? nulla alia horum ratio physica afferri potest, nisi primitiva Dei voluntas. Deus qui libere has percussioni corporum leges condidit, alias omnino diversas condere potuisset; puta, post ictum ambo corpora aut quiescere, aut ambo prima velocitate moveri, aut ambo æqualibus, aut inæqualibus velocitatibus regredi. Nullum ergo in impulsione, ut in attra-

Qione, physicum machinamentum est, nisi quod a Deo naturæ auctore, & motore lest.

II. Si naturæ ordo, & corporum perpetua renovatio *legem impulsione* postulabat, num *legem* quoque *attractionis* non postulabat? Num demonstratum est, minus impulsione attractio- nem in natura agere? Demonstratum est primo, attractionem, nulla impulsione, perpetuis pe- riodicis motibus cælestia corpora ciere. Certum deinde est, si impulsio plurimum influit in cor- porum actionem, qua natura perpetuo restitui- tur; attractionem siue generalem, siue peculia- rem in hanc ipsam naturæ actionem, ejusque phaenomena plurimum influere; ut primo hujus operis tractatu sæpius ostendimus (93, 220, 228, 241).

III. Si sola impulsione omnia naturæ phaeno- mena explicarentur, attractio, ut superflua re- ijcienda esset. At quum impulsio nihil possit in cælestibus spatiis, in quibus nulla vis impulsiva est; quum neque impulsione minora phaeno- mena plurima explicari possint, quæ in chemi- cis operationibus, & in ferme omnium terre- strium corporum formatione, & dissolutione observantur; cur hæc causa simul non admit- tatur, quæ in universa natura perpetuis effe- ctibus manifestatur?

IV. Si vitio vertitur Neutonio systemati, quod motum corporum sese attrahentium Dei actioni tribuat; id quoque Cartesiano obiici po- test, in quo motus corporum invicem colliden- tium non occultæ materiæ qualitati, sed Dei actioni tribuitur.

At neutri systemati id obiici potest. Quod- cumque sequaris, fatcaris necesse est, Deum so- lum naturæ auctorem, & conservatorem leges motus a se libere statutas in natura exequi, Physica, in qua aut Deus non admitte- retur, aut otiosus tantum admitteretur, slo- lido

lido epicureo potius, quam philolopho digna esset.

V. Neque quum Deo motum corporum invicem collidentium, aut attrahentium tribuimus, impulsione, aut attractionis machinamentum tollimus; nec tantum dicimus, phænomenon contingere, quia Deus illud efficit; ut insipienter aliquando Cartesio, & Neutono obiicitur.

Si a Neutoniano petas, cur gravia libere cadentia motum accelerent juxta numeros impares (366); non insipienter respondebit, ita fieri, quia Deus vult; sed respondebit, *hoc sequi ex generali attractionis lege*: Data hac lege ex motibus cælestibus detecta, talem esse debere gravium cadentium accelerationem. Responsio hæc plane physico digna est: in quo enim physica sita est, nisi in observandis generalibus naturæ legibus, earumque in phænomena influxu considerando?

Legum harum generalium naturæ explicationem, & causam ulteriorem petere stultum esset. Ex hypothese enim leges hæc sunt omnium naturæ effectuum causa generalis, & primitiva; neque primitivarum causarum ratio ulla afferri potest, nisi *libera, & permanens Dei voluntas*, qui talem in natura rerum ordinem quum decreverit, causas primitivas statuere debuit, & a nulla alia pendentes, quibus natura juxta ejus decreta moveretur.

1410. OBJECTIO III. Neutonus attractionem admisit tantum ut hypothese, qua phænomena explicarentur, & ut theoriā, a qua facile calculo motus cælestium corporum deducuntur. Cur ergo eam thesīm facias, quam auctor hypothese fecit?

RESPONSIO. I. Parum scire interest quid de attractione Neutonus senserit; neque enim ejus auctoritate illam asserimus. Scire tantum oportet quid nos de illa natura doceat. Atqui

natura docet, impulsionem non esse unicamprimitivam suæ actionis causam, eique causam aliam, attractionem scilicet sociandam esse: ergo æque attractio demonstrata est, ac impulsio.

II. Omnibus physicis, & astronomis tum Newtonianis, tum Cartesianis fatentibus attractio omnibus naturæ phaenomenis, eorumque confectariis, & conditionibus perfecte congruit. Qui fieri potest, ut hypothesis accuratissime naturam referens falsa sit? Si inanem attractionis hypothesim suspicemur, eodem jure idem derelictione suspicabimur, quod sane perperam fieret. Quare Neutonus edicit, se systema, aut hypothesim non proponere: *ego hypothesim non sègè*; profecto quia hanc ipsum naturæ theoriam esse arbitrabatur.



§. II.

ATTRACTIONIS LEGES.

1411. LEX I. **A**tractio activa, & passiva corporum reciproca est; seu corpus omne illud attrahit, a quo attrahitur.

DEMONSTRATIO. Sint, exempli causa, tellus & luna ad magnam inter se distantiam in cælestibus spatiis (1398). Probandum est, a tellure lunam, a luna tellurem attrahi.

I. Certum est lunam, omnesque ejus partes perpetuo ad terræ centrum tendere; nulla enim alia causa est, qua luna in sua orbita detineatur ne per tangentem abeat juxta motus leges (308). Atqui nifus hic, seu gravitatio in spatiis vacuis a sola attractione activa telluris oriri potest. Ergo tellus attractionem activam in lunam exercet.

II.

II. Æque certum est, lunæ partes ad lunæ centrum tendere; ceterum dum mense uno circa suum axem rotatur (1243), partes ejus omnes in superficie positæ, & solutæ necessario per tangentem curvæ rotationis effugerent ex vi centrifuga a rotatione orta. Atqui hæc partium lunæ ad ejus centrum tendentia in vacuo cælesti non nisi ab activa lunæ attractione oriri potest. Ergo *luna in suas partes attractionem activam exercet.*

At si activa hæc lunæ attractio a centro ad superficiem extenditur, cur inæqualivi ad terram usque non extendatur, quæ tunc a luna attractionem passivam subibit, & a luna tellus attrahetur, ut a tellure luna?

Activa telluris attractio non solum partes omnes in sua superficie dissolutas, ut maria, & flumina, continet, ne per tangentem fugiant ex vi centrifuga a telluris rotatione circa suum axem orta, sed ad lunam usque extenditur (1272), cujus motum perpetuo ad telluris centrum inflectit. Quare ergo attractio activa lunæ intra ejus sphaeram coherceretur? Nullus actioni attractivæ telluris limes assignari potest: qua ratione lunæ attractioni limites assignemus, cujus alibi miros effectus in æstu maris ostendimus? Ergo mutua inter tellurem, & lunam attractio datur: hanc illa, hæc illam reciprocè trahit.

III. Idem dicas de sole ad planetam, aut cometam quemvis. Sol supra suum axem rotatur (1181); & ejus attractio, qua ipsius partes retinentur, Jovem in sua orbita continet. Jupiter circa suum axem convertitur (1187): quare *vis attractiva Jovis*, qua omnes ejus partes vi centrifugæ resistunt, nec per tangentem abeunt, ad solem usque non extendatur?

Quum vero eandem vim attractivam corporibus omnibus cælestibus, quæ observamus, tribuere cogamur, inductione, & judicio analo-

20, quod nihil infirmat, eam totius materiae propriam censere debemus. Ergo corporum attractio ubique reciproca est: corpus omne illud attrahit, a quo attrahitur. Q. E. D.

1412. LEX II. *Attractio activa est massa corporis attrahentis proportionalis.*

DEMONSTRATIO. Quum attractio activa corporum sit reciproca; jam ad omnes ejus partes spectare debet, & pars omnis propriam attractionem activam habere debet. Ergo vis attractiva corporis eo major esse debet, aut minor, quo plures, aut pauciores partes corpus habet; ergo ejus massae debet esse proportionalis. Q. E. D.

1413. COROLLARIUM. Si duo corpora, ut tellus, & luna, tantum a reciproca attractione agerentur, invicem accederent percurrentes spatia, qua essent in ratione inversa massarum; & punctum occursum considerari debet tamquam commune centrum eorum attractionis respectu tertii corporis, quod a duobus primis simul attraheretur (Fig. 47).

DEMONSTRATIO. I. Sit massa corporis $A=10$, corporis $B=1$. Ex praecedente demonstratione corpus A in corpus B vim exercet ut 10, dum corpus B in A vim exercet tantum ut 1. Quum itaque effectus sint causis proportionales, corpus B ad A accedet velocitate ut 10; dum corpus A ad B accedet velocitate tantum ut 1. Ergo spatia percursa erunt in ratione inversa massarum; & corpora sibi occurrerent in puncto C decies propinquiore corpori A, quam corpori B.

II. Fiat modo, ut corpora A, & B, non obstante reciproca attractione suis in locis immobilia tertium D simul attrahant. Corpus hoc a duabus viribus conspirantibus actum utrique obtemperare debet describens diagonalem parallelogrammi, cujus latera sint vires attrahentes (345). Ergo corpus D eo magis ad corpus A

ac-

accadet, quo hujus massa major est, adeoque, & vis attractiva, quam massa sit, & vis corporis B.

1414. LEX III. *Attractio passiva corporis, seu quantitas motus in illo orta ex attractione alterius corporis est massa corporis attracti proportionalis (Fig. 47).*

DEMONSTRATIO. Attractio passiva corporis est ipsa ejus gravitatio, aut gravitas; at gravitas est massæ corporis gravitantis proportionalis. Observatione siquidem constat, in vacuo corpora omnia eadem celeritate cadere ex propria gravitate, cujus causa physica est activa telluris attractio, quæ æqualem plumæ, ac massæ ferreæ velocitatem indit (245). Quum itaque in vacuo, ubi attractiones passivæ sine obstaculo exercentur, velocitates æquales sint; jam quantitates motus in corporibus erunt ut eorum massæ (273). Ergo corpus B, exempli gratia, ex attractione passiva suæ massæ proportionali ad corpus A attrahens accedet quantitate motus, seu vi motrice ut 1, si massa corporis B sit ut 1: vi motrice ut 100, si massa B sit 100; atque ita deinceps. Q. E. D.

1415. NOTA. Frustra contra hanc legem dicēs, massam ferream magis activæ telluris attractioni resistere, quam plumam; adeoque facilius plumam cedere debere, ac velocius cadere.

Hæc falsa hypothesi innituntur, quam adnotare opportunum est. Sit nobis tellus exemplum genericum corporum in alia attractionem activam exercentium. In vacuo corpora a tellure attracta, ut pluma, & ferrum, nullam aliam vim telluris attractioni opponere possunt, præter vim inertię cujusvis elementi propriam (287). Atqui vis hæc in quovis elemento eliditur ab attractione activa totius terrestris massæ in quodvis elementum agente ac si illud solitarium esset in pluma, aut ferro, cujus pars est.

Quod.

Quodvis ergo corporis attracti elementum, quocumque ista sint, gravitat in corpus attrahens, puta in terræ centrum, velocitate proportionali vi attractivæ, quam in illud tota massa corporis attrahentis exercet: ergo quodvis elementum corporis attracti tendit in corpus attrahens æquali velocitate: sive corpus attractum pluribus elementis constet, sive multo paucioribus. Ergo vis motrix corporis attracti, seu gravitantis erit ut summa suorum elementorum, sive ut ejus massa.

Canon præcipuus, seu

1416. LEX IV. *Attractio activa, & passiva corporum est in ratione duplicata inversa distantiarum, quibus sejunguntur.*

DEMONSTRATIO. Alibi monuimus, gravitatem corporum paulo majorem esse ad polos, quam in Gallia, & in Gallia majorem, quam sub æquatore (251); multo, ac multo majorem in telluris superficie, quam in luna; & ostendimus hanc gravitatem eo minorem, quo magis a centro gravitationis corpora recedunt, sequi rationem duplicatam inversam distantiarum ab hoc centro (1272).

Ergo gravitas corporum, quæ est ipsa eorum *attractio passiva*, sequitur rationem duplicatam inversam suarum distantiarum. Ergo *attractio activa* corporum attrahentium, quæ est unica gravitatis causa, sequitur ipsa quoque duplicatam inversam rationem distantiarum: sunt enim causæ effectibus proportionales. Q. E. D.

NOTA, A sæculo legem hanc omnes astronomi admittunt, quicumque sint, aut tamquam *principium physicum*, a quo cælestia phænomena descendunt; aut tamquam *regulam geometricam* omnino phænomenis consonam, quin eorum

rum causa sit. Eam nos utraque ratione admittimus.

I. Philosophi nonnulli, ut vim hanc attractivam rite percipiant, corpus attrahens considerant quasi *materiam attrahentem* radiorum specie perpetuo emitteret. In hac hypothesis patet, vim attractivam sequi debere rationem duplicatam inversam distantiarum: corpus enim attractum huius sphaerae attractionis immersum a materia attrahente traheretur, cuius densitas, & actio semper essent in duplicata ratione inversa distantiarum a centro irradiationis (898).

Et si hypothesis fictitia sit, nec corpus attrahens materiam ullam attrahentem emittrat, potuit tamen Deus decernere, attractionem activam, & passivam corporum eandem proportionem sequi, duplicatam scilicet inversam rationem distantiarum. Atqui ita esse observationes in attractionis lege ostenderunt in corporibus omnibus observationi obnoxiiis (1273); iudicio ergo analogo rectissimo illam & in corporibus, quae observari nequeunt, legem valere jure supponemus.

II. Philosophi alii, qui transmarina inventa oderunt, quasi vero veritas ulli regioni extranea esset, dicere ausi sunt, legem attractionis in ratione directa massarum, & duplicata inversa distantiarum esse *hypothesim arbitrariam*, non solide demonstratam: eam statui recte non posse, nisi accurate planetarum a sole distantias cognoscamus: has vero nondum notas esse: harum magis notam esse mediam telluris a sole distantiam: in hoc vero astronomorum sententias differre a leucarum vices centenis millibus ad quinquagies centena millia.

Perperam ista in Neutonianam attractionem obtruduntur. Primo lex attractionis non est arbitraria, quum in corporibus ad centrum terrae gravitantibus demonstrata sit ex theoria sinus ver-

si sumpti in orbita lunæ (1272) cujus planetæ a tellure distantia probe nota est (1220). Post hæc solide demonstrata, cur optimo jure eandem legem valere in planetis circa solem revolutis non supponamus, quum ita circa solem convertantur, ut circa tellurem luna? Quid in physica notum, ac certum erit, si judicium analogicum excludamus, cui tota innititur (*Math.* 135)? Deinde quæcumque sint planetarum a sole distantiae, duorum aut trium postremorum sæculorum observationibus constat, planetas ita circa solem converti, ut quadrata suorum temporum periodicorum sint ut cubi distantiarum: atqui ex hac observatione constat juxta geometricam motus theoriā, planetas hos singulos agi vi centripeta in solem in ratione duplicata inversa radiorum vectorum (1261, 1304): ergo iterum lex attractionis non arbitraria est, sed demonstrata; ergo si qua sit de planetarum distantia incertitudo, non propterea incerta erit hæc lex, quæ sine accurata hujus distantiae cognitione demonstratur. Tandem si olim media telluris a solis distantia non satis innotescebat, a qua ceteræ omnes distantiae mediæ deducuntur (1263); modo accuratissime nota est; hæc ergo inventa ope parallaxos secundorum 8,42'' (1221), & ea cum distantia, & curva planetarum comparata (1273), non amplius criminationes subibit lex attractionis, quæ in ipsum criminantem redeunt. (39)

Inania experimenta huic legi objecta, seu

1417. **OBIECTIO.** Attractioni in duplicata ratione inversa distantiarum obstant experimenta plurima in alpibus capta horologiis duobus accuratissimis minuta secunda indicantibus, quorum alterum a montis vertice celerius, altero ad montis radices semper oscillavit: numerus vero oscillationum, seu secundorum superioris ad
nu-

numerus secundorum ab inferiore indicato-
rum fuit ferme ut radius terrestris ad horolo-
gium superius pertingens ad eundem radium ad
horologium inferius pertingentem (*). Experi-
mentorum horum series omnium consentientium
satis ostendit (attentis tantum hic ipsis horolo-
giis, quorum oscillationes secunda indicabant),
gravitatem in superiore pendulo magis a cen-
tro terræ distante majorem esse, quam in in-
feriore magis centro terræ propinquo (251);
& gravitatem non in duplicata ratione inver-
sa distantiarum, sed esse in directa ratione distan-
tiarum a centro gravitatis. Præpropere igitur
lex illa Neutonianæ statuta fuit.

RESPONSIO. Experimenta Alpina, quæ tan-
tas in philosophia turbas excitarunt, non nisi a
falsis consequentiis inde deductis præcipit judi-
cio celebritatem consequuta sunt. Si rectæ istæ
fuissent, jam Neutoni, & Hugonii theoria de
viribus centralibus, Galilæi de gravium accele-
ratione, Leges Kepleri, observationes, quibus
a celeberrimis geometris telluris figura definita
fuit, omnia demum prorsus corruissent. Si ego
experimentorum horum auctor fuisset, om-
nia horologia fallacia suspicari maluisset,
quam certissimis his veritatibus falsitatis notam
inurere. At ne horologia criminemur: ea indi-
carunt, quæ indicanda erant. Accurata fuerunt,
& ad amissim consona: quod in montis verti-
ce erat motum magis, quam quod ad radices e-
rat, acceleravit. Num propterea major erit
gravitas in montis vertice, quam ad radices &
dire-

(*) Experimenta hæc in tribus, aut quatuor
alpihus habita, & omnia concordia videri pos-
sunt in *Ephemeridibus artium, & scientiarum*,
olim Trivultiensibus, mensis Junii 1769, & De-
cembris 1721.

directam radiorum vectorum rationem sequetur? Est hæc falsa consequentia ab experimento deducta, & inane fundamentum quo inter fabulas celebrem *legem attractionis* nonnulli ablegare voluerunt. Ut hæc inania ostendamus, & rei historiam enarrabimus; & falsa ab Alpinis experimentis deducta palam faciemus.

NEUTONI INVENTUM. Nemo ignorat, memorare tamen juvat, quomodo inventa fuerit *lex attractionis in duplicata inversa ratione distantiarum*: pauca inventa tantam laudem humano ingenio pepererunt. Richerius horologium accuratissime minuta secunda Parisiis indicans in Cajennam insulam transtulit: hoc, ut illa in Cajenna accurate indicet, pendulum brevius postulat (252). Singulare hoc experimentum effecit, ut Parisiis, & Londino plurima horologia accuratissima in australes regiones transferentur: ibi hæc horologia omnia pendulum brevius postularunt, ut secunda indicarent, & eo brevius, quo æquatori propius erant. Subinde compertum est, horologia Parisiis, & Londini exacta pendulo longiore indigere sub circulo polari, ut singulis secundis oscillarent. Ex his Neutonus arguit, quod deinde physici omnes edixerunt, & edicent, *gravitatem sub æquatore minorem esse, quam in Gallia.* (251)

Ex his quoque Neutonus terram diurna revolutione corverti persuasus, atque hinc eam ad æquatorem elatam esse, ad polos depressam (1373), arguit, gravitatem in extremis radiis ad æquatorem minorem esse, ad extremos radios minores in Gallia majorem: seu *corporum gravitatem minui* quum a gravitationis centro recedunt, *augeri* quum ad illud accedunt.

At *in qua ratione* sit istud gravitatis augmentum, & decrementum? Hoc Neutonus in summis montibus non investigavit: noverat enim hac methodo rem inepte tentari. Itaque mira, & ingeniosissima methodo lunæ ipsas
gra-

gravitatem investigavit, & detexit (1272); ostenditque, lunam 60 radiis terrestribus a terræ centro distantem 3600 vicibus minus gravem esse, quam si unico radio a terræ centro, quod evidenter suum gravitatis centrum est, distaret. Hinc demonstratione deducitur *lex gravitationis in ratione duplicata inversa distantiarum* (1416, II.). Quantum inter Caiennense experimentum, & Newtoni inventum intervallum!

EXPERIMENTA ALPINA. Quid vero ad experimenta Alpina theoriæ huic opposita responderet Newtonus? fortasse nihil: attamen respondere posset.

I. Plane singulare fore, ut lex evidenter a physica, & geometrica theoria motus descendens (1304), tum ab utraque lege Kepleri (1260) in cælestibus omnibus motibus observata (1273) falsa esset.

II. Æque singulare fore, ut lex ab omnibus astronomicis observationibus, & ab innumeris summorum physicorum experimentis confirmata, tum a præclarissimis geometris a circulo polari ad æquatorum a Peruviae litoribus ad altissimos Andium vertexes vera detecta (*) ad Alpium radices, & cacumina falsa deprehenderetur.

III.

(*) Bouguerius, & Condaminus in Peruvien-
si peregrinatione observarunt, pendulum oscilla-
torium secunda indicans brevius esse ad maris
superficiem sub æquatore, quam ad maris su-
perficiem in Gallia (252). Observarunt deinde,
illud Quiti hexapedis 1500 supra maris Peru-
viensis superficiem (1063) adhuc brevius esse
quam ad ipsum mare; ergo penduli hujus gra-
vitas minor erat Quiti, quam ad mare. Obser-
varunt deinde in lapidoso Pichincha vertice sal-

tem

III. Magis adhuc fore singulare, si lex, quæ Neutoni legi obiicitur, vera esset. Si enim gravitas esset in *ratione directa radiorum*, seu distantiae a centro gravitatis, ut ex Alpinis experimentis contendimus; jam primo gravitas lunæ in tellurem non jam esset pedum ferme 15 singulis minutis, ut suæ curvæ natura postulat, sed esse deberet singulis secundis pedum $60 \times 15 = 900$; & singulis minutis pedum $3600 \times 900 = 3240000$. Deinde gravitas Saturni in solem esset ad gravitatem Mercurii in solem, ut distantia Saturni ad distantiam Mercurii a sole; adeoque data orbitæ utriusque planetæ portione, puta arcu leucarum decem, curvitas imensum major esse deberet in orbita Saturni, quam

tem hexapedas 2434 supra mare perpendiculariter elevato, supra quam altitudinem hominibus fortasse experimenta, & observationes instituere non est datum (1063, idem pendulum aliquanto adhuc brevius esse, quam Quiti; ergo penduli hujus gravitas minor erat Pichincha vertice, quam Quiti. Hac omnia videsis in Bouguerii opere, cui titulus *Figura telluris, cui pramittitur Peruvienſis peregrinationis historia*, pag. XL, 334, 336, 338, 342, &c. Nemo ignorat, Maupertuiſium, Camuſium, Clairautium eodem tempore obſervasse, pendulum quovis ſecundo oſcillans longius eſſe ſub circulo polari, quam in Gallia. Quare obſervationes omnes caeleſtes, & terreſtres in iis conſutandis conſentiunt qua præcipiti nimis iudicio ab alpinis experimentis deducta fuerunt. Queritur in eo opere Bouguerius, nonnulla ſua experimenta perperam relatâ fuiſſe, alia ſibi affictâ fuiſſe. Ilinc fortâſſe recens auctor dicendi occaſionem arripuit, juxta Bouguerium gravitatem majorem eſſe Quiti, & in ſummo Pichincha, quam ad mare.

quam Mercurii. Quod aperte falsum est, & absurdum.

IV. A patente hoc barathro emergi non potest, nisi theoriā Galilæanā accelerationis gravium negando, spātia scilicet a gravibus percurra esse ut quadrata temporum (371), & aliam omnino oppositam rationem statuendo.

At neque minus singulare est proferri ad Newtonianam legem tollendam experimenta, quæ ipsa ab hac lege consequuntur, & pendent; ut facile apparebit. Nè quid enim de experimentorum accuratatione dicamus, quæ maximam postulant, & quam adhibitam fuisse putandum est; certum est, corporum terrestrium gravitate supposita in ratione duplicata inversa distantiarum a centro, pendulum superius dato tempore plures vibrationes facere debere, quam inferius. Ostendo.

Idem pendulum secundis singulis oscillans (251), quod æquales semper arcus in suis oscillationibus describat, collocemus primo ad montis radices, dein in vertice. Sit statio superior hexapedis 1000 inferiore altior; statio verò inferior a terræ centro distet hexapedis 3269985, quot longus est radius terrestris in Gallia, & ad Alpes (1387). Gravitās, seu vis acceleratrix ejusdem penduli si supponatur semper in duplicata inversa ratione a sua a centro distantia; gravitas penduli in summo vertice erit ad ejusdem gravitatem ad radices montis; ut quadratum numeri 3269985 ad quadratum numeri 3269985 + 1000. Si quadrata hæc invicem comparentur, invenietur esse primum ad

alterum, ut 1069 $\frac{2801900225}{10.0000000}$ est ad 1069 $\frac{6145885225}{1000000000}$

seu ferme ut 3000 ad 3001. Erit ergo gravitas, seu vis acceleratrix penduli superioris minor gravitate inferioris parte ter millesima: hoc est, pendulum superius, quod ratione majoris distantiae tantum vis acceleratricis partem

ter

ter millesimam amittit, deberet in vacuo perfecto, ceteris paribus, oscillationes conficere 3000, dum inferius in eodem vacuo oscillationes conficeret 3001.

At pendulum superius oscillat in aere admodum rariore, quam inferius; ergo primum minorem altero resistantiam patitur. Utramque aeris resistantiam simul conferamus; & ostendamus, pendulum superius, etsi minimum sua vis acceleratrix imminuta fuerit, celerius oscillaturum, quam inferius; adeoque superius dato tempore plures oscillationes confecturum, quam inferius.

Notum est, aerem rariorem fieri, quo magis a mari attollitur (738). Columna aerea ad montis radices mercurium sustineat ad pollices 28: columna aerea in summo monte hexapedas 1000 alto mercurium sustinebit vix ad pollices 23 (739). Densitas ergo aeris, in qua pendulum superius oscillat, est addensitatem, in qua oscillat inferius, ferme ut 23 ad 28; hoc est: pendulum inferius ab aere resistantiam patitur ut 6, superius ut 5, & paulo minus. Potest ergo pendulum superius, qui vim acceleratricem amittit tantum ut $\frac{1}{3000}$, & minorem resistantiam

patitur ut $\frac{1}{6}$ ab aere ambiente, majorem ad oscillandum facilitatem obtinere quam amittat.

Ut experimenta hæc contra Neutonianam gravitationis legem valerent, in vacuo facienda fuissent. Neque vero hoc satis fore asserimus, sed necessarium esse asseveramus. Experimenta pendulis capta in Cajenna, in Gallia, sub circulo Polari, ad litus maris in Peruvia, in vacuo, fateor, habita non fuerunt; verum aut ad mare, aut paulo supra mare capta fuerunt in aere, in quo ubique mercurius ad 28 pollices sustentatur. Ergo in his omnibus experimentis æqualis ubique aeris resistentia supponi potest; & satis est in his pendulorum oscillationes in di-

diversis illis regionibus comparare. At quum pendulorum experimenta in diversis admodum supra mare elevationibus capta sunt, inæqualis medii resistentia attendenda est (*); patet siquidem, vim, exempli gratia ut 100, cujus partem elideret vis ut 10, prævalere posse alteri vi ut 101 ex parte elisæ a vi ut 13.

V. Omnino non repugnare, stante attractio-
ne in ratione directa massarum, & ratione duplicata inversa distantiarum, veram, & absolutam gravitatem casu quodam majorem esse in pendulo superiori, quam in inferiori. Si enim inter duo hæc pendula ingens, & densissimus mons jaceat, montis hujus attractio solitaria ob maximam densitatem, & propinquitatem au-
ge-

(*) *NOTA.* Coultandus primus auctor experimentorum, quæ obijciuntur, & professor emeritus physica Augusta Taurinorum monet, in statione inferiore barometrum prope pendulum stetisse ad pollices 27, lineas 6; in superiore prope aliud pendulum stetisse ad pollices 19, lineas 8. Aeris densitas, & resistentia in hisce stationibus erat ferme ut 4 ad 3; quare in statione superiore pendulum resistentiam ab aere quarta ferme parte minorem sustinebat.

Bouguerius nullam resistentia aeris in suis penduli experimentis rationem habet. At ejus pendulum oscillationes faciebat decrecentes, quod omnino dissimile erat a pendulis, quibus experimenta in Alpibus capta fuerint. In pendulo Bouguerii resistentia aeris tantum arcum amplitudinem in oscillationibus mutabat, non oscillationis tempus, quæ eodem semper tempore siue per majorem, siue minorem arcum complebatur. In pendulis Alpibus aer densior quamlibet oscillationem in arcu semper aequali difficiliorem, & longiorem efficere debebat.

gebit superioris penduli gravitatem, inferioris imminuet. In hac hypotesi, quam veram non putamus, Alambertius brevissima disertatione ostendit, posita montium serie cujusvis figuræ, cujus extensio sit altitudine multo major, gravitatem eandem fore ad montium horum radices, & ad verticem, si eorum *densitas media* sit tantum tertia parte major densitate media globi terrestris: & posita densitate media montium, in quibus experimenta Alpina capta fuerunt, ad densitatem mediam globi terrestris proxime ut 8 ad 3 pendula superiora præ inferioribus acceleratura quantitate ab experimentis indicata.

CONCLUSIO. Utile est nova experimenta tentare, vetera repetere, periculosum tamen confectaria temere admittere, quæ eorum auctores præcipiti iudicio deducunt novi inventi specie decepti. Recens auctor, qui ab experimentis Alpinis Neutonianam attractionem de medio sublata se videre visus est, ait, hisce experimentis complures physicæ attractionis defensores a sententia recessisse, neque eos erubescere ab attractione ad repulsionem converti. Parænesim addit, quæ aliquando, etsi non hic, opportuna esse poterit. „ Quid enim, ait ille, erubescant? „ Si prima laus est non errare, altera certe est „ illico a noto errore recedere. Prima quoque „ hæc laus tempore tantum prima est: altera „ duo vincit, errorem, & amorem sui “. Si qui Neutoni asseclæ ad alteram hanc laudem nimium festinarunt; ex hac parænesi ad tertiam præcedentibus anteferendam festinent, quam sententiam præpropere deseruerunt iterum admittendo.

C O R O L L A R I A.

1418. **COROLLARIUM I.** *Vis attractiva corporis est ejus massa divisa per quadratum distantia a corpore attracto.* EX-

EXPLICATIO. Ex prima, & quarta lege superius demonstrata corollarium descendit. Quare quum duo corpora tertium attrahunt, vires attrahentes comparari possunt hac analogia: vis attractiva unius corporis est ad vim alterius, ut massa primi divisa per quadratum suae distantiae a corpore attracto, ad massam alterius divisa per quadratum suae distantiae ab eodem corpore. $F : f :: \frac{M}{D_1^2} : \frac{m}{d_2^2}$. Unde sequitur,

I. Parvum corpus in parva distantia majore vi attractiva pollere posse, quam corpus massa multo majore in maxima distantia.

II. Positis distantiiis æqualibus, vires attractivas esse ut massas.

III. Si massæ sint æquales, vires attrahentes esse in duplicata inversa ratione distantiarum a corpore attracto.

1419. COROLLARIUM II. *Posita cujusque materia elementi attractione activa in ratione duplicata inversa distantia, corpusculum extra sphaeram ad hujus centrum ita attrahetur, ut attraheretur, si tota sphaera materia in centrum collecta esset.* (Fig. 48)

EXPLICATIO. I. Sit primo tota sphaeræ attrahentis A B D E materia in centrum C collecta. Corpusculum P attrahetur in C ab omnium elementorum summa, quorum vires omnes attractivæ æquales erunt, ob massarum, & distantiarum a corpore P æqualitatem.

II. Fiat deinde, ut omnia hæc elementa in C collecta in sphaeram A B D E circa centrum C extendantur: alia ad P accedent, alia a P recedent. Quantum partes anteriores A B D vim attractivam ex majori propinquitate augebunt, tantum posteriores A E D vim attractivam ex majore distantia amittent. Ergo adhuc corpusculum P a sphaera attrahetur, ac si tota ejus materia in centro C esset.

III. Et si actio conjuncta elementorum $n m$,
Phys. Tom. IV. Q A D,

AD, r/ obliqua sit corpusculo attracto P; quum tamen omnia hæc elementa sint respective ad æquales distantias a corpusculo P, & a centro C, attractio PC fiet per infinitas diagonales, quæ omnes cum diametro BCE confundentur; & corpusculum P quum non magis ad A, quam ad D attrahatur, ad centrum C per diagonalem PC tendet.

IV. Hinc distantias duorum globorum sese attrahentium æstimando, hæc non a superficiibus, sed a centrīs sumendæ sunt.

1420. COROLLARIUM III. *Si corpus attrahens sit sphaeroides hinc compressus, illinc elatus, corpusculum extra sphaeroidem inter intumescentiam, & depressionem positum attrahetur ad axis punctum a centro diversum.* (Fig. 50)

EXPLICATIO. Posita vi attractiva in quovis materiæ elemento in duplicata inversa ratione distantiae, si sphaeroides AB esset sphaera, corpusculum P ad centrum C gravitaret, ut in corollario præcedente, ex viribus *nn, mm* æque distantibus, & æque ad P obliquis.

At partes A, & B extra globum extantes æqualem attractionem in corpus P non exercebunt. Partes enim attrahentes in A sitæ sunt a P minus distantes, illique magis directæ, quam quæ in B sunt. Ergo P fortius attrahetur ad A, quam ad B. Ergo ejus gravitatio ex hac activa attractione orta illud non trahet ad centrum C ad æqualem ab A, & B distantiam, sed ad punctum D extra centrum, & ipsi A, quam ipsi B propinquius.

I. Hinc apparet cur corpora terrestria ubique & ad ipsum terra centrum non gravitent, ut alibi monuimus (1374); ob æquatoris intumescentiam, & polorum depressionem, unde tellus sphaeroides est (1373). Directio gravitatis non nisi sub æquatore, & polis ad ipsum centrum tendet: ubique intra hos terminos gravitas ad axis punctum intra æquatorem, & polum proximum dirigitur.

I. Ex

I. Ex theoria attractionis activæ explicatur
cur gravitas ubique sit horizonti perpendicularis.

Sit vxy minima pars superficiei maris, ad quam gravitet corpus P suæ gravitati relictum. Tria elementa aquea vxy propinqua, & exigua ex attractione activa in illa, & in corpus P a terrestri sphæroide exercita in aquæ superficie æquilibrantur ad opportunam a terræ centro distantiam, & horizontem sensibilem efficiunt puncti x medii in parva hac superficie.

Corpus P eadem attractione affectum, qua elementum x eandem habet ad sphæroidem terrestrem tendentiam, quam ipsum x ; ergo P tendet in x , & directio suæ gravitatis erit perpendicularis horizonti sensibili puncti x , seu parvæ superficiei planæ, quam elementa ipsi x contigua efficiunt.

1421. COROLLARIUM IV. Si corpusculum duabus sphaeris inæqualibus, & homogeneis contiguum sit, vis, qua a sphaeris attrahetur, erit ut earum radii. (Fig. 54)

EXPLICATIO. Præcisa distantia, vires corporum attrahentes sunt ut massæ (1412); at in sphaeris massæ sunt ut cubi radiorum (Math. 622). Ergo vires attractivæ harum sphaerarum essent ut cubi radiorum.

At in sphaeris A, a , sibi, aut eidem corpusculo m interposito contiguis centrum attractionis est non superficies, sed sphaerarum centrum (1419); ergo vires harum sphaerarum corpus m attrahentes erunt ut cubi radiorum divisi per horum radiorum quadrata (1416); adeoque ut ipsi radii. Cubi enim per suam secundam potentiam divisi quotiens est ipsa radix, quæ hic est radius: $\frac{r^3}{r^2} = r$.

Objectiones solvenda.

1422. OBJECTIO I. Si attractio corporum mutua est, globi duo plano horizontali impositi,

Q 2

& con-

& contigui separationi resistere deberent: separati, alter in alterum tendere deberent donec contigui fierent; at neque separationi resistunt, neque contiguitatem sejuncti vel minimo spatio affectant. Ergo attractio in experientia evanescit; ergo fabulosa est, & conficta.

RESPONSIO. Attractionem dari jam ostendimus, eamque in corporibus omnibus mutuam esse. Ostendamus modo, nihil ab allato experimento contra illam inferri. Ex hac objectione a Neutono parvi facta nihil adversariis sperandum est. (*Fig. 51*)

I. Ex ipsa theoria, quæ impugnatur, ejusque demonstrationibus mutua corporum terrestrium attractio erit minima, & insensibilis totius terrestris massæ, in eadem corpora attractioni comparata. Concipiamus enim hinc globum terrestrem *T*, illinc globum *a* ejusdem cum tellure densitatis, diametro uniuspedis, & corpusculum *b* illis contiguum, & ab utroque attractum.

In hac hypothese corpus *b* tendet ad centrum globi unius pedis diametrum habentis vi, quæ ad eam, qua ad terræ centrum tendit, erit ut globi radius *ba* ad telluris radium *bT* (1421); hoc est ut 1 ad 39239820: a primo quippe numero diameter globi, ab altero media telluris diameter exprimitur (1377). Ergo corporis *b* nifus ad globum *a* est minor ejus nifu ad globum terrestrem vicibus ferme 40000000. Quis jam miretur nifum illum esse insensilem?

Hinc colliges cur duo globi contigui in plano horizontali ex mutua attractione sensibilibiter separationi non resistant, nec sejuncti ad contactum concurrant; quum attractio alia veluti infinita telluris illos ad horizontale planum premit, a quo eorum gravitatis centrum sustinetur.

II. Si globi duo ejusdem cum tellure densitatis *A*, & *B* diametro unius pedis in spatio infinito solitarii existerent, & tribus tantum lineis distarent, calculo inveniemus, menssem ferme postulare

lare, ut ex mutua attractione contigui fiant. Facile calculi principia intelliges. Nam vires attractantes sphaerarum homogenearum sunt ut earum radii (1421): & totius terrestris massæ attractio activa corpori prope suam superficiem gravitatem indit, qua ad terræ centrum accedit percurrentis quovis secundo temporis pedes ferme 15. (248)

Quare si tellus globus esset, cujus diameter esset sua duplo minor; attractio passiva corporis attracti esset duplo minor, seu pedum $7\frac{1}{2}$ quovis secundo; si ejus diameter esset centies millies minor, etiam attractio passiva corporis esset centies millies minor, seu pedum 15 pars centies millesima; tandem si ejus diameter esset veræ $\frac{1}{40000000}$, sive unius pedis, ejus vis attractans & motus corpori attracto impressus esset $\frac{15}{40000000}$ quovis secundo. (Fig. 51)

Motus horum globorum in spatio infinito ex minima velocitate insensilis esset (921), quamvis nihil mutux eorum attractioni obstitere. At si hi globi plano impositi sint, & vi veluti infinita in planum trahantur; vis hæc AT, & BT veluti nullam reddere debet mutuam eorum attractionem AB, qua tandem contigui fieri potuissent. Quare patet, nihil ex objecto experimento contra attractionem, a qua ipsa pendet, inferri posse.

III. Mutua hæc terrestrium corporum attractio sensibilis fiet in corporibus, quorum massa aliquam sensibilem ad telluris massam rationem dicit. Hoc Bouguerius, & Condaminus in Peruvia experti sunt. Norunt illi, *ingentem montem Chimborazo quadrantis perpendicularum attrahere*; & pluribus stellarum observationibus ad montis hujus australem, & borealem plagam repetitisprehenderunt, immanis hujus massæ attractione distrahi a verticali quadrantis perpendicularum secundis octo, & ultra.

1423. NOTA. Hæc observatio, cui immanis montis massa, & opportuna figura adiutum dedit, a peritissimis geometris summa diligentia habita, cujus narrationem in opere alibi citato (1417) invenies, sit *nova mutua attractionis* omnium naturæ corporum *demonstratio*. Jam vero physice explicatur. (Fig. 52)

Sit M immanis mons, cujus massa sensibilem ad telluris massam, rationem dicat: sit T telluris centrum: A stella, seu punctum ad observatoris zenith, F P filum a perpendiculari P tensum.

I. Quum pondus P a sola tellure sensibilibiter attrahitur, directione FT ad telluris centrum gravitat, ubi tota telluris vis attractiva veluti insidet (1419). Tunc vero stella A in zenith perpendiculari, & observatoris posita in fili F P directione videbitur.

II. At quum perpendicularum P simul & a telluris attractione PT, & a montis extantis attractione PM trahitur, gravitare debet directione P V, quæ est diagonalis parallelogrammi, cujus latera sunt vires duæ conspirantes, quarum vis attractiva in pendulum P simul exoritur (345): tunc vero filum P F non ad stellam A in zenith positam dirigitur, sed ad aliud cæli punctum B septem aut octo secundis a zenith distans.

Nihil interest cujus figuræ sit mons M; modo ejus massa extra globum extans sit tanta, ut sensibilem ad telluris massam rationem dicat. Hujusmodi est Chimborazo, qui inter altissimos, & maximos orbis montes est recensendus. (498, 1063, IX.)

1424. OBJECTIO II. Si attractio activa est in ratione directa massarum, & in duplicata inversa distantiarum, luna ab attractione multo majore solis terræ eripi deberet; tunc vero aut in solem caderet, aut tellure relicta, circa solem periodice converteretur. Sit enim luna in conjunctione inter tellurem, & solem, & utriusque actionem in lunam expendamus. Sit sol S, tellus T, luna A. (Fig. 22)

Præ-

Præcisè distantis, attractiones sunt ut massæ (1418). Atqui ex calculis, & observationibus astronomorum sol est tellure ferme decies centies millies major (1190); ergo vis attrahens solis vi telluris est ferme decies centies millies major. Si ergo luna æque a tellure, & sole distaret, a sole attraheretur vi decies centies millies majore, quam a tellure.

At quoniam luna telluri, quam soli propinquior est, & attractio activa semper est in ratione duplicata inversa distantiarum, attractio telluris per quadratum distantiae a luna, & attractio solis per quadratum suæ distantiae a luna dividatur. Ex observationibus media telluris a luna distantia est ferme semidiametrorum terrestrium 60 (1220); & media solis a luna distantia earundem semidiametrorum ferme 20000. (1187).

Divisa telluris attractione activa = 1 per quadratum 60, erit attractio telluris in lunam =

$\frac{1}{3600}$; divisa solis attractione = 1000000 per quadratum 20000, erit attractio solis in lunam =

$\frac{1000000}{400000000} = \frac{1}{400}$. Si hæ fractiones comparentur

(*Math.* 199), invenies attractionem solis, ad attractionem telluris in lunam esse ut 9 ad 1. Ergo ex ipsa attractionis theoria sol telluri satellitem auferet; quod quum falsum sit, falsam quoque Neutonianam sententiam probat.

RESPONSIO. Objectio duabus falsis suppositionibus innititur. Harum prima est, solis massam telluris esse decies centies millies majorem; altera lunam nihil habere, quod solis attractioni obstat. Has suppositiones evolvamus & obiectio evanescet.

I. Sane constat, solem *volumine* ferme tellure decies centies millies majorem esse; non tamen & *massa* tanto majorem esse constat. Verosimillimum, & pene certum est, solis materiam telluris materia multo rariorem esse.

Q 4

Non

Non ergo decies centies millies major est solis attractio telluris attractione; attractio enim, præcisa distantia, non voluminibus, sed massis proportionalis est. Massa telluri volumine æqualis, & millies rarior attractionem activam haberet millies minorem.

- Nihil certum est, unde quanto sol tellure rarior sit colligi possit. At ad difficultatem diluendam satis est scire, solem tellure multo rariorem esse debere; adeoque & ejus attractionem multo minorem fore, quam ab adversariis supponatur. (*Fig. 22*).

II. Luna præter motum rotationis circa suum axem, & revolutionis, quo circa tellurem convertitur, *tertium motum* habet, quo cum tellure circa solem quotannis agitur. Postremo hoc motu luna cum tellure solis attractioni se subducit: ubicumque enim sit in sua orbita motu projectili ab occidente in orientem agitur, quo circa solem anno uno, ut tellus, fertur. Ergo luna, ut & tellus, hoc motu annuo perpetuo nititur a magna sua curva epicycloidali per infinitas curvæ hujus tangentes, aut secantes effugere, per quas omnes a sole recederet. Ergo, si quoque sol telluris densitatem obtineret, luna a solis attractione abripi non deberet, quum attractioni huic perpetuo obsistat, imo ejus magnam partem elidat vis centrifuga a sole, quam ex motu projectili obtinet, a quo cum tellure circa solem agitur in consequentia signorum, directione T V X Z T.

1425. OBJECTIO III. Si vis attractiva sequitur rationem duplicatam inversam distantiarum; erit hæc veluti infinita quum distantia nulla est. Ergo saxum solo impositum illi vi veluti infinita adhærere deberet: arena huic saxo contigua illi quoque vi veluti infinita adhærere deberet: omnia demum corporum elementa contigua invicem infinitam adhæSIONem; adeoque & duritiem habere deberent. Atqui hæc omnia falsa sunt; ergo & attractionis theoria. RES.

RESPONSIO. Omnia ferme principia perperam intellecta ad absurda deducunt. Vis attrahens corporum sane est massis per quadrata distantiarum divisis proportionalis; non tamen ex principio hoc vero ab adversario illata consequuntur. Facile hoc ostenditur. (*Fig. 51*)

I. Sint globi duo æquales, & homogenei A, & B tribus diametris invicem distantes. Utriusque globi vis attractiva est massa 1 divisa per quadratum distantiae 3, scilicet $\frac{1}{9}$. Invicem globi accedant ad distantiam duarum diametrorum: utriusque vis attractiva erit massa 1 divisa per quadratum distantiae 2, scilicet $\frac{1}{4}$. Tandem globi contigui fiant: eorum vires attractivæ, quarum activitatis centrum est globorum centrum, non superficies (1419), adhuc una diametro distabunt: erit igitur utriusque vis attractiva 1 divisum per quadratum distantiae 1, scilicet $\frac{1}{1} = 1$. Nihil horum vim dicit infinitam.

Idem dicas de saxo terræ insidente, de atomo saxum tangente. Semper distantia aliqua intercedit inter centra virium activarum, quæ semper tantum invicem distant, quantum centra massarum attrahentium. Nunquam ergo distantia nulla est; semper enim tanta saltem est quantum spatium centris interjacens.

II. Neque dixeris, globos, de quibus modo, majorem proximitatem, quam quæ ex superficie contactu est, obtinere posse; & eorum centra attractionis magis, magisque invicem accedere posse, superficiebus compressis. Iunc enim globorum materia non amplius commune attractionis centrum haberet; & quævis portio materiæ hujus compressæ peculiarem suum centrum haberet, ut mox explicabimus.

1426. **ASSERTIO.** *Maxima videtur duorum globorum vis attrahens quum contigui sunt.* (*Fig. 31*)

EXPLICATIO. Certum est primo, recedentibus invicem globis, eorum actionem attrahentem minui in duplicata inversa distantiarum

ratione (1416). Ostendamus modo, globos hos invicem penetrari non posse, quin eorum attractio minuatur.

I. Globus ferreus N ad maximam intra terras profunditatem D descendens partem suæ gravitatis amittere debere videtur. Hic globus enim in P attrahitur ad T totius telluris P R M S P attractione; quasi vero tota globi materia in T collecta esset.

At quum globus est in D, ad terræ centrum attrahitur tantum a telluris parte R D S M R; & eodem tempore attrahitur in P directione opposita a tota telluris parte R D S P R.

Quare si hujus globi D augetur attractio passiva ad telluris centrum accessu; videtur partem suæ gravitatis amittere debere, seu suæ attractionis passivæ ex opposita attractione, a qua ad telluris superficiem P trahitur. Ast hæc gravitatis diversitas non nisi minima esse potest in experimentis omnibus, quæ capi possunt; aliquot enim centenaria pedum telluris radio comparata nulla sunt.

II. Si ad telluris centrum cavitas sphærica esset diametro nonnullarum hexapedarum: globus hic ferreus in media cavitate T positus nullam haberet gravitatem; æque enim quaquaversum traheretur a stratis omnibus concentricis materiæ ambientis; hæc vero attractiones omnes æquales, & oppositæ invicem eliderentur. Quamobrem si quis in cavitate hac *omno* versaretur, quaquaversum in hac concava superficie procedere posset, sicuti nos quaquaversum in convexa telluris superficie incedimus, hoc tamen discrimine, quod nos gravitatem habemus, qua perpetuo ad terræ centrum trahimur: ille nullam neque ad centrum, neque ad terræ superficiem gravitatem haberet.

1427. OBJECTIO IV. Si mutua attractio in directa ratione massarum, & duplicata inversa distantiarum (1418) est generalis lex corporum omnia afficiens; natura ad suum ordinem per-

tur.

turbandum perpetuo adigitur, & informis fieri nititur. Remotissimæ enim stellæ, ultra quas nullum corpus est, ad penultimas perpetuo trahi debent; hæc a sequentibus; atque ita porro. Ergo stellæ omnes motu accelerato cum planetis, ac cometis illas circum euntibus sibi invicem occurrere debent; & cito fient informis massa in idem spatium collecta, atque commixta; hoc est informe chaos, de quo poetæ cecinerunt.

RESPONSIO. Lex attractionis a nobis exposita nihil tale neque proximum, neque remotum prænunciat. Ut objectionem majori claritate diluamus, supponamus in cælestibus spatiis stellæ duas tantum existere, solem nostrum A, & Syrium B, circa quos singulos planetæ nonnulli convertantur. Dico legem attractionis non postulare, ut sol, & Syrius invicem in unum concurrant. Idem de aliis stellis dicetur (Fig. 49).

I. Mutua vis attractiva solis, & Syrii non nisi minima esse potest ratione maximæ distantiae, per cujus quadratum eorum attractio activa dividenda est (1413). Ut minimam solis vim attrahentem in Syrium esse ostendamus, solis primo vim hanc in tellurem consideremus. Gravitās telluris in solem metitur attractionem activam solis in distantia centra solis, & telluris sejungente: hæc solis actio in tellurem motum telluri imprimit, quo nititur ad solem accedere ferme pedibus 32 uno minuto (1273): eundem vero motum Syrio imprimeret, si soli æque propinquus esset, ac tellus est.

Verum solis actio attractiva decrescit in duplicata inversa ratione distantiarum. Quare si tellus duplo distaret, ejus nifus in solem ab hujus attractione ortus esset quadruplo minor, adeoque octo pedum singulis minutis; si tellus millies tantundem distaret, ejus nifus in solem esset

esset decies centies millies minor, seu $\frac{x}{1000000}$ pedum triginta duorum. Tandem si tellus esset ad distantiam Syrii, quæ veluti infinite magna est, ejus nisus in solem esset veluti infinite parvus, seu pedum 32 pars veluti infinitesima quovis minuto temporis; adeoque infinitis ferme minutis exercenda esset, ut tellurem per pedes 32 ad solem adduceret. Ergo mutua solis, & Syrii attractio erit veluti infinite minima, & effectus tantum pariet physice nullos.

¶I. Si tamen quidpiam incommodi ex hac minima attractione adhuc timéatur, facile huic quoque occurreremus. Minima enim mutua attractio horum astrorum innumeris modis elidi potest. Quoniam quinam a Deo ex innumeris selectus fuerit ignoramus, unumquemlibet exemplo afferamus.

Sint A, & B sol; & Syrius, quos tamquam extrema mundi corpora considerabimus, intra quos alii soles C positi sint. Ex recentiorum placitis centrum solis omnino immobile non est in centro mundi nostri planetarii; sed re ipsa mobile periodice exiguam orbitam *aaa* describit circa quoddam centrum A non procul a centro solis, revolutione planetarum revolutioni valde simili, quæ attractionis activæ planetarum in solem dum circa illum convertuntur verosimiliter effectus est. Ex revolutione *aaa* circa centrum A sol exiguum motum centrifugum habet per tangentes *at*; quo satis, superque destrui potest minima illa attractio passiva solem A sollicitans in Syrium B.

Faciat Syrius similem revolutionem *bbb* circa centrum B non procul ab ejus centro; hæc vero Syrii revolutio *bbb* sit solis revolutioni *aaa* parallela. In hac hypothese non repugnante, imo verosimili, Syrius quoque vim habebit centrifugam per tangentes *bt*, qua perpetuo nititur

titur a sole A recedere, quæque satis, & super est, ut minima attractio passiva, qua ad solem A trahitur, elidatur. Nihil ergo in extremis his mundi globis erit, quo in hac hypothese inter innumeras alias assumpta, invicem accedere debeant.

Tertius sol C ad æqualem inter illos duos distantiam æque ad A, & ad B trahetur; nihilque erit, quo dimoveatur. Ergo in hypothese Neutoniana ordo primitus in natura a Deo statutus immutabilis perseverabit, nec in antiquum chaos revertetur.

III. Attractionis theoria observationibus mundi nostri planetarii dumtaxat comprobata est. Ex his demonstratum est, attractionem esse generalem naturæ legem in corporibus circa solem nostrum revolutis; non tamen demonstratum est & in aliorum solium systemate illam vigere.

Quum mutua corporum attractio non sit proprietas materiæ intrinseca, & essentialis, sed tantum liberæ Dei voluntatis effectus, patet, Deum alium rerum ordinem in quovis alio solis systemate statuere potuisse. In hac hypothese, cui nihil obest, activa attractio solis in stellas nulla esset.

IV. Verum, quum præter probabilitatem non sit, Deum totam rerum universitatem eidem attractionis legi subjecisse; dicendum est, si attractio & in stellas mutuo agit, Deum res ita disposuisse, ut minimæ hæ attractiones in iis distantis invicem æquilibrentur, & elidantur; & quantum ab innumeris minimis attractionibus stella una directione trahitur, tantundem ab æqualibus minimis attractionibus directione opposita trahatur, ut supra explicavimus. Hinc naturæ ordo a Deo primitus statutus immutatus perseverabit.

1428. OBJECTIO V. Plurima sunt phaenomena astronomica, quæ attractione non explican-

cantur. Exempli gratia, attractione non explicatur quare planetæ circa proprium axem convertantur; quare ab occidente in orientem potius, quam oppositam révolutionem circa solem habeant; quare eorum orbitæ omnes zodiaco inclusæ sub diversis angulis interfecentur; aliaque hujusmodi. Ergo tamquam causa insufficientis attractio Neutoniana reiicienda est, & ad impulsionem Cartesianam, qua omnia explicantur cælestia phaenomena, redeundum.

RESPONSIO. Plane cum Neutonianis fatemur, in attractionis principiis nullam phaenomenorum causam mechanicam assignari; & eorum rationem nullam reddi, nisi Dei voluntatem primitus talem rerum ordinem statuentis, & talem potius, quam alium, planetis circa suum axem, & circa solem motum imprimantis.

Initio temporum ante Dei actionem planetæ, ut materia omnis, inertes erant, nec motum potius, quam quietem postulabant; moti fuerunt, & adhuc moventur motu illis primum a Deo indito, quem causa nulla in vacuo, in quo moventur, destruere potest.

Aliam motus hujus causam, præter Dei voluntatem postulare, absurdum est. Peteretur enim *causa mechanica* ubi nulla causa mechanica haberi debet.

Pete a Cartesio, qui ubique causas mechanicas vult, cur vortex solaris ab occidente potius in orientem, quam contra convertatur: respondebit, nullam rationem aliam reddi posse, nisi quia Deus ita vorticem hunc converti voluit; & quum de primis rerum principiis agitur, absurdum esse aliam rationem, præter Dei voluntatem, postulare. Ita respondebit Cartesius, ut philosophum decet: ita & nos respondemus.

1429. **NOTA I.** Duo in natura sunt phaenomenorum genera distinguenda. Alia, ut perfe-

verent, causam perpetuo agentem, & applicatam postulant; cujusmodi sunt suspensio mercurii in barometro, penduli oscillatio, planetarum motus per curvam. Alia, ut perseverent, obstacula tantum omnia remota esse postulant, qua primigenia eorum actio interturbari, aut elidi possit: huiusmodi est motus rotationis sphaerae in vacuo, aut corporis cujusque solitarii in vacuo infinito motus per lineam rectam.

I. *Primi generis phaenomena* causam perpetuo agentem postulantiā exigunt, ut physicus vires inquirat aptas illa producere, & permanentes, ut perpetuo existant; tum ut modum, quo vires hae agunt, & actionis quantitatem in diversis circumstantiis definiat.

Hoc ipsum immortalis Neutonus praestitit, planetarum, & cometarum motum ellipticum explicans: hoc enim phaenomenon causam perpetuo applicatam postulat, qua eorum motus projectilis per rectam tendens perpetuo inflectatur, & causam perpetuo variabilem, cujus actio duplicatam inversam distantiarum rationem sequatur. Mira profecto hac in re est Neutonianæ philosophiæ praestantia. Non tantum Neutonus, ut vorticum assertores, phaenomena rudi quadam Minerva in eorum causis inquit: sed incerta reiciens, caelum totum accurato calculo subiicit; & sublimibus matheseos principiis ab attractione phaenomena omnia caelestia, eorumque consuetudina omnia, conditiones, variationes, directionem, vires cuique corpori in quavis positione congruas summa laude deducit.

II. *Alterius generis phaenomena*, quæ scilicet obstacula tantum remota esse postulant, primigeniam eorum causam dumtaxat a physico assignari petunt; & ostendi, nullam esse in natura causam physicam, cujus actione destrui, aut mutari possint. Hoc quoque Neutonus praestitit,

tit. Ille vacua spatia caelestia demonstrans obstacula omnia submovit, quibus motus rotationis, & projectilis a Deo primitus planetis, & cometis impressus, extingui posset.

Quamobrem si a Neutroniano petas, cur planetae circa axem roteantur motu semper sibi ad sensum parallelo, & ab occidente in orientem convertantur in planis semper plano eclipticae aequae inclinatis: cur cometae quavis directione toto ferme caelo moveantur in orbitis, quae e sole visae semper ad easdem stellas referuntur; respondebit, ut philosophum decet, planetas circa axem motu semper uniformi converti ex motu rotationis primitus a Deo illis indito, qui in vacuo a nullo obstaculo eliditur: in iis planis intra zodiacum moveri, quia Deus initio temporum illis motum projectilem ea directione indidit, non alia; eorum axem semper sibi parallelum perseverare, quia nihil est, quo in dies; aut annos ejus directio ad sensum muteatur: eorum revolutiones semper ad sensum in iisdem caeli punctis fieri, quia ad ea puncta motus eorum projectilis primitus directus fuerit, nec quidpiam est, quo motus hic, licet perpetuo ad solem inflexus, a primitivo suo plano distrahatur (1266). Dicit quoque, cometas alios aliis directionibus quaquaversum moveri, singulos directione motus projectilis a Deo illis primitus impressi (1283); quia nihil in caelorum vacuo est, quo motus hujus primigenii directio tollatur; qui motus, licet a solis attractione perpetuo inflexus, nihil invenit, unde cometa distrahatur, ne ejus curva semper ad eadem caeli puncta referatur.

Ulterius procedere, aut praeter primitivam, & perseverantem Dei actionem causam physicam, aut occasionalem petere absurdum esset, qua motus isti conservarentur, quum illa non indigeant. His causis opus habent motus, qui

ab

ab obstaculis perpetuo eliduntur: motus semel inditus, & nullo obstaculo elusus, nulla causa physica indiget, qua conservetur.

1430. **NOTA II.** In universa natura plura sunt, quorum in quovis systemate nulla, præter liberam Dei voluntatem, ratio reddi potest. Exempli causa, quænam in systemate vorticum reddatur ratio diversitatum, quæ in planetarum distantis, directionibus, excentricitate, diurnis, & annuis revolutionibus observantur?

I. Distantiarum diversitas omnino arbitraria videtur; neque enim aut directam, aut inversam magnitudinum rationem sequitur. Mercurius Venere minor est, & minus a sole distat: Saturnus Jove minor est, & magis distat.

II. Diversa orbitarum ad eclipticam inclinationum in planetis, tum in cometis æque arbitraria est; neque enim ad magnitudinem, aut ad distantiam, aut ad tempus periodicum certam ullam rationem dicit (1180).

III. Diversitas excentricitatis quoque arbitraria est; nullam enim certam rationem sequitur. Martis orbita, proportionem habita, magis excentrica est, quam Saturni, aut Jovis, qui magis a sole distant; quam telluris, & Venere orbita, qui minus a sole distant (1186).

IV. Celeritas revolutionis circa axem in planetis æque arbitraria est: nullam enim aut ad magnitudinem, aut ad distantias, aut ad tempora periodica certam rationem dicit (1181).

V. Diversitas temporum periodicorum nullam ipsa quoque certam rationem dicit ad massas in planetis, aut cometis (1190).

Quæ quum ita sint, a solo motu libere a Deo primitus hisce corporibus impresso, a directione, qua motus hic libere inditus fuit, a nullo obstaculo motibus his primigeniis obiecto varietates hæc unice repetendæ sunt. Has diversitates ita Neutonus explicat; nec aliam illæ explicationem admittunt, 1431.

1431. NOTA III. Etsi plura in natura sint, quorum ratio nulla, præter liberam Dei voluntatem, ratio reddi possit, non propterea illa cæco modo effecta fuisse dicendum est. Cum Leibnitio tenemus, *nihil sine ratione sufficienti in natura fieri* (50), quin tamen cum ipso dicamus, hinc ullam in Dei actione necessitatem haberi (*Mat.* 434, & 436).

Si modo quæras, quænam fuerit *causa finalis*, qua Deus tot diversitates in mundo nostro planetario statuit, conjecturis tantum in re, quæ conjecturas tantum admittit, respondimus.

Etsi homini Dei arcana penetrare nefas sit, & causas finales sæpius occultissimas detegere; tamen duas hac de re observationes proferre non verebimur.

I. Videtur Deus mundum universum generalibus, & immutabilibus legibus, etsi ipsi liberis, subjecisse (1306, 1430); ut hominibus indicaret, mundum, mirum, & immutabile opus esse infinitæ potentiæ, & sapientiæ, a qua, non a casu, conditus fuit, & conservatur.

II. Videtur Deus tantam in planetarum, & cometarum massis, directionibus, excentricitatibus, distantis diversitatem posuisse; sive, ut rerum universitas varietate ipsa ditior esset; sive ne homines arbitrarentur, hujus rerum ordinis causam esse aut intrinsecam aliquam naturæ exigentiam, aut aliquem in naturæ Auctore libertatis defectum.

At omissis de causis finalibus conjecturis, certum esse, nullam esse theoriam, in qua magis, quam in Neutonica, rerum universitas a Deo pendeat, quæ sane theoria in omnibus & physicæ, & religionis principiis apprime consentit.

§. III.

ATTRACTIONIS INFLUXUS.

1232. OBSERVATIO. **A**ttractionis imperium nullis, nisi ipsius naturæ, quam ubique regit, saltem in mundo nostro planetario, limitibus coercetur. Ejus modo influxum in corporum gravitate, in motu curvilineo planetarum, & in maris æstu perpendemus.

CAPUT PRIMUM.

GRAVITAS CORPORUM.

1433. **M**aximum naturæ phaenomenon est corporum gravitas. Quænam est ejus causa? Problema hoc, quod omnium physicorum ingenia exercuit, ab immortalī Neutono tantum apte solutum fuit.

Systemata hac in re excogitata exponentes, obsoletam sententiam negligemus eorum, qui gravitatem dicebant qualitatem occultam materiæ: hi effectum supponebant nulla, aut tantum inani causa assignata. Hæc jam a sana physica exularunt.

Sententia Gassendi.

1434. SENTENTIA I. Gassendus effluvium corpusculorum uncinatorum excogitavit, quæ a tellure undique in radii producti directione erumperent. Quum hæc corpuscula in aliquod cor-

corpus incurrunt, illi motum imprimunt suo oppositum. Hinc corporis hujus gravitas, quod natura non magis per radium ascendere, quam descendere, aut per hunc magis, quam per tangentem moveri nitebatur (*Fig. 51*).

CONFUTATIO. Hujus hypothesis, ut, & hypothesis vorticum, primum vitium est inverisimilitudo. At hæc corpuscula, & qui ex illis effectus haberi deberet expendamus.

I. Corpuscula hæc e terra erumpentia directione radorum TA, TB, TN, in corporum superficiem telluri obversam incurrere necessario debent. At vero vel in partes solidas incurrent; & tunc illis proprium motum communicabunt, quo non ad centrum terræ adducuntur corpora, sed inde repellentur; aut in interstitia incurrent, & tunc procedent nullo motu communicato corpori, quod nullo obstaculo traiciunt.

II. Quum corpuscula hæc tantam vim habeant, ut tantum gravitatis motum communicent corporibus, in quæ incurrunt, massam profecto ingentem habere debent; ceterum, quæcumque sit eorum velocitas, eorum impulsus, lucis impulsus, insensilis esset, nec corpora dimoveret. Quo pergit igitur tanta materiæ copia perpetuo e tellure erumpens? Abit ne non reditura? Tellus tunc brevi exhausta esset. Ad tellurem ne redit? illi ad hoc gravitate opus est. A Gassendo petendum modo est, unde gravitas materiæ gravitatem producenti adveniat.

Sententia Cartesii.

1435. **SENTENTIA II.** Per Cartesium ejusque sectatores, gravitas non insidet nisi materiæ striatæ; ejus vero causa est materia ætherea (1384), quæ gravitate caret. Ut hæc cum Cartesianis concipiamus, (*Fig. 53*)

Sit S centrum ingentis vorticis, puta solaris:
P planeta abreptus directione MN a vortice:

-la a,

aa, *cc*, *rr*, *nn* innumeri vorticilli planetæ contigui.

I. Dum totus vortex circa centrum *S* convertitur, inquit Cartesiani, vorticilli magis remoti *aa*, *cc* majori pollent velocitate, & vi centrifuga, quam minus distantes *rr*, *nn*; ergo vorticilli superiores *aa*, *cc* majore vi nituntur a centro *S* recedere, quam inferiores *rr*, *nn*.

II. Vorticilli superiores *aa*, *cc* niti nequeunt a centro *S* recedere, quin nitantur sese assequi, & planetam *P* ad centrum *S* totius vorticis propellere. Pari modo vorticilli inferiores *rr*, *nn* niti nequeunt motu centrifugo a centro *S* vorticis recedere, quin nitantur sese assequi, & planetam *P* a vorticis centro *S* repellere. Quare si vorticillorum *aa*, *rr* vires æquales essent, planeta inter vires æquales, & oppositas neque ad vorticis centrum *S* accedere, neque ab eo recedere niteretur.

III. At quum vis centrifuga major sit in vorticillis superioribus *aa*, quam in inferioribus *rr*, Planeta *P* neque de se ad centrum *S* accedere exigens, neque ab eo recedere, perpetuo ad centrum propelletur ab excessu virium vorticillorum superiorum *aa* supra inferiores *rr*. Ex hoc virium excessu in *aa* supra *rr* planeta semper vorticillis involutus semper a superioribus premetur majore vi directione *PS*, quam ab inferioribus directione opposita *SP*. Hinc per Cartesianos gravitatio, seu ejus nifus ad centrum *S*, cujus causa unica est impulsus vorticillorum continguorum, qui majorem actionem exercent in *aa*, quam *rr*.

1436. CONFUTATIO. Etsi jam vorticum fabulam profligaverimus (1399), supponamus modo illos existere; & ostendamus non aptius gravitatis phaenomenis explicandis inservire, quam cælestibus motibus planetarum, & cometarum,

I. Evi-

I. Evidens est, nec Cartesiani inficiari possunt, globum P materiæ ætheræ immersum sive elasticæ, sive non elasticæ necessario velocitate materiæ, qua vehitur, moveri debere. Habet ergo globus iste in superiori, & in inferiori superficie vim centrifugam ipsi vi vorticillorum contiguorum prorsus æqualem. Ergo habet globus in superiori parte, quo obstat excessui vis centrifugæ vorticillorum superiorum *aa* supra inferiores *rr*. Ergo si globus gravitate de se caret, nullo pacto ad centrum S magni vorticis propelleretur ab hoc vorticillorum *aa* excessu supra inferiores *rr* minus distantes: globus enim sive in *aa*, sive in *rr* vim centrifugam habet omnino æqualem ipsi vi vorticillorum, quibus premitur.

Vim demonstrationis senserunt Cartesiani. Quare ut se tuerentur, vorticillis globo P contiguis vim centrifugam tribuerunt ab ea diversam, quæ a magno vortice oritur; & *cujusque vorticilli propriam* ortam a celeri rotatione cujusque vorticilli circa suum axem *a, c, r, n*. Hi vorticilli sive ex majore massa, sive ex celeriore rotatione eo majorem vim centrifugam propriam habent, quo magis a magni vorticis centro S distant. Quare globus P, qui ubique vi centrifuga pollet illi æquali, quam habent strata magni vorticis, in quo locatur, propelleretur ad S ab excessu vis centrifugæ propriæ vorticillorum superiorum *aa* supra inferiores *rr*; globus P siquidem quum sola vi centrifuga donatus sit toti magno vortici communi, nihil habet, quo se subducatur pressioni vis centrifugæ propriæ vorticillorum *aa, rr*, a quibus urgetur. Ac quæso, hi vorticilliales minoribus facti vorticillis melius ne gravitatis phænomena explicant? nequaquam sane; ommissa enim nullæ eorum existentiae verisimilitudine,

II. Quoquo modo superiores vorticilli *aa* planetam ad S propellant sive excessu vis centrifugæ

fugæ communis, siue peculiaris; planeta debet motu perpetuo accelerato aut ad axem, aut ad centrum magni vorticis deferri, quin quidpiam hunc lapsum *PS* impediatur; nequit enim maiorem vim centrifugam communem planeta habere, quam stratum magni vorticis a quo trahitur; & semper urgetur ab excessu vis centrifugæ superiorum vorticillorum *aa* supra inferiores *rr*. Quare planetæ, & cometæ omnes juxta theoriam Cartesianam brevi in solem labi deberent.

III. Quoquo modo impulsus fiat, quo corpora cadunt, siue a communi vi centrifuga oriatur, siue a peculiari; corpora omnia labentia non ad vorticis centrum ferri deberent, sed ad axis punctum respondens eorum distantia a vorticis æquatore; in revolutione enim sphaeræ supra suum axem strata omnia æquatori parallela circulos suos peculiare describunt, quorum centra in axe sunt; & vires centrifugæ semper centripetis sunt e diametro oppositæ. Ita lapis libere cadens in latitudine graduum 43 dirigi deberet non ad terræ centrum, sed ad punctum axis terrestriis æque, & a terræ centro, & a proximo polo distans.

Experientia theoriæ consentit. Si enim celeriter circa axem globus vitreus convertatur aqua plenus, cui commixtæ sint aliquot olei guttæ, ceræ frusta, aut aliud corpus aqua levius; in globi revolutione aqua excessu suæ vis centrifugæ ad peripheriam ubique fertur, & leviora corpora ad descensum cogit non ad globi centrum, sed ad axem in ea latitudine, quam ante lapsum obtinebant. Frustra enim hypotheses & ratiocinia confinguntur, ut quæ experientiæ sunt opposita statuantur. Globus, de quo agimus, Cartesianum machinamentum satis exhibet; atqui in hoc globo corpora minore vi centrifuga donata non ad centrum feruntur, sed ad diversa axis puncta; ergo id ipsum corporibus continget a telluris vortice delatis, puta
lapi.

lapidi e recto labenti. Hic itaque in Gallia non ad terræ centrum tendere deberet, sed ad axis punctum ferme & a centro terræ, & a polo boreali æquæ distans: quod profecto phænomeno gravitatis terrestris contrarium est.

IV. Quoquo modo vorticum impulsus corpora ad descensum adigeret, corpora gravia gravitatem habere deberent non massis, sed superficiebus proportionalem: corpora enim a vorticibus propulsa eo majorem impulsuum numerum subire debent, quo majorem superficiem vicinam, aut peculiari centrifugæ vorticum impellentium obiciunt. Atqui gravitas non superficialibus, sed massis proportionalis est; ergo gravitatis causa non est vorticum impulsus.

V. Quoquo modo vorticum impulsus corpora ad descensum adigat, corpora motum accelerare non deberent juxta numeros impares (366). Qua ratione enim motus acceleratur, eadem corpora ex parte subducit a vorticum impulsu, qui perpetuo debiliior effectus minorem effectum parere debet quam qui a numeris imparibus exprimitur; effectus enim ab his numeris expressus vim acceleratricem constantem, & uniformem postulat. Ergo theoria vorticum gravitatis phaenomenis non est conformis.

VI. Certum est, materiam ætheream Cartesianorum, si datur, & ipsam gravem esse, ut cetera corpora: ergo gravitatis causa non est hujus materiæ impulsus. Probo antecedens. In quavis vorticum hypothese semper materiæ æthereæ motus curvilineus tribuitur; atqui hoc probat in materia ætherea gravitatem ab impulsu non productam. Motus enim quivis curvilineus duo necessario postulat, vim projectionis, & vim centripetam, seu visum in directione tangentis, & alium in directione radii. Ergo Deus initio temporum materiæ æthereæ, si datur, utrumque motum, alterum ab altero non pendentem, indidit; si enim initio materia

ria

ria ætherea motum tantum projectilem per tangentem habuisset, motum in directione radii inflectere nequivisset. Atqui in natura res primigeniis causis perseverant, & primigenias leges perpetuo servant; quum ergo gravitatio in materia ætherea sine impulsu cœperit (nullus enim impulsus hoc primo, de quo agimus, anterior supponi potest); jam gravitatio in materia ætherea sine impulsu perseverat. Ergo hæc si datur, gravitatem habet, cujus causa quaerenda est. Ergo nullo modo hypothesis Cartesiana corporum gravitatem explicat.

1437. OBJECTIO. Rationes allatæ ad ætheris Cartesiani gravitatem probandam solidæ non videntur. Cœperit enim motus projectilis materiæ ætheris in cavitate sphærica, at elliptica: motus hic ab hac cavitate coercitus perpetuo inflectetur sine vi centrali ab impulsu non pendente. Atqui talem Cartesiani vorticum motum in pleno supponunt, in quo stratum quodvis a superiori strato coercetur: ergo vortices inflecti potuerunt sine propria gravitate.

RESPONSIO. I. In metaphysica ostendimus, mundum esse non posse extensione infinitum: extra mundi fines spatium esse increatum, & infinitum omni materia vacuum, in quo in infinitum nova materia locari potest (*Math.* 442) Nulla ergo ultra postrema vorticum Cartesianorum strata cavitas est sphærica, aut elliptica, qua motus projectilis extremorum stratorum coerceatur.

Ergo juxta certas motus leges, qui natura lineam rectam affectat, & hanc re ipsa sequitur, nisi ab aliqua causa, aut ab aliquo obstaculo inflectatur (309); postrema strata, dein penultima, tum sequentia successive in infinitum moveri debent per lineam rectam, tangentem sequi, & per infinitum vacuum dispergi, nisi gravitate, aut vi centripeta perpetuo inflectantur, & circa commune vorti-

Phys. Tom. IV.

R

cis

cis centrum coerceantur. Ergo solide demonstratum est, materiam ætheream, si datur, veram habere gravitatem ab impulsu non procedentem: sicuti habet flamma, fumus, aer, corpora omnia solida, liquida, fluida nobis nota. (243)

II. Et si Cartesianis concederetur, nullum esse vacuum ultra extrema vorticum strata, non propterea stare eorum hypothesis. Præter enim absurda ea omnia, quæ in illa jam deteximus, immanem affricum machina hæc ubique pateretur. Quare ex hoc affricu, & ex resistentia, quam cujusque vorticis extremum stratum perferret in cavitate illa sphærica, aut elliptica, & qua successive inferiora strata afficerentur, totus vortex magnam primigenii motus partem perpetuo amitteret, & cito iners fieret. Demonstratum est enim, motum in omnibus corporibus resistentia extingui (310). Hæc falsarum hypothesium conditio est, ut abyssum non evitent, quin in aliam incident, *Incidit in Syllam cupiens vitare Charybdin.*

Radiatio Leibnitii.

1438. SENTENTIA III. Acer vorticum asseritor celebris Leibnitius aperte novit, a vi quavis centrifuga vorticum gravitatem oriri non posse. Ut itaque gravitatem theoriæ vorticum conciliaret, ætheri Cartesiano (ejus motu revolutionis communis, & peculiaris perseverante) *novum motum* tribuit, nifum scilicet a vorticis centro ad peripheriam.

Ex hoc novo motu, quem Leibnitius *radiationem* vocat, Vilmontius ab *ebullitione* totius vorticis oriri vult, uterque corporum gravitatem inferre contendit; si enim utrumque audias, nequeunt vorticilli undequaque a magni vor-

VOR-

vorticis centro ad peripheriam tendere per innumeros radios, quin corpora obvia ad commune vorticis centrum propellant.

CONFUTATIO, I. *Radiatio* hæc, & *ebullitio* hypothesim vorticum efficit compositam magis, ac complicatam, adeoque minus semper admittendam. (Fig. 53)

II. Patet, radiationem hanc magna ex parte confutatæ jam Gassendi hypothesi similem esse. Si quid ipsa efficere posset, corpora potius ad vorticis peripheriam, quam ad centrum propelleret. (1434)

III. Hujusmodi vortex esset veluti fluidum undequaque conclusum, & undequaque a centro ad peripheriam impulsus. Atqui hoc fluidum, ut illustris Joannes Bernullius ostendit, juxta leges æquilibræ ubique quiescere debet: ergo corpus illi innatans undequaque æqualiter pressum quiescere & ipsum debet, nec ullam ad centrum fluidi gravitationem habere. Ergo nullo modo gravitas corporum a vorticum impulsu oriri potest, quoquo modo hos vortices agi fingatur.

Attractio Newtoni.

1439. SENTENTIA IV. Per Newtonum gravitas corporum est effectus generalis attractionis legis in ratione directæ massarum, & duplicata inversa distantiarum sive in vacuo, sive extra vacuum; & gravitas cuique omnino materiæ propria est; quævis enim materia subest actioni corporis illam trahentis vi, quæ semper & ubique est productum suæ massæ divisum per quadratum distantæ a corpore attracto, quæcumque corporis attracti massa, & natura sit. (1418)

P R O P O S I T I O.

1440. *Gravitas corporum est effectus non impulsione, sed attractionis.*

DEMONSTRATIO. Patet, gravitatem esse effectum generalem in natura, in qua corpora omnia ad quædam centra gravitare videmus. Porro hic effectus a generali causa produci debet. Atqui, duæ generales causæ in natura sunt impulsio, & attractio; ab alterutra igitur produci debet, nisi ab ambabus simul producat.

I. Certum est corporum, gravitatem ab impulsione non produci; primo, quia gravitas in planetis est, & agit, ut & in cometis, in vacuo, ubi nihil materiæ impellentis est, & ubi gravitas a nulla causa impellente produci potest (1399): deinde quia in quavis impulsione hypothese nunquam gravitas, ut in natura existit, ab earum ulla progigni potest. (1436)

II. Certum est, gravitatem esse omnibus omnino corporibus, nullo excepto, nobis notis proprietatem communem (243). Certum quoque est corpora omnino omnia nobis nota invicem gravitare, lunam, & terrestria corpora in tellurem, cometas, & planetas primarios in solem, planetas secundarios in primarios, in spatiis quoque, ubi nulla materia est apta illis impulsione, & gravitatem indere. Certum est, materiam omnium, quæ excogitari potuerint, tenuissimam gravitatem propriam habere, qua perpetuo, si datur, motus ejus inflectitur (1436, 1437). Ergo gravitas, saltem in nostro mundo planetario, est proprietas corporibus omnibus communis.

III. At vero, si hujus proprietatis phænomena theoriæ impulsione conciliari nequeunt (1436);

(1436); æque certum est, gravitatis phænomena, ut ubique apparent, optime theoriæ mutuæ attractionis congruere; data siquidem mutuæ attractionis lege in directâ ratione massarum, & duplicata inversa distantiarum in omnibus mundi nostri planetarii corporibus (1416), ex hac lege sequentur omnia gravitatis phænomena ut ab experientia, & observatione exhibentur. Exempli causa,

Primo ex hac lege sequitur, in corpora omnia *globum terrestrem* componentia, seu ad illum prope, aut procul pertinentia ad ejus centrum gravitare debere (1419): si tellus non sit perfecte sphaerica, gravitationem ubique ad ipsum centrum tendere non debere (1420): gravitationem corporis remotioris a centro telluris minorem esse debere gravitatione propioris (251): gravitationem vero ubique, & semper esse in duplicata ratione inversa distantiarum (1272): in eodem spatio vacuo, & non resistente plumam, & plumbum eadem velocitate ad terræ centrum tendere debere (245), quum utrumque corpus ab eadem vi acceleratrice, telluris scilicet attractione, moveatur (1415): ex hac vi corpora in vacuo motum accelerare debere juxta numeros impares (366), modo spatia non admodum longa sint: si vero descensus fieret in longissimo spatio, & diutius perduraret, motum acceleratum auctum iri in majori ratione, quam quæ est numerorum imparium; tunc enim vis acceleratrix non esset amplius ad sensum uniformis, & augetur respectu corporis attracti.

Ex hac lege deinde requiritur, tellurem in lunam, atque hanc in illam mutuo gravitare debere (1411): Saturni, & Jovis satellites in suum planetam primarium: hunc in solem, ut luna in tellurem: planetas duos propinquos, puta Saturnum, & Jovem, in conjunctione alterum in alterum agere debere, & curvæ suæ,

390. *Theoria phaenomenorum caelestium.*

ac motus ordinem perturbare, ut re ipsa contingit (1445) : in planetis magis a sole remotis gravitationem in illum minorem esse, quam in propinquioribus; & gravitates respectivas semper, & ubique esse debere, ut re ipsa sunt, in duplicata inversa ratione distantiarum (1273) : in cometis, qui modo soliproxi-
mi sunt, modo ab illo remotissimi, gravitatem fore maxime variam, ut esse re ipsa constet: atque alia hujusmodi.

IV. Cuinam persuades, tantam, tamque constantem, & universalem phaenomenorum gravitatis cum universalis attractionis lege concordiam haberi posse, quin ex hac lege illa descendant? cuinam contra persuadeas, phaenomena ista posse adeo theoriae impulsione opponi, & adhuc esse ejus effectus? Certum ergo, ac demonstratum est ex ipsis phaenomenis, gravitatis corporum causam esse non impulsione, quoquo modo illa constringatur, sed universalem, & mutuam attractionem in ratione directa massarum, & duplicata inversa distantiarum. Q. E. D.

CAPUT SECUNDUM.

MOTUS CURVILINEUS PLANETARUM,
ET COMETARUM.

PROPOSITIO I.

1441. *P*haenomena omnia motus curvilinei planetarum, & cometarum a mutua illorum, & solis attractionis generali lege descendunt.

EXPLICATIO. Ante Neutonum Keplerus observatione deprehenderat, planetas omnes primarios cieri a vi centrifuga semper, & ubique in duplicata inversa ratione distantiae a sole; atque vim hanc modo majorem, modo minorem in quovis planeta modo magis, modo minus motum projectilem in quovis orbitae puncto inflectere. Hoc Kepleri inventum totius astronomiae basis est.

Neotonus vis hujus centralis causam in natura investigavit, quae vis perpetuo variabilis semper est in duplicata inversa ratione distantiae a sole; postquam vero ostendit, causam hanc impulsionem esse non posse, ostendit vis hujus centralis causam physicam esse mutuam, & universalem corporum omnium attractionem tum in vacuo, tum extra vacuum.

Observavit Neotonus, ex eadem lege virium centralium in ratione duplicata inversa distantiarum inflecti motum projectilem planetarum secundariorum circa primarios, & cometarum circa solem; ostenditque vis hujus in cometis causam physicam esse activam solis attractionem in planetis vero secundariis activam primarii attractionem.

R 4

Osten-

Ostendit deinde Neutonus, data lege mutua inter omnia naturæ corpora attractionis in ratione directâ massarum, & duplicata inversa distantiarum (1412, 1416), omnia in cælo visum iri phænomena, quæ re ipsa observamus, & iis omnibus conditionibus convestita, eademque confectaria deduci, easdemque anomalias haberi debere, quæ observatione deteguntur. Porro observationes astronomicæ post Neutonium toto orbe habitæ summi hujus viri theoriam naturæ ipsius theoriam esse comprobarunt.

DEMONSTRATIO. Data lege mutuae, & universalis attractionis in ratione directâ massarum, & duplicata inversa distantiarum, sequentia phænomena descendunt, quæ sunt ipsa Kepleri theoria a Neutono explicata, ab omnibus astronomis jam admissa, & accuratissimis observationibus prorsus confirmata.

I. Planetæ, & cometæ in curva circa quædam centra movebuntur: eorum enim motus projectilis per tangentem perpetuo a vi centrali inflectetur ab activa corporis illos attrahentis attractione orta; exempli gratia, immanis solis massæ, cujus volumen est ferme decies centies millies tellure majus.

II. Planetæ, & cometæ curvas describent inæqualiter excentricas quaquaverfum; juxta diversam virium projectilis, & centralis compositionem eo instante, quo in vacuo eorum revolutio cœpit (1285).

III. Curva cujusque planetæ, aut cometæ semper, saltem diuturno tempore, per eadem cæli puncta describetur: motus enim projectilis astri etsi perpetuo ad centrum a vi attractiva centri hujus sinflexus nihil habet, quo a primitivo sui motus plano removeatur (1266).

IV. Radius planetæ, aut cometæ vector semper æqualibus temporibus æquales areas, & inæqualibus temporibus areas his proportionales describet; astrum enim semper agitur a vi
cen-

centrali his effectibus producendis opportuna (1279).

V. Motus ejusdem planetæ, aut cometæ in sua curva elliptica alternis accelerabitur, & retardabitur pro diversa a centro attrahente distantia (1275): ejus velocitas absoluta semper inversam radii vectoris rationem sequetur (1281): ejus vero velocitas angularis erit in ratione duplicata inversa radiorum vectorum (1282).

VI. Axis cujusque planetæ, circa quem rotatur, semper, saltem tempore maxime diuturno, sibi ad sensum parallelus permanebit; centrum enim, cui vis attractiva insidet, puta centrum solis, semper ad sensum æque distat ab extremis axis planetæ, nec majorem in alterutrum extremum vim exercet in periodica planetæ circa axem rotatione (1327, I.).

Poterit tamen axis tandem sensibilibiter inflecti; at hoc fiet aut a solis, aut a proximi planetæ attractione: sicuti contingit & in axe lunæ, qui exiguam librationem habet; & in axe telluris, cui ex æquatoris intumescencia oritur motus revolutionis conicæ circa polos eclipticæ (1328).

VII. Velocitates mediæ planetarum erunt in ratione subduplicata inversa distantiarum mediarum a centro attractionis (1303): quadrata temporum periodicorum erunt in triplicata ratione distantiarum mediarum ab hoc ipso attractionis centro; unde in ipsis oritur vis centralis semper, & ubique in ratione duplicata inversa radii vectoris, seu distantiae a suo attractionis, & gravitationis centro; atque ita de reliquis in universa Kepleri theoria. Q. E. D.

PROPOSITIO II.

1442. *Anomalia motus luna, revolutio retro-grada aquatoris terrestris, motus inaequalitates Saturni, & Jovis, exigua solis revolutio circa centrum parum a suo centro distans ab unica universali attractione procedunt.*

1443. EXPLICATIO I. Observatione constat, lunam circa tellurem orbitam describere ellipticam $AMBNA$, *ambna* (Fig. 14): orbitam hanc modo aliquanto magis, modo minus esse ad eclipticae planum MNR , PXY inclinatum: eam aliquantum modo extendi, modo constringi: orbitae hujus absides, seu puncta magis a centro distantia motum habere revolutionis periodicae ab occidente in orientem in consequentia signorum: nodos M , N hujus orbitae motum habere revolutionis periodicae ab oriente in occidentem in antecedentia signorum. Porro phaenomena haec omnia a mutua attractionis lege inter tellurem, & solem descendunt. Ab activa enim telluris, & solis in lunam attractione oritur vis composita, quam *perturbatricem* nuncupavimus, & a qua anomaliae omnes procedunt, quae in luna conspiciuntur (1235). Exempli causa:

I. *Attractio activa solis perpetuo luna velocitatem, seu motum projectilem interturbare debet; vis haec enim illum imminuit in primo, & tertio suae revolutionis quadrante, augeat in secundo, & quarto (1237, III.).*

II. *Attractio activa solis perpetuo luna gravitationem, seu vim centralem in tellurem perturbare debet; vis haec enim solis gravitate hanc augeat parte ferme $\frac{1}{7} \frac{1}{8}$ in quadraturis, imminuit ferme $\frac{1}{8} \frac{1}{9}$ in syzigiis: eam diutius imminuit, quam augeat (1237, II, VII.).*

III. *Attractio activa solis luna nodos retro-gradus reddere debet; quo magis enim luna ab ecliptica*

eclipticæ plano, in quo semper sol est, recedit; hujus vis attractiva gravitatem in luna ad solem efficit, qua ejus motus projectilis ad eclipticæ planum inflecti debet, eaque in eclipticæ punctum magis occidentale transferri in transitu a nodo ad alium, ut alibi explicavimus (1239).

IV. *Attractio activa solis revolutionem directam parere debet in linea absidum, seu in axe primo orbitæ lunaris.* Si enim sol in lunam non amplius ageret, lunæ gravitas, seu vis centralis in tellurem a nulla causa perturbata ipsam duplicatam inversam distantiarum rationem in tota orbita sequeretur, juxta Kepleri legem, & juxta communem omnium corporum curvas in se redeuntis describentium legem; tunc vero in punctis omnibus a telluris centro æque distantibus vis hæc centralis motum lunæ projectilem æqualiter inflecteret; atque hic motus semper in tota orbita æque inflexus curvam semper constantem AMBN A describeret, cujus axis primus ATB semper eadem cæli puncta respiceret (Fig. 14).

At actio attractiva solis lunæ gravitatem, seu vim centalem auget in quadraturis, minuit in syzigiis: minus auget in quadraturis, quam minuat in syzigiis (1237): quare, pensatis pensandis, vis centralis lunæ in tellurem in quavis integra revolutione minuitur. Itaque (Fig. 55.):

Posita tellure in S foco orbitæ lunaris LAML: supposito quoque, postremum apogæum contigisse in M: dum luna a perigeo ad novum apogæum transit, ejus motus projectilis minore vi inflectitur, quam quæ sit in duplicata inversa ratione distantiarum. Motus hic projectilis minus inflexus minus a tangente singulis instantibus recedit; hinc patet serius, & remotius, & in puncto magis orientali *m* ad eum inflexionis gradum pertingere debere, qui an-

396 *Theoria phenomenonum celestium.*

gulum rectum cum radio vectore efficiat. Atqui unicus anguli recti m locus est lunæ apogæum: ergo hoc perpetuo magis orientale fieri debet, & motum habere in consequentia signorum $P Q R T V X P$. Quare si axis primus lunæ modo sit $L S M$, hic in sequenti revolutione erit $r S m$, ut alibi exposuimus (1241).

1444. EXPLICATIO II. Observatione constat, totum firmamentum re, aut specie moveri ab occidente in orientem in consequentia signorum circa polos eclipticæ annis 25740 (1131). Theoria veri mundi systematis constat, motum hunc firmamenti tantum apparentem esse; atque oriri a vero telluris motu ab oriente in occidentem in antecedentia signorum circa terrestrem axem axi eclipticæ parallelum (1327).

Motus hujus telluris retrogradi causæ physicæ sunt & attractio solis in extantem armillam æquatoris terrestris eclipticæ plano obliqui: & attractio lunæ in eandem armillam, quæ quoque plano orbitæ lunaris obliqua est; ut alibi explicavimus (1329).

A duplici hac solis, & lunæ attractione in partem extantem terrestris æquatoris oritur in tellure motus retrogradus partium suarum omnium circa axem terrestrem axi eclipticæ parallelum; atque ex hoc telluris motu retrogrado exurgit motus apparens directione opposita in toto firmamento, & phænomenon præcessionis æquinoctiorum.

1445. EXPLICATIO III. Observatione constat, planetarum orbitas ad sensum fixas esse, & immobiles, & earum aphelia eadem cæli puncta diuturno tempore respicere: hæc tamen aphelia in planetarum orbitis inter solem & Saturnum sitis exiguum motum habere in consequentia signorum, qui post quemdam revolutionum numerum sit sensibilis: lentum hunc
aphe-

apheliorum progressum majorem esse in Jove quum in conjunctione est cum Saturno, minorem quum est in oppositione. Hæc quoque phaenomena a generali mutuae attractionis lege descendunt omnium corporum mundi nostri planetarii, atque illam summa certitudine confirmant.

I. Orbitæ planetarum in principiis Newtonianis esse debent, ut re ipsa sunt, diuturno tempore fixæ, & immobiles ad sensum. Quivis enim planeta ab aphelio ad perihelium transiens semper eandem semitam percurrere, semper eandem curvam describere, aphelia, & perihelia in iisdem cæli punctis habere debet; si in punctis omnibus ab aphelio æque distantibus exempli gratia, agatur semper & ab eadem vi projectili per tangentem tendente, & ab eadem vi centrali, qua per radium trahatur. Atqui in quovis puncto ab aphelio utrinque æque distante quivis planeta sive ascendens, sive descendens & ab eadem vi projectili agitur, & ab eadem vi centrali a solis attractione orta; neque ulla alia causa in ipsum in cælorum vacuo agere potest. Ergo motus ejus projectilis, & centralis a nulla extranea causa turbatus illum semper per eandem semitam, & per eandem curvam vehet; nec ulla mutatio diuturno tempore percipietur.

II. Planetarum inter solem, & Saturnum positorum aphelia debent tamen exiguum motum directum habere in consequentia signorum, qui post plurimas revolutiones sensibilis fieri poterit. Mutua enim omnium corporum attractione, dum tellus Jovi, & soli interjacet, hinc a sole, illinc a Jove attrahi debet: unde ejus in solem gravitatio paululum imminuitur: idem dicas de ceteris planetis. Quare, etsi attractio activa solis sit cujusque solitarii planetæ, imo & omnium simul attractione multo major; hæc tamen mutua planetarum inter se activa attractio

ctio

ctio aliquid potest; semper enim est productum massæ divisum per quadratum distantiae a corpore attracto. Ergo hæc activa planetarum attractio verum effectum parere debet: hic vero est lentus apheliorum, & periheliorum progressus; ut explicare pergimus (*Fig. 55.*).

Sit sol S Jupiter A: Saturnus B in conjunctione cum Jove, & ambo sint a sole visi. M aphelium præcedens Jovis: N aphelium præcedens Saturni. Ex demonstrata attractionis theoria Jupiter in R a Saturno attrahitur; & hæc Saturni in Jovem attractio Jovis in solem gravitationem minuit: & hæc attractio Jovis in Saturnum Saturni in solem gravitationem auget. Ex mutua hac attractione Saturnus infra orbitam suam B N descendere debet; Jupiter supra suam A M attolli. Siquidem,

Primo, si vis centralis Jovis nihil a Saturni actione mutaretur, Jupiter arcum A M percurreret, nec a sua curva recederet: ejus motus projectilis inflexionem in M habuisset, ut in præcedente revolutione, quæ angulum cum radio vectore rectum efficit: esset ergo in aphelio; & hoc aphelium M e sole visum ad V referretur. At quum vis centralis Jovis ab attractione Saturni superius, & prope illum positi imminuatur, motus projectilis Jovis minus perpetuo inflectitur a vi centrali debilitata; motus hic vero projectilis diuturnior esse debet plures attractiones subire, arcum majorem percurrere ut eam inflexionem obtineat, quæ angulum rectum, & aphelium in *m* efficiet: hoc aphelium *m*, quod semper punctum est, ad quod motus projectilis radio vectori maximo perpendicularis est, a sole visum referretur ad X in cæli puncto magis orientali, & magis producto in consequentia signorum P Q R T V X P. Facile intelliges, similes effectus produci debere a Jove in Marte, ab ambobus in tellure, ab hac in Venere, & ab hac in Mercurio,

pro-

progressionem scilicet directam magis minusque lentam in apheliis, adeoque & in orbitarum apheliis.

Deinde opposita ratione Saturnus non arcum $B N$, sed tantum arcum $B n$ percurreret, ut ad suum aphelium n perveniat, quod videbitur in T . Hoc ideo est, quia motus projectilis Saturni, qui semper majore vi inflectitur a conjuncta actione solis, & Jovis, minori tempore indiget, ac paucioribus attractibus, ut inflexionem obtineat, qua habebitur & apheliam, & angulus rectus cum radio vectore in n : quare ejus aphelium non progredietur, ut, in Jove, sed regredietur.

Si posito Jove in A Saturnus esset in D , eorum mutua attractio imminuta in ratione duplicata inversa distantiae nimis infirma esset ad perturbationem in illis faciendam ab astronomis observatam, & a nobis explicatam.

1446. OBJECTIO. Quoniam ex Jovis attractione Saturni aphelium regreditur, eadem ratione telluris attractio Martis aphelium retrogradum redderet, & Mercurii attractio aphelium Veneris. Ergo, remotiorum planetarum attractione a propinquiorum attractione æquilibrata, aphelia eorum immota esse deberent.

RESPONSIO. Si omnes activæ planetarum attractiones æquales essent, earum actiones invicem eliderentur, nec expositos apheliorum lentos progressus parerent. At inæquales sunt; sunt enim productum duarum massarum inæqualium per quadratum duarum æqualium distantiarum divisum (1418): memoratum ergo effectum re ipsa parere debent. Exempli causa: Jupiter major magis Saturnum attrahit, quam ab illo minore trahatur: Mars magis a Jove trahitur, quam trahatur a tellure multo minore: tellus magis a Jove, & a Marte trahitur, quam a Venere, & Mercurio: Venus magis a tellure, quam a Mercurio. Hinc lentus aphe-

lio.

litorum, & periheliorum progressus, qui tandem in planetis soli, & Saturno interpositis post multas periodicas revolutiones sensilis fit.

1447. EXPLICATIO IV. Posita mutua attractionis lege inter omnia corpora mundi nostri planerarii, *planeta ad se solem attrahere debent*, sicuti sol illos ad se trahit. Hinc motus revolutionis centri solis circa aliud centrum, seu alium focum non multo ab astri centro remotum.

I. Quum sol immensum tellure major sit, & multo major planetis omnibus simul sumptis (1190), ejus vis attractiva in planetas massæ attrahenti proportionalis multo ac multo major est vi attractiva planetarum in solem; adeoque vis planetarum dum circa solem convertuntur non nisi minimum a suo centro hoc astrum remove potest.

II. Ex Neutoni supputatione, etsi planetæ omnes essent in recta per eorum centra ad solis centrum ducta, vires eorum omnes attractivæ simul collectæ solem non traherent quantitate æquali uni ejus semidiametro leucarum ferme 150000 (1190). Verum quum planetæ in eorum revolutione fere semper in cæli punctis omnino diversis sint, alter in ariete, alter in libra, alter in cancro, alter in capricorno; atque ita de ceteris; patet eorum vim in solem fere semper mutuo elidi; adeoque multo minus solem remove posse a foco, circa quem exiguam suam revolutionem periodicam perficit (*Fig. 4, & 30*).

III. Quum planetæ omnes procedant ab occidente in orientem in consequentia signorum, & eorum attractio in solem eorum motum necessario sequatur; centrum hoc solis, ad quod omnes planetarum attractiones concurrunt, revolutionem facere, & curvam describere probabiliter debet admodum irregularem ab occidente in orientem in consequentia signorum.

CA-

CAPUT TERTIUM.

MARIS ÆSTUS.

1448. DEFINITIO. *M*aris æstus est alterna maris elevatio, & depressio in eodem loco per horas sex. *Affluxus* dicitur aquarum elevatio, *refluxus* depressio. Exempli causa (Fig. 56),

Sit *A B C D R* globus terraqueus: *B*, & *D* scopuli duo ad mediam maris altitudinem elevati, & invicem distantes gradibus 180: *L* luna in scopulorum *B*, *D* meridiano, quos aut sub æquatore, aut non procul in amplo mari sitos supponemus.

Tribus ferme horis postquam luna per scopulorum *B*, *D* meridianum transit ab oriente in occidentem procedens, sive ab *L* in *N*; aquæ maris assurgent ad pedes quinque, aut sex supra scopulos *B*, *D*. Sex ferme horis postquam ita aquæ elevatæ sunt (malaciam in mari supponimus), sive horis novem post lunæ transitum per meridianum loci *B*, aquæ maris placidi descendant pedibus quinque, aut sex infra scopulos *B*, & *D*. Sex ferme horis post hunc descensum aquarum, sive horis tribus post lunæ transitum per meridianum loci *D*, eadem aquæ iterum attollentur supra scopulos *D*, & *B* pedibus quinque, aut sex, ut iterum post sex horas æquali spatio infra eosdem scopulos descendant; atque ita porro post quemvis lunæ transitum per meridianum scopulorum *B*, & *D*.

Hic

Hic maris æstus, & alternus aquarum ascensus, & descensus a locis, ubi hoc phaenomenon vehementius est, in maris altitudine diversitatem efficit sexta quoque hora pedum decem, aut duodecim: hinc mare attollitur veluti promontorium obliquum ad lunam vergens: & figuram induit ferme sphæroidis oblongi *abcd a*, cujus magnus axis *dT b* semper. lunæ *N* cursum sequitur in diurna, & apparente ejus revolutione *L N* ab oriente in occidentem, sive in vera *N L K* ab occidente in orientem.

Præcipua æstus maris causa.

1449. OBSERVATIO. Maris æstus ita lunæ motui connexus est, ut philosophi omnes semper illum lunæ effectum esse censuerint. Quare certum est, lunæ actione in tellurem maris æstum produci, non minus, ac certum sit, ab atmosphære pressione mercurii suspensionem in tubis effici; maris enim æstus non minus lunæ, actioni & motui adnexus est, ac mercurii suspensio in tubis aeris actioni adnexa sit, cujus variationes in suis elevationibus, & depressionibus omnino sequitur (738).

Et sane *maris æstus*, sive ejus alterna elevatio, & depressio in eodem loco eo major est, quo luna telluri propinquior est; eo minor, quo luna remotior est. Serius quotidie contingit in eodem loco, quanto serius contingit lunæ transitus per loci meridianum, minutis scilicet ferme 50; & semper tribus horis post hunc lunæ transitum summus æstus contingit. Quare diei lunaris decursu, qui die naturali, aut solari longior est minutis ferme 50, aquæ maris alternatim bis ubique terrarum attolluntur, & deprimuntur, demptis polorum viciniis,
& ul-

& ultra utriusque latitudinis gradus 65, ubi æstus insensibilis est, & actio lunæ nulla esse debet, ut quamprimum ostendemus. Quare certum est, *lunam esse præcipuam maris æstus causam*. Quamobrem tantum qua ratione hæc actio fiat superest definiendum.

Per Cartesianos luna hoc phaenomenon *pressionis* in pleno efficit: per Newtonum luna, & sol phaenomenon *attractionis* in vacuo efficiunt, ita tamen, ut luna ejus causa præcipua sit.

Post confutatam jam vorticum, & pleni fabulam, reliquum est, ut ostendamus quam facile Newtonus a suis principiis omnes hujus phaenomeni proprietates, & anomalias deducat. Lunæ vis attractiva aquarum maris rem efficit; actio attractiva solis lunæ actioni conjuncta rem auget, aut minuit, & præcipuas anomalias parit.

Lunariis influxus origo, & fabula.

1450. OBSERVATIO. Valde verosimile est, ex hac vera, & sensibili lunæ actione in mare, quæcumque ejus causa, & natura sit, ortam esse antiquam, & absconam opinionem lunæ influxuum salutarium, aut noxiorum in res omnes animales, aut vegetabiles orbis nostri. Lunam viderunt certo in aquas maris agere modo fortius, modo lenius; hæc vero actio dari cognita, natura ignota, & physico agendi modo, opinionem in vulgus credulum, semper parum philosophum, & semper vana prejudicia mordicus tenere paratum, invexit, lunam re ipsa physice modo nocendo, modo juvando influere pro diversis ejus aspectibus in universam orbis nostri animalem, & vegetabilem, fortasse etiam moralem œconomiam.

I. Experimenta pluribus in locis habita possunt.

stremis his sæculis de lunæ influxibus tandem homines non hebeti ingenio donatos certos effecerunt, planetæ hujus actionem in tellurem nihil influere in celeriore germinum explanationem, in promptiorem plantarum vegetationem, in lignorum sectionem, in animantium vitam, in inanimatorum conservationem. Compertum est, semina, quæ dato anni tempore in dato climate terræ committenda sunt, puta vere, æque germinare, modo opportuno tempore, & apto solo serantur, tum in utraque syzigia, tum in utraque quadratura: luna siquidem tempore verno phases has omnes diversis annis habet. Innotuit, lignorum sectionem nihil a luna pendere: lignum, quod in data regione dato tempore cædendum est, æque probatum inveniri, siue cæsum fuerit in alterutra syzigia, siue in alterutra quadratura, modo cæsum fuerit opportuno anni tempore, quo omnes lunæ phases diversis annis habentur. Idem dicas de aliis omnibus effectibus, qui populari præjudicio lunæ phasibus tribuuntur. Experientia docuit, effectus hos omnes, nullo excepto, fabulosos esse; nec a lunæ actione magis, quam a cometis, aut planetis ceteris physicum, & moralem rerum ordinem in tellure mutari (1203).

II. Physica semper hisce observationibus optime consentit; docet enim, lunæ actionem in tellurem, siue pressione, siue attractione fiat, tantum aliquam exiguam varietatem parere in corporum gravitate ad telluris centrum, quæ profecto varietas nihil valetudinem, augmentum, aut interitum animantium, aut corporum inanimatorum vicissitudines afficere potest. Hic unicus est lunæ influxus, quem præjudicia fabulosa vi ditaverant, & quem sana philosophia tandem propriis limitibus circumscripsit; nempe solam illi vim tribuens aquas maris ad lunæ orientem positas pedibus aliquot
at-

Theoria phenomenon celestium. 405
attollendi, ut explicare pergimus, postquam
generalia, & peculiariora maris æstus phænomena
exposuimus.

Generalia maris æstus phænomena.

1451. OBSERVATIO I. Maris æstus phænomena exhibet propria cujusque telluris rotationis circa suum axem, cujusque lunæ circa tellurem revolutionis, & cujusque telluris circa solem revolutionis (*Fig. 56*).

I. Prima, seu *phænomena diurna*, hæc sunt :
Horis 24, & minutis ferme 50 (quod tempus est intercedens inter transitum dati meridiani supra tunam, & reditum ejusdem meridiani supra lunam jam in consequentia signorum progressam) aquæ maris bis attolluntur, & deprimuntur in iisdem locis e diametro oppositis, puta B, & D; ita ut summa elevatio in B contingat tribus ferme horis post transitum lunæ per loci meridianum, & summa aquarum depressio in C contingat horis ferme novem post lunæ transitum per eundem meridianum.

Æstus matutinus dicitur qui contingit tribus horis post lunæ transitum per meridianum infra horizontem; & *vespertinus*, qui contingit tribus horis post lunæ transitum per meridianum supra horizontem. *Æstus* hi semper invicem distant horis ferme 12, & minutis 25: idem dicas de refluu maris æstu matutino, & vespertino.

II. Altera phænomena, *mensura* scilicet, hæc sunt: ceteris paribus maris æstus major est, aquæ magis attolluntur, & deprimuntur in lunæ syzigiis, quam in quadraturis; ita tamen, ut majores æstus non contingant, nisi altero,
vel

406 *Theoria phaenomenorum caelestium:*
vel tertio die post syzigias; minores altero,
vel tertio die post quadraturas.

III. Tertia phaenomena, *annua* scilicet haec
sunt: ceteris paribus majores aestus contingunt
in æquinoctiis, minores in solstitiis.

Horum phaenomenorum varietates.

1452. OBSERVATIO II. Pluribus observa-
tionibus longa annorum serie habitis innotuit,
allata phaenomena periodicis variationibus ob-
noxia esse, quas noscere, & quarum causam in-
dicare oportet. Itaque, ceteri paribus,

I. Majores aestus contingunt, luna existente
in perigeo, quam in apogeo.

II. Adhuc majores aestus contingunt, luna
existente in æquatore, quam in tropicis.

III. In syzigiis solstitii æstivi aestus diurnus ma-
jor est, quam nocturnus: in syzigiis solstitii hy-
bernici oppositum contingit.

IV. Ceteris paribus, maris aestus major est ad
litora orientalia, quam ad occidentalia etiam
in eadem latitudine; exempli causa, ad Brasi-
liæ, quam ad Peruviae litora.

P R O P O S I T I O.

1453. *Omnia maris aestus phaenomena, proprie-
tates, anomalia a generali attractionis lege pro-
cedunt: eorumque causa est conjuncta luna, &
solis actio in aquas maris.*

DEMONSTRATIO. Statuetur propositio, si
ostendatur, nullum ex expositis phaenomenis ex
generali attractionis lege non descendere, sive
omnia a lunæ, aut solis, aut utriusque simul
actio-

Theoria phaenomenorum caelestium. 405
actione in maris aquas effici. Atqui rem ita
esse in sequentibus apparebit.

Ad rei claritatem primo solam lunæ attra-
ctionem, quæ præcipua phaenomeni causa est,
deinde solis actionem, quæ lunæ actioni con-
iuncta varietates efficit, expendemus.

PARAGRAPHUS PRIMUS.

ATTRACTIO LUNÆ.

1454. OBSERVATIO. **L**unæ tantum attra-
ctione hic primum considerata, patet, quamli-
bet aquæ guttam sua summa mobilitate in im-
menso mari ita ferme la luna attrahi, ut luna
ipsa, cum circa tellurem convertitur, a sole
attrahitur, qui ejus velocitatem modo accele-
rat, modo retardat, modo ejus gravitatem ad
terræ centrum auget, modo minuit. (1237)

Quare quælibet aquæ gutta solitaria conside-
rari potest tamquam exigua luna libere in va-
cuo circa tellurem revoluta ab occidente in
orientem horis 24 semper lunæ attractioni ob-
noxia. (Fig. 56)

Hæc aquæ gutta *a*, quælibet aquæ gutta *b*,
vel *d* in sua diurna revolutione *a b c d a* circa
tellurem *T* perpetuo lunæ *L* attractioni obse-
quetur, quæ ejus velocitatem modo accelera-
bit, & ejus gravitationem ad telluris centrum
modo augebit, modo minuet; sicuti gutta quæ-
vis *a* e telluris centro visa erit cum luna *L* in
sua orbita mobili aut in conjunctione, aut in
quadratura. Exempli causa: posita luna in *L*,
gutta *a* erit in conjunctione in *b*: post horas
duodecim in oppositione in *d*: sex ferme horis
post conjunctionem, & oppositionem in quadra-
tura in *a*, & in *c*.

1455.

1455. PHÆNOMENON I. *Ex vi luna attractiva aqua maris utrinque subluna promontorii, aut sphaeroidis oblongati instar attolli debent. (Fig. 56)*

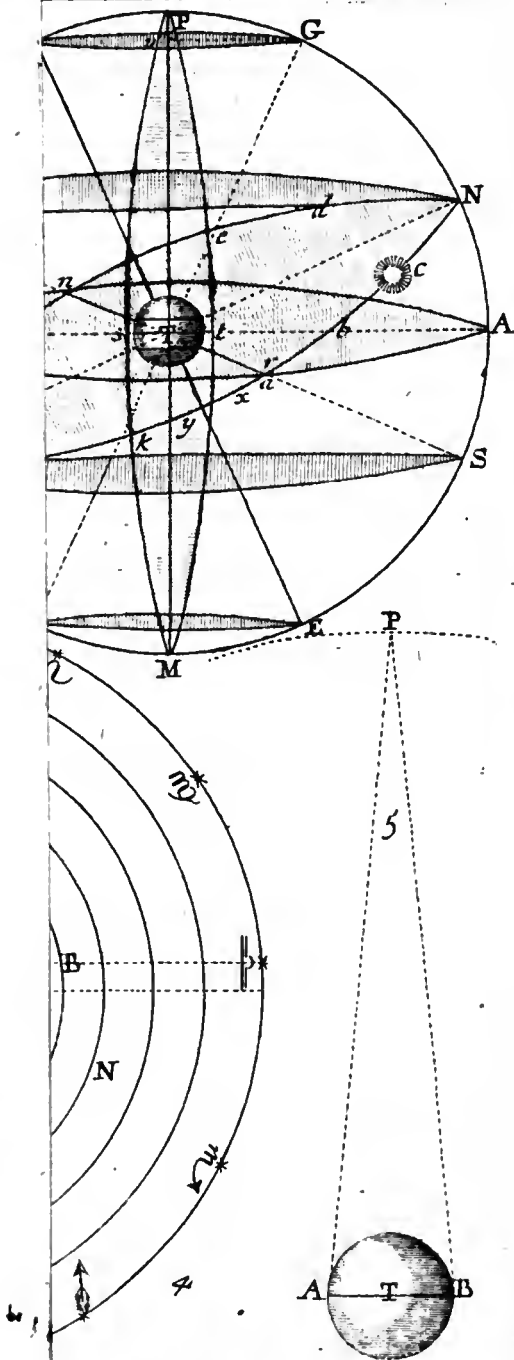
EXPLICATIO. Sit primo luna in L, tellus in T, utraque immobilis: in sequenti explicatione quid horum orbium motus efficiat, dignoscemus.

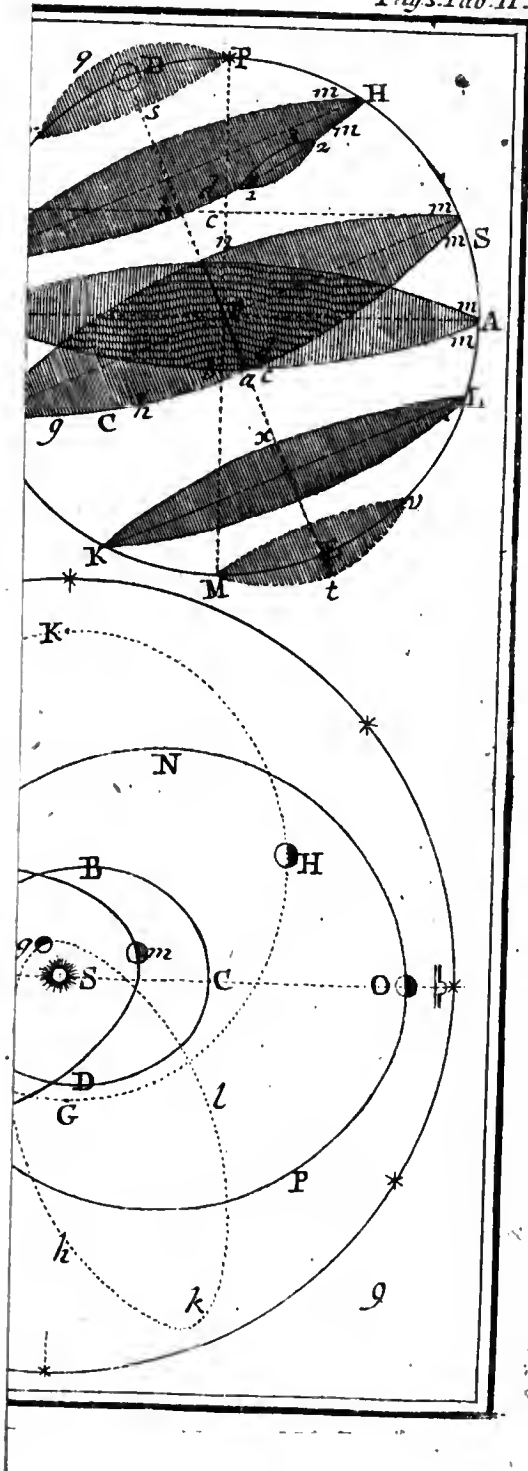
I. Patet, actionem attractivam lunæ semper in duplicata inversa ratione distantiarum fortius attrahere aquas B minus distantes, quam aquas A, & C magis remotas. Patet, aquas A, & C positas ad graduum 90 distantiam BA, & B C ab immediate lunæ subjectis, oblique ab illa attrahi debere, dum aquæ B directe attrahuntur. Actio hæc obliqua LA, vel LC in duas dividitur, quarum altera AL, vel CL earum gravitationem minuit ad centrum terræ; altera AT, vel CT earum gravitationem ad idem centrum auget; ut alibi de obliqua solis in orbitam lunarem actione agentes explicavimus. (1236)

Actio itaque attractiva lunæ in hemisphaerium aqueum illi obversum tota infumitur, & tota sua vi in aquis B ad illam attollendis: unde earum gravitas, seu nifus ad terræ centrum T admodum minuitur. Eadem actio attractiva lunæ jam aliquanto in A, & C debilior, quam in B partim infumitur in minuenda, & partim in augenda aquarum A, & C gravitate: aquæ hæc A, & C igitur magis gravitant ad terræ centrum, quam aquæ B. Ergo ut persistat æquilibrium inter aquas B minus graves, & A, & C graviores, aquæ minus graves B magis attolli debent, & assurgere in b; aquæ vero graviores A, & C humiliores fieri debent in a, & c. (502, IV.)

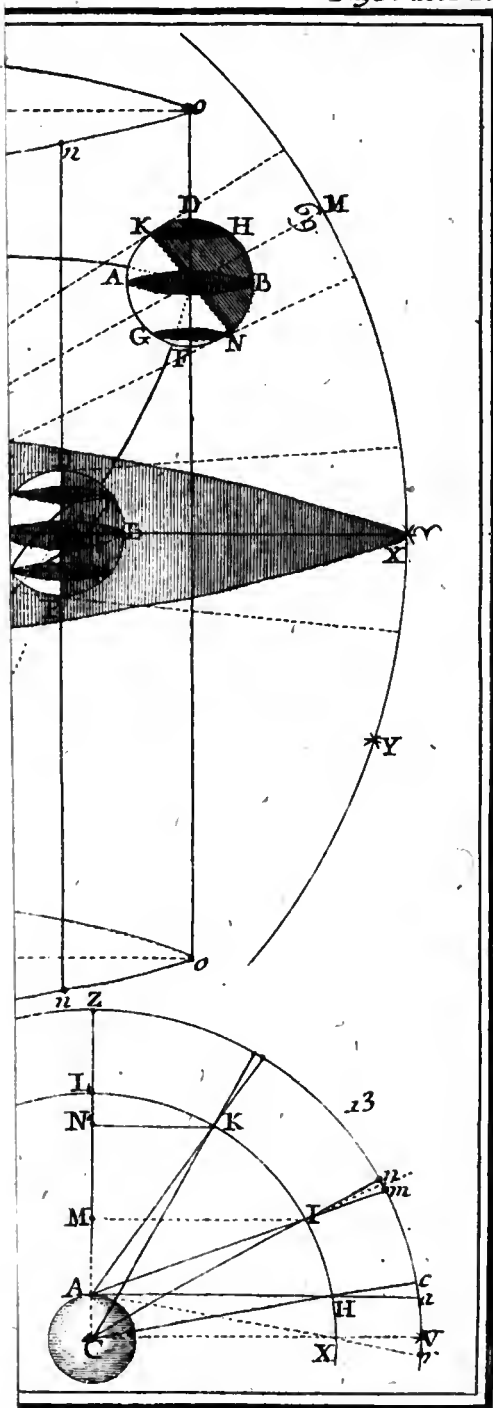
II. Idem contingere debet in hemisphaerio aqueo ADC inferiore, & lunæ I. opposito. Aquæ D magis a luna, quam terræ centrum

Tre-

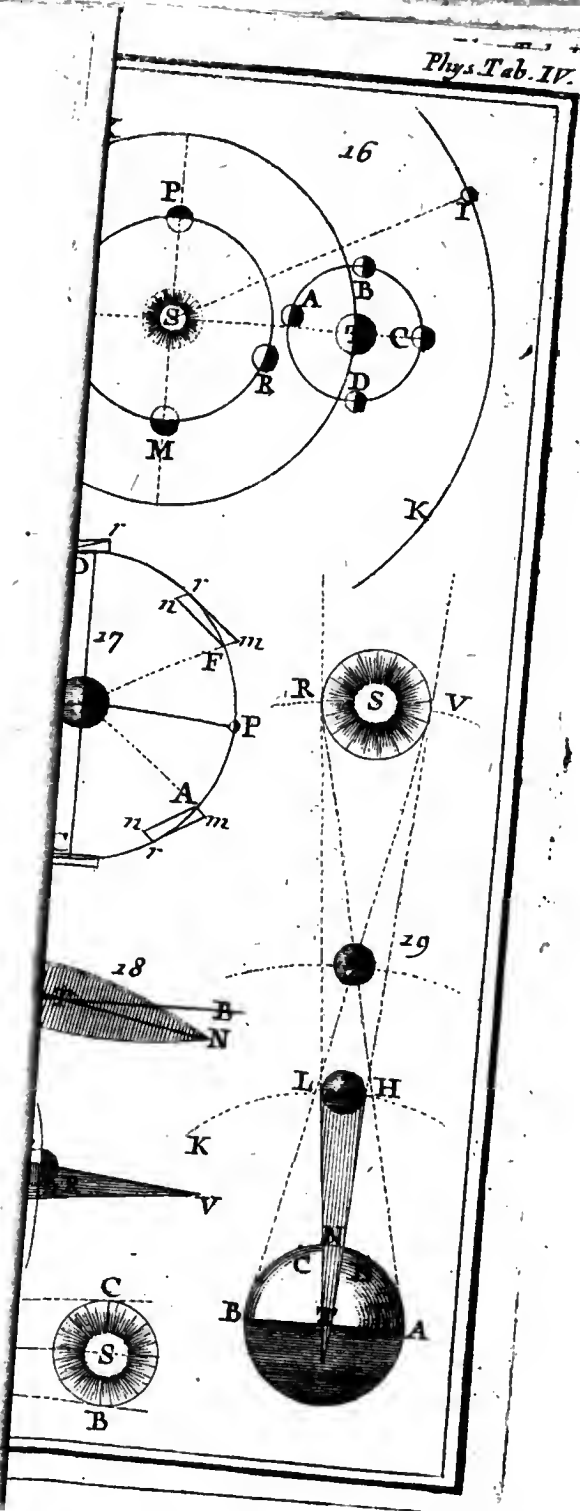


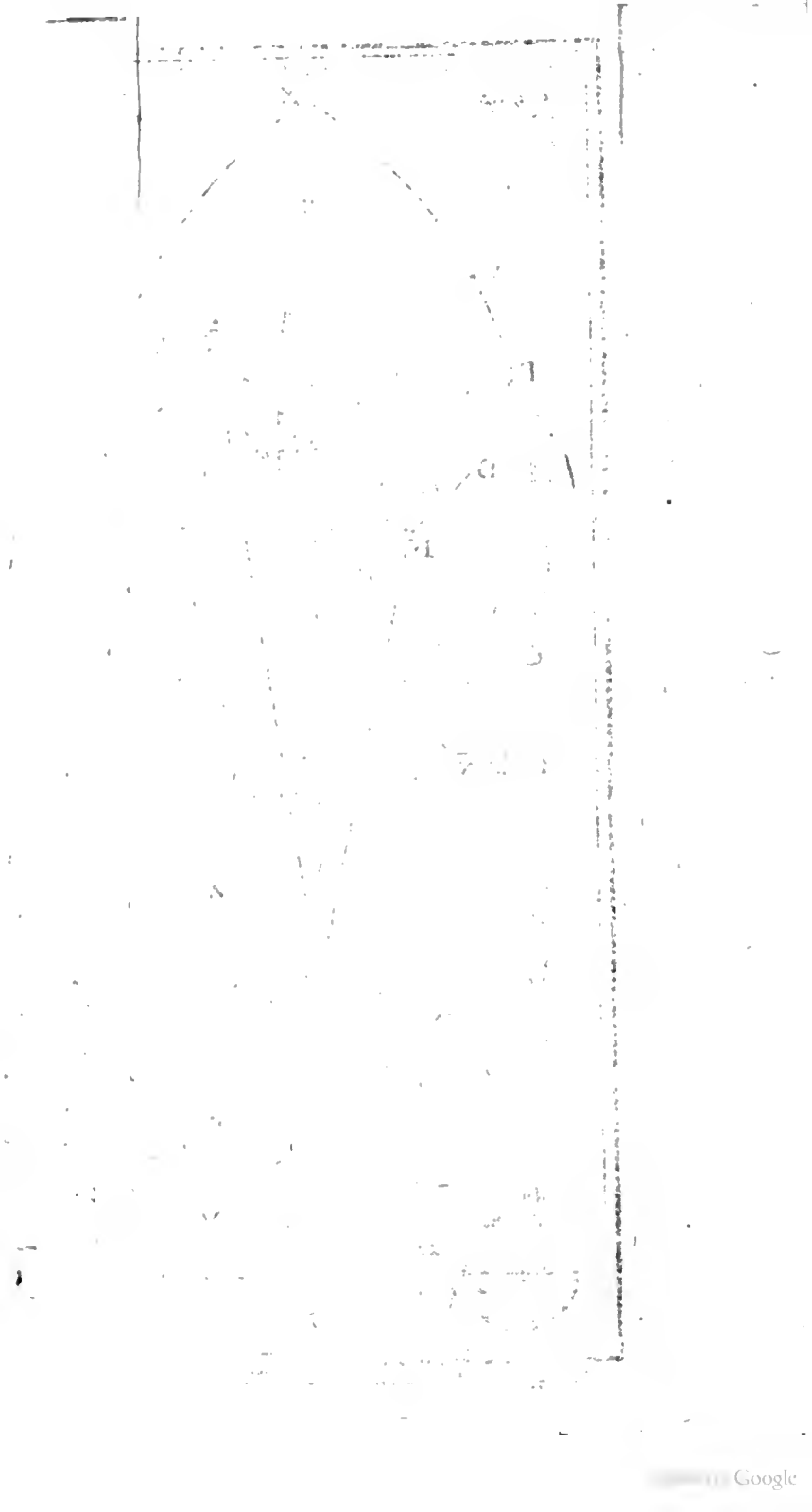


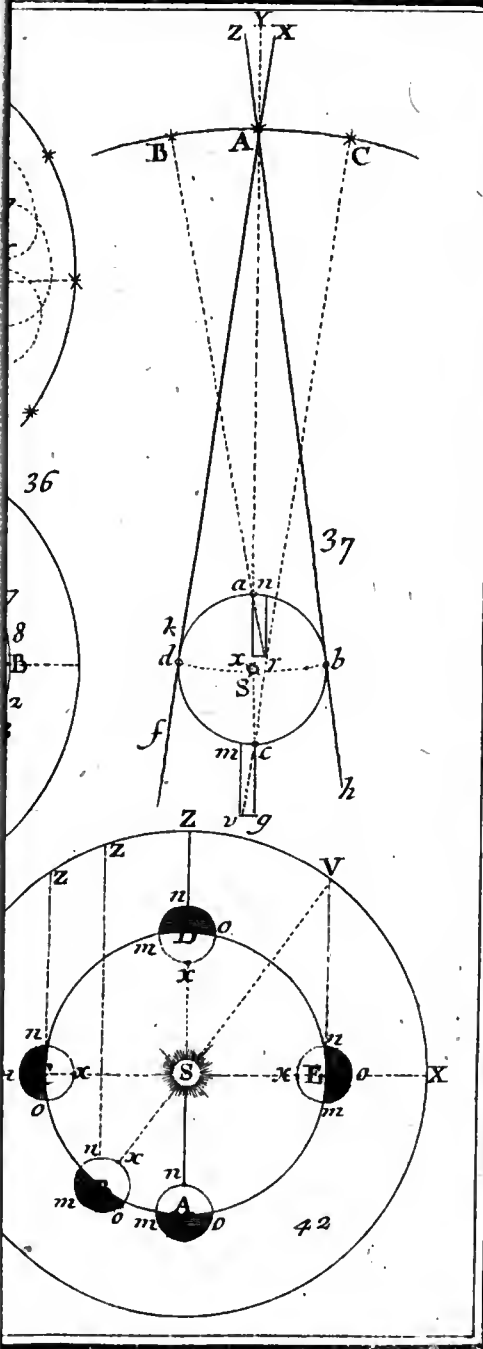




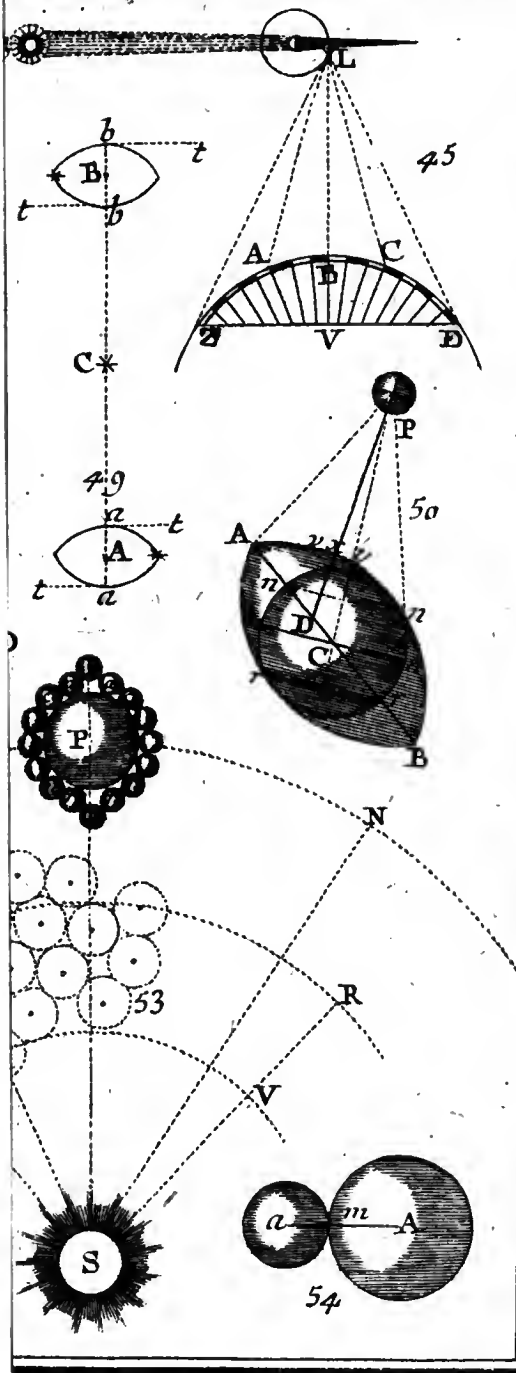




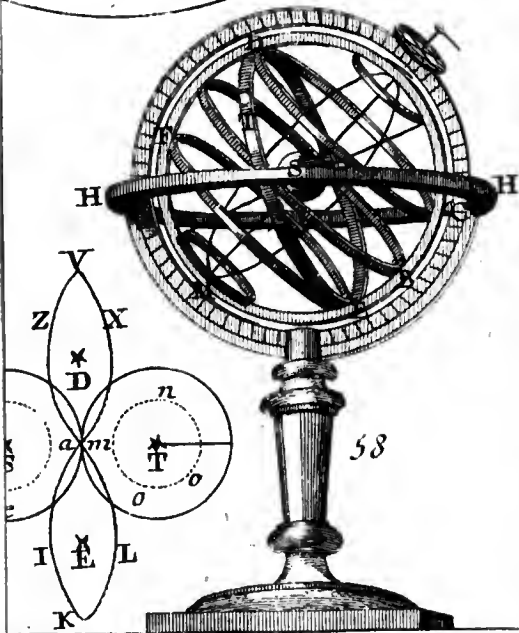
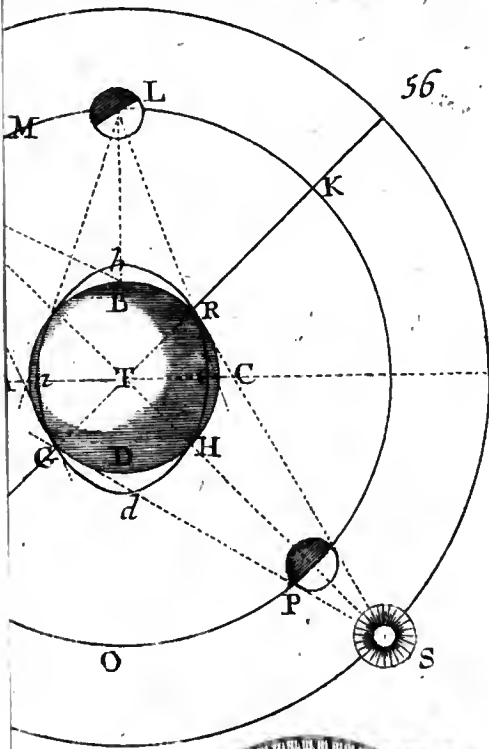














T remotæ minori vi ad lunam attrahuntur , quam centrum T; hæc vero minor attractio in aquis D fit in ipsis minor gravitas, seu nifus ad terræ centrum, quod magis illis ad lunam L accedit. Quare aquæ D leviores, seu minus graves effectæ aquis A, & C, & aquis G, & H cogentur attolli, & in majori altitudine T d persistere, ut æquilibrium inter omnes columnas aqueas TA, TG, Td, TH, TC habeatur. Hinc exurget promontorium aqueum *a d c* promontorio *a b c* oppositum.

III. Luna adhuc, & tellure omnino immobilibus suppositis; ex hac lunæ attractione in aquas maxime mobiles inæqualiter distante, & directione varia sequitur, aquas immediate sub luna sitas in B, & D magis ceteris attolli debere: *aquas collaterales magis magisque deprimi debere usque ad gradum 90 a punctis B, & D*, ubi lunæ actio est maxime obliqua aquis terram obtegentibus, quæ e telluris centro conspici supponuntur.

Hic apparet, cur maria sub polis, aut prope polos sensibilem æstum non patiantur, & semper depressa sint. Semper enim respectu lunæ, quæ zodiacum non transgreditur, positionem obtinent aquarum *a*, & *c*, in qua luna L aquas deprimat dum illas elevat in *b*, & *d*.

1456. PHÆNOMENON II. *Axis primus sphaeroidis, seu duplicis promontorii aquei dirigi debet non ad ipsam lunam, sed ferme gradibus 45 ad orientem luna ferme in plano sui circuli diurni.*

EXPLICATIO. Si tellus, & luna essent omnino immobiles, duplex promontorium aqueum *a b c d a* semper ad lunam, & ad locum illi oppositum dirigeretur; ut modo explicavimus: & axis primus sphaeroidis aquei productus semper per telluris, & lunæ centra transiret, & ead-

Phys. Tom. IV.

S

dem

dem semper cæli puncta respiceret. At quum tellus, & luna re ipsa, ab occidente in orientem moveantur; patet, sphæroidem duplici hoc motu affici debere.

Ad maiorem claritatem hic a motu annuo telluris, & lunæ circa solem præscindamus; & tantum telluris circa suum axem motum diurnum; & lunæ circa tellurem menstruum consideremus. Quum lunæ revolutio circa tellurem satis lenta sit diurnæ telluris circa axem revolutioni comparata, lunam ut immobilem, in L die uno consideremus, dum tellus integram circa axem suum revolutionem complet directione A B C D A.

I. Quum tellus circa suum axem convertitur, loca B, & D duorum promontiorum aqueorum transibunt a B in C, & a D in A horis sex successive magis magisque a lunæ meridiano L T O recedendo.

II. Aquæ *b*, & *d* sub luna intumescences locorum, in quibus jacent, motum concipient: ergo horis sex nitentur ferri a *b* in *c*, a *d* in *a*. Verum ob maximam earum mobilitatem in immenso mari, in hoc transitu lunæ actioni obsequuntur; & earum intumescencia minus a lunæ meridiano recedet, qui ad occidentem pergit, aut pergere videtur, quam loca ipsa, in quibus jacent.

Aquæ enim *b c*, lunæ instar a conjunctione ad quadraturam procedentis (1237, III.) a lunæ actione retardabuntur; & paululum ad lunam refluere cogentur; sub qua semper axis primus sphæroidis aquei sese statuere nititur. Hoc ipso tempore motus aquarum *a b*, quæ a secunda quadratura veniunt, est acceleratus. Pari ratione aquæ *d a* retardantur, & aquæ *c d* accelerantur.

III. Itaque inter conjunctionem B, & primam quadraturam C: inter oppositionem D, & se-

secundam quadraturam A duo dantur motus contrarii in aquis maris lunæ attractionem sentientibus, eo ferme pacto, quo a luna solis attractionem sentiri vidimus: hinc duo promontoria a lunæ attractione erecta admodum augeri debent ita, ut summa eorum altitudo fiat non sub ipsa luna, sed ferme in octantibus, seu gradibus 45 ad orientem meridiani, in quo luna est.

Quare quum luna motu suo diurno, & appa-
rente est in L, summa aquarum elevatio est in R, & in G: quum luna horis tribus post jam transit in N, summa elevatio est in *b*, & *d*: quum luna tribus aliis horis post transit super A, summa aquarum elevatio est in X, & H; atque ita deinceps. Promontorium aqueum igitur *b*, & *d* semper a lunæ meridiano gradibus ferme 45 ad orientem distans lunam perpetuo sequitur, dum illa quotidie circa tellurem ab oriente in occidentem converti videtur.

Hic apparet qua ratione duplex promontorium aqueum *b*, & *d* quotidie circa tellurem ab oriente in occidentem conversum lunam sequens altius extolli debeat ad litora orientem respicientia ad quæ motu directo, & nullo obstaculo fertur, quam ad litora occidentem respicientia, ad quæ motu tantum fertur indirecto, & reflexo maria propinqua attollens & secus litora refluens.

IV. Si luna semper esset immobilis in N in eodem meridiano, duplex promontorium aqueum *b*, & *d* semper ad lunæ octantes directum diurnas suas revolutiones circa tellurem faceret ab oriente in occidentem eo ipso tempore, quo tellus suas circa axem facit oppositas ab occidente in orientem; & duplex promontorium aqueum esset in B, & in D; in D, & in B bis horis 24.

At quum hoc temporis intervallo luna per-

petuo in sua orbita progrediatur ab occidente in orientem, ab N in M gradibus ferme 12; duplex hoc promontorium aqueum quotidie eo serius pervenire debet in B, & in D, quo serius luna ad utriusque meridianum appellit; minutis scilicet ferme 50 serius; quivis enim locus terrestris B duodecim ferme gradus percurrit directione BR minutis 50. Hinc diurna, & periodica æstus maris in eodem terrestri loco B, aut D in dies retardatio. (1451)



§. II.

ATTRACTIO SOLIS.

1457. OBSERVATIO. Quælibet aquæ gutta ob summam suam in immenso mari mobilitatem a sole attrahitur eo ferme pacto, quo luna in immenso vacuo a sole ipso attrahitur. Itaque sicuti actio attractiva solis in lunam dum circa tellurem convertitur, ejus motum in orbita modo accelerat, modo retardat, ejusque gravitationem in tellurem modo auget, modo minuit (1237); ita actio attractiva solis in quamvis aquæ guttam dum diurna revolutione circa tellurem convertitur, ejus motum circa tellurem modo accelerare debet, modo retardare, ejusque gravitationem ad terræ centrum modo augere, modo minuere. Hinc in sole vis attractiva modo cum vi attractiva lunæ in eandem fluidi partem conspirans, modo illi opposita.

I. *Et si actio attractiva solis actione attractiva luna in tellurem major sit; adhuc tamen luna erit præcipua maris æstus causa. Agitatio enim periodica aquarum maris in earum elevatione,*
 & de-

& depressione, non a magnitudine virium procedit illas ad lunam, aut ad solem attrahentium; sed *ab inaequalitatibus, quas vires attractivae subeunt* respectu positionis diversae diversarum aquae guttarum. Exempli gratia,

Si omnes telluris, & maris partes simul a viribus aequalibus, & parallelis traherentur directione qualibet, puta ad Syrium; motus hic communis nihil maris figuram mutaret; omnes enim terrae, & maris partes aequaliter, & uniformiter viribus attrahentibus obtemperarent, & eandem respectivam positionem inter se servarent in quovis puncto spatii, ad quod a viribus aequalibus, & parallelis deferrentur. Tunc itaque mare sphaericum esse perseveraret, si antea sphaericum fuisset.

Verum si harum virium aliae parallelae perseverent, aliae obliquae fiant; guttae aquae a viribus parallelis, nec infirmatis attractae magis a terrae centro recedent: guttae a viribus obliquis, & debilitatis attractae minus a terrae centro recedent; tunc vero mare figuram induet hinc oblongatam, illinc depressam.

II. Quae quum ita sint, *aqua maris in duplex promontorium non assurgunt inter luna, & solis vires attractivas, nisi quia harum virium alia directe, alia oblique aquas attrahunt aut ad lunam, aut ad solem*. Atqui ob immensam solis a tellure distantiam diversae directiones, quibus ipse aquae guttas attrahit, parum a parallelismo recedunt; at directiones, quibus luna multo terrae proxima easdem guttas attrahit, multo, ac multo magis a parallelismo recedunt.

Itaque multo magna directionum diversitas in lunae actionibus aquae guttas attrahentibus magnam in earum ad lunam tendentia diversitatem parere debet: contra vero minima directionis diversitas in solis actionibus easdem a.

quæ guttas attrahentibus , minimam quoque in earum ad solem tendentia diversitatem pariet . Hinc multum agit luna , parum sol in maris æstu ; qui unice procedit aut ab inæquali tendentia in lunam , aut ab inæquali guttarum maris tendentia in solem , quibus potior terrestris superficiei pars obtegatur . Ex hac theoria sequentia duo corollaria descendunt .

1454. COROLLARIUM I. *Luna , non obstante magna vi attractiva solis in tellurem , multo magis sole in maris æstum agere debet .*

EXPLICATIO: Aquæ maris in duplex promontorium assurgunt astrum versus , a quo attrahuntur , quia in hemisphærio ad astrum converso magis attrahuntur ipsæ , quam terræ centrum ; in hæmisphærio autem opposito minus , quam terræ centrum , attrahuntur .

Atqui quum telluris radius solis distantiae comparatus ferme nullus sit , quum sit tantum hujus distantiae $\frac{1}{20000}$ (1186) ; jam aquæ in hemisphærio soli obverso positæ non magis ipso terræ centro attrahi debent : & aquæ in opposito hemisphærio sitæ nihil fere minus ipso centro attrahi debent : hæc siquidem solis attractiones inter se sunt ut quadrata numerorum 20000 20000 — 1 , 20000 + 1 , quorum differentia minimæ sunt .

Contra vero quum telluris radius non levem ad lunæ distantiam rationem dicat , cum sit ejus pars sexagesima ; jam luna aquas maris sibi subjectas fortius , quam terræ centrum attrahere debet ; & hoc ipsum centrum fortius attrahere , quam aquas hemisphærii oppositi . Hæc siquidem lunæ attractiones sunt ut quadrata numerorum 60 , 60 — 1 , 60 + 1 : numerorum vero quadrata , quorum differentia est unitas , eo magis differunt , quo numeri minores sunt : 2 , & 3 quadrata sunt 4 , & 9 , qui plus di-

mi-

midio inter se differunt : 100 , & 101 quadrata sunt 10000 , & 10100 , quæ parte ferme centesima tantum differunt.

Ergo luna in aquis ipsi hinc inde subjectis intumescantiam pariet , & depressionem in aquis , quæ e telluris centro visæ cum luna in quadratura sunt ; hæc vero intumescantia , & depressio major erit , quam quæ in iisdem aquis a minus inæquali solis actione produceretur.

1459. COROLLARIUM II. *Actiones attractiva solis , & luna simul diversis modis composita varietates omnes periodicas parere debent , qua in maris aestu contingunt.*

EXPLICATIO I. Quamvis actio solis in mare minor sit actione lunæ , nunquam tamen nulla , aut prorsus extincta est ; semper igitur verum effectum pariet lunæ actioni , quæ præcipua est , favendo , aut obstando.

II. Ut rei veritatem ostendamus , præcipuas maris ællus proprietates (1452) expendemus ; easque ex compositis solis & lunæ attractionibus procedere ostendemus .

1460. PHÆNOMENON III. *Æstus majores esse debent in luna syzigiis , quam in quadraturis . (Fig. 56)*

EXPLICATIO. In syzigiis luna N , vel P , & sol S , vel T eadem directione agunt , earundem aquarum velocitatem , & gravitatem augent , vel minuunt (1457) ; simul concurrunt in maxima depressione producenda in *a* , & *c* ; & maxima elevatione in *b* , & *d* .

At in quadraturis , quum sole existente in S luna est in I , aut in K , luna aquas elevat , quas sol deprimit ; luna aquas retardat , quas sol accelerat . Itaque in syzigiis æstus duarum virium summæ , in quadraturis differantiæ est proportionalis .

1461. PHÆNOMENON IV. *Summus maris aestus tamen non continget in ipso syzigiarum die , sed altero , aut tertio die post .*

EXPLICATIO. Quum aqua inertia donata sit, motum illico non acquirit, aut amittit; quum ergo a quadratura ad conjunctionem magis magisque attolli cogatur: etiam post conjunctionem, ex his attractionibus aliquandiu elevabitur.

Exempli causa: si attractio lunæ N, & solis S illico cessaret; aquæ intumescerent, & in *b*, & *d* accumulatae motu accelerato super depressiores aquas *a*, & *c* ferrentur. Illuc, veluti in confluentem fluvium aggregarentur, & cumulum efficerent, unde deprimerentur, & iterum ad B, & D pergerent, ut iterum vi semper decrescente refluerent ad A, & C; atque ita usque ad extinctum motum prosequerentur.

Ergo quamvis post syzигias minus quam in syzигiis solis, & lunæ vires conspirantes sint; aquæ ab ipsis simul agentibus magis magisque per dies septem, aut octo elevatæ, adhuc diebus aliquot attolli pergent ex iteratis, & aggregatis impressionibus, quas in transitu a quadraturis ad syzигias pertulerunt. Ergo maxima maris elevatio non ipso syzигiarum die continget, sed duobus, aut tribus post. Simili admodum ratione summum frigus in ipso hyemali solstitio non sentitur, sed aliquanto post; ut & maximus diei calor non habetur meridie, sed altera, aut tertia hora pomeridiana.

1462. **NOTA.** Eadem ratione minores maris æstus non contingunt ipso quadraturarum instante, sed duobus diebus post. Quare, sole existente in V, & luna in N, aut in P, minimus æstus habebitur in B, & D duobus ferme diebus postquam luna quadraturas ingressa fuerit. Minores æstus minus a quadraturis distant, quam majores a syzигiis; quum enim in his major, quam in illis aquarum agitatio sit, diutius hæc motum servant.

1463. **PHÆNOMENON V.** *Ceteris paribus major haberi debet maris æstus luna existente in perigeo, quam in apogeo.*

EX-

EXPLICATIO. Luna præcipua maris æstus causa est (1457); hæc vero causa eo majore vi pollet ad aquas attollendas, aut deprimendas ad earum motum accelerandum, aut retardandum, quo ipsis propinquior est (1416): hoc vero contingit quum luna est perigea.

1464. PHÆNOMENON VI. *Major esse debet maris æstus in syzigiis ad æquinoctia, quam ad solstitia (Fig. 57).*

EXPLICATIO. Duæ phænomeni causæ sunt seorsum expendendæ: postrema præcipua est,

Sit P S R axis mundi; X S L æquator celestis: D tellus in solstitio hyberno: C tellus in solstitio æstivo: H L luna in syzigiis ad æquinoctium: R V eadem in syzigiis ad solstitium hybernum: M N eadem in syzigiis ad solstitium æstivum. Promontorium aqueum in diversis his terræ positionibus semper dirigitur ad astra illa duo, a quibus attollitur.

I. Prima phænomeni causa hæc est. In æquinoctiis quum tellus sit in T, duplex promontorium aqueum A B in syzigiis est in plano æquatoris terrestris, ubi aquæ sunt minus graves (251). Atqui quo minus aquæ gravitant, minus conspiranti solis, & lunæ attractioni resistent; adeoque magis utrinque ad hæc duo astra attolli debent.

Idem non continget, quum tellus solstitiorum tempore erit in C, aut in D; tunc enim sphæroides aqueus in syzigiis erit æquatori terrestri A B obliquus, & assurgit in aquis telluris polis propinquioribus, adeoque gravioribus, magisque aptis conspiranti solis, & lunæ attractioni resistere, a qua minus attolentur, quam minus graves, minusque resistentes æquatoris terrestris A B aquæ attollerentur.

II. Altera, & præcipua phænomeni causa

S S

hæc

hæc est. In syzigiis solstitorum sol & luna ad polos admodum declinant; & vis attractiva qua sol, & luna aquas attollunt eo minor fit, quo magis ab æquatore recedit.

Evidens enim est, ut notat Neutonius, si sol, & luna aut sub eodem polo, aut sub polis P essent, tunc axem pZp sphæroidis aquæ congruere debere axi revolutionum diurnarum; & sectiones omnes AZB , aba , mnm sphæroidis æquatori parallelas fore semper circulares, ubi nullus æstus haberetur.

At si luna, & sol a polo ad æquatorem XSH accedunt, ut sibi sunt, quum tellus est in T, vel in D, vel in C, jam alterni maris æstus haberi incipient: in diurna siquidem telluris circa axem revolutione, eadem terrestria puncta modo sunt intra, modo extra prominentem sphæroidis aquei portionem.

Quare sicuti luna, & sole ad polos sitis nullus maris æstus haberetur; haberi vero inciperet, & cresceret quo magis astra hæc a polis recederent; jam sequitur, eo *maior* fore maris æstum, quo magis hæc astra a polis distabunt; quod contingit in æquinoctiorum syzigiis, quum tellus est in T; eo *minor*, quo hæc astra polis propinquiora sunt; quod contingit in syzigiis solstitorum, quum tellus in D, aut in C versatur.

1465. PHÆNOMENON VII. *In syzigiis æquinoctiorum æstus matutinus in eadem regione vespertino aqualis est (Fig. 57).*

EXPLICATIO. Posita tellure in T, sole in S, luna in L, aut in H, sphæroides aqueus axem suum primum habet in plano æquatoris terrestris AB , ad quem dirigitur. Patet vero, tunc puncta quævis a , A , m æque prominenti sphæroidis aquei parti immersa esse tum in a ,
& in

& in *m* in æstu vespertino, tum in *b*, & in *e* in æstu matutino. Quum tellus erit in *D*, aut in *C* hoc non continget.

Æstus vespertinus est, qui contingit horis ferme tribus post lunæ transitum per meridianum *H* supra horizontem: matutinus, qui contingit horis ferme tribus post lunæ transitum per meridianum *L* infra horizontem, seu per meridianum gradus 180 distantem a meridiano loci; in quo æstus habetur.

1466. PHÆNOMENON VIII. *In syzigiis solstitii æstivi maris æstus diurnus circa æquatorem major est nocturno.*

EXPLICATIO. In solstitio æstivo tellus est in *C* in capricorno: luna in syzigiis est in *M*, aut in *N*; tunc sphaeroidis aquei directio est *v C m*: hujus axis tropicos respicit: in diurna telluris *C* revolutione punctum *m* in conjunctione cum luna *M* percurrit tropicum cancri; & punctum *v* in conjunctione cum luna *N* percurrit tropicum capricorni.

I. Si luna est in *M*, supra horizontem cum sole est in diurna telluris revolutione. Tunc punctum terrestræ *a* diurnam revolutionem *a b a* faciens altius immersum est sphaeroidi aqueo in *a m*, quam in *b n*: atqui æstus *a m* est diurnus, qui contingit hora ferme tertia post lunæ *M* transitum per meridianum supra horizontem; sicuti æstus *b n* est nocturnus, qui contingit hora ferme tertia post lunæ *M* transitum per meridianum infra horizontem.

Patet jam, æstum *a m* diurnum majorem esse nocturno *b n* in puncto *a* citra æquatorem ad boream. Oppositum in *e* contingit ultra æquatorem ad austrum. In revolutione diurna *e d e* puncti *e* æstus vespertinus *d n* matutino *e t* major est.

II. Si luna est in *N*, infra horizontem est quum sol supra est. Tunc terrestræ punctum *a*

Theoria phaenomenorum caelestium. 419
Ans 90 ab oriente in occidentem extenduntur.
(*Fig. 56*).

EXPLICATIO. Phaenomeni ratio est, quia actio lunæ *L* extenditur per totum arcum *B X A*, ut aquas deprimat in *a*, & elevet in *b*. At si mare extensionem habeat tantum *B X*, actio lunæ frustranea est in toto arcu *X A*: in *A X* aquæ non sunt, quæ sua depressione *X a* concurrant ad aquarum elevationem *X b*: quare aquæ multo minus in *b* asurgent.

Ceterum, quum actio lunæ, ut actio quævis mechanica, successiva sit, debent aquæ diutius lunæ vim attractivam perpeti, ut successive, & paulatim ex repetitis his attractionibus eum motus accelerari gradum acquirant, quo hinc deprimantur, illinc attollantur; hoc vero satis, & sensibilibiter contingere nequit in exiguo freto centum, aut paulo plures leucas lato, neque in mari nimis polis propinquo, ubi aquæ constantem uniformis compressionis statum obtinebunt (1455, III).

Quæ quum ita sint, maximi æstus habebuntur in immenso mari Pacifico, inter occidentale Americæ litus, & orientale Asiæ. In mari Atlantico inter Africam, & Americam æstus minores esse debent sub zona torrida, ubi mare minus latum est, majores sub temperatis, ubi mare, ad austrum præsertim, latius est. Hæc vero consuetudina experientia comprobatur.

Ad insulas quasdam oceani non procul a litore æstus maris aquas non nisi ad tres, aut quatuor pedes attollit, quum obsistant litora, syrtes, scopuli, quibus aquæ retardantur, & alio divertuntur. Ad litora terrarum amplissimarum, quo libere affluunt, triplo, aut quadruplo altius attolluntur.

1469. **NOTA.** Maris æstus magna ex parte
Phys. Tom. IV. S 7 pen.

pendet a marium positione respectu æquatoris, a litorum directione, a fundi figura, ab innumeris peculiaribus causis, quæ aquarum intumescantiam, & depressionem augere, aut minuire possunt pro locorum diversitate. Quare ne ubique expositos effectus expectes, sicuti semper contingerent, si maris cavitas ubique æqualis, æque profunda, æquatori, & tropicis parallela esset. Nonnulla hic subiiciam, quæ peculiaribus casibus accommodari poterunt.

I. Putei, lacus, stagna, flumina, fluvii, aquæ omnes oceano non communicantes æstu carent; neque enim satis extensæ sunt, ut a solis, & lunæ actione hinc deprimantur, illinc attollantur. Vires in has aquas sive ad medium, sive ad extrema agentes, sunt omnes ad sensum æquales, & parallelæ; nullam ergo in exiguis aquæ portionibus, quas afficiunt, gravitatis inæqualitatem parere debent; ut alibi explicavimus (1457).

II. Freta oceano communicantia semper ejus æstum sentire deberent: aquæ enim solis, & lunæ actione in oceano alternis elevatæ, & depressæ, modo ab oceano in freta refluerent, modo ab his in oceanum affluere deberent. Verum plures causæ huic æstus communioni inter oceanum & freta obstrare possunt. Exempli causa,

Mare Balticum æstu caret; sive quia situm sit in latitudine gradum 55, ubi jam æstus minimus esse debet (1455); sive quia fretum, quo Oceano communicat adeo arctum, tortuosum, syrtibus interseptum est, ut in æstu aquæ ubique impeditæ, & innumeris modis repulsæ attolli nequeant, aut deprimi, quum minima propterea aquæ quantitas illinc effluere, aut illuc ab oceano affluere possit.

In *Mediterraneo* maris æstus minimus est, saltem ad plæraque ejus litora; primo quia ma-
re

re hoc pluribus, & magnis insulis confertum, a quibus veluti in totidem stagna dividitur, nequit magis aestum pati, quam lacus, aut stagna superius memorata. Deinde quia fretum Gaditanum, quo Oceano communicat, quodque quatuor tantum, aut quinque leucas latum est, nimis arctum est; ut aestus tempore aquæ volumen illi addat, aut demat, unde ejus altitudo minuatur per longitudinem leucarum ferme 900, & latitudinem mediam leucarum ferme 130.

In *Erythraeo* maximus est maris aestus; hoc enim mare satis rectum Oceano Indico ostiis amplis ad orientem communicans aprissimum est, ut libere superfluentes Oceani aquas excipiat, easque refluas in Oceanum remittat.

In *Adriatico* habetur aestus major, quam in reliquo mediterraneo; hoc enim mare ita maximæ mediterranei amplitudini communicat, ferme ut *Erythræum* oceano; adeoque facile aquas a luna elevatas, & ab *Africæ*, *Siciliæ*, *Calabriæ* ulterioris, *Peloponnesi*, *Epyri* litoribus repulsas admittit.

Objectiones diluenda.

1470. OBJECTIO I. Si actio solis, & lunæ aquarum gravitatem auget in quadraturis, minuit in syzigiis; eadem causæ ceterorum corporum gravitatem alternis augere, & minuire deberent sexta quaque hora; hæc vero alterna gravitatis mutatio percipi deberet, præsertim tempore summorum maris æstuum in pendulorum oscillationibus, quæ a gravitate pendent, & quum gravitas varia est ipsæ quoque variæ sunt (251). Atqui nulla in penduli oscillationibus distinguitur mutatio; etsi & illud,

lud, ut aquæ maris, modo cum sole, & luna in quadraturis sit, modo in syzigiis: ergo luna, & sol nullam in pendulo gravitatis variationem pariunt; ergo neque in aquis maris; ergo falsa est Newtoni de maris æstu theoria.

RESPONSIO. Libenter cum Newtono fatemur, solis & lunæ attractionem alternis sexta quaque hora cum aliquot minutis augere, & minuere corporum omnium terrestrium gravitatem in zona torrida, & in temperatis fere cunctis: globum bellicum, pendulum oscillatorium in lunæ syzigiis aliquanto minus (a) sub luna positum gravitare, quam sex, aut duodeviginti horis post, quum erunt cum hisce astris in quadratura.

Num propterea celebriores fient penduli vibrationes in syzigiis sub hisce astris, lentiores quum illa a pendulo gradibus 90 distabunt? Ita esset, si gravitatis quantitas ab hisce astris pendulo addita, aut adempta causa esset, ut sensibilem effectum pareret ad penduli oscillationes accelerandas, aut retardandas.

Verum experientia constat, si accuratissimæ bilancis lancibus utrinque imponantur grana 4000, æquilibrium habitum iri: & addito uni lanci grano uno, seu $\frac{1}{4000}$ totius ponderis, adhuc æquilibrium haberi, nullo additi ponderis sensibili effectū. Unde sequitur, augmentum ponderis in corpore non percipi nisi ponderis totius corporis partem quater millesimam excedat.

Atqui ex Newtoni calculis, gravitatis quantitas, quam conjuncta solis & lunæ attractio in syzigiis, & qua-

(a) In autographo est magis. Error, fortasse typographi. Interpres.

& quadraturis minuit, & auget respective corporum terrestrium gravitatem, est ad naturalem eorum gravitatem ut 1 ad 2032890. Ergo $\frac{1}{2032890}$ gravitatis, quum minus sit quantitate $\frac{1}{2032890}$ in balance addita, sive addatur, sive dematur, etsi vera sit, nullum sensibilem effectum in pendulo parere potest.

Qui plura hac de re cupit, Newtoni ipsius opera consulat, aut docti, & acuti Abbatis Sigorgnii Institutiones Newtonianas.

1471. OBJECTIO II. Scopulum vitantes alteri illidimur. Qua ergo ratione tam minima gravitatis mutatio a luna in syzigiis, & in quadraturis effecta maris aquas ad duodecim pedes, & ultra attollere poterit?

RESPONSIO. Vis viva (278), etsi minima actionem suam attractivam infinitis attractionibus multiplicando in aquæ moleculas maxime mobiles potest dato tempore effectum maxime sensibilem in illis parere. Ostendamus, vim a Newtono definitam $\frac{1}{2032890}$ aquas maris sub luna ad pedes 10, aut 12 attollere posse.

I. Notum est, corporum omnium, adeoque & aquarum maris gravitatem majorem esse ad polos quam ad æquatorem; & corporis gravitatem ad polos esse ad ejusdem gravitatem ad æquatorem, proxime ut 202 ad 201 (252): ergo differentia gravitatis ad polos, & ad æquatorem est $\frac{1}{2032890}$.

II. Notum est, tellurem ad æquatorem elatam esse, ad polos depressam, & maris aquas ad æquatorem altiores esse, quam ad polos leucis sex, aut septem (1375). Ergo immutatio gravitatis $\frac{1}{2032890}$ in his aquis sub æquatore elevationem parit leucarum ferme sex, quæ pedes continent 82332.

III. Quæraturn modo per regulam auream mutatio, quam in media aquarum altitudine parere

vere debet augmentum gravitatis $\frac{1}{2} \frac{1}{6} \frac{1}{2} \frac{1}{8} \frac{1}{9} \frac{1}{10}$,
 hac analogia: $\frac{1}{2} \frac{1}{6} \frac{1}{2} : \frac{1}{2} \frac{1}{6} \frac{1}{2} \frac{1}{8} \frac{1}{9} \frac{1}{10} :: \frac{8}{2} \frac{2}{2} \frac{2}{2} \frac{2}{2} \frac{2}{2} \frac{2}{2}$.
 *. Invenietur quartus terminus (*Math.* 212),
 ferme 8; qui exprimet numerum pedum, qui-
 bus aquæ maris supra naturalem altitudinem
 attolli debent, quum earum gravitas imminui-
 tur quantitate $\frac{1}{2} \frac{1}{6} \frac{1}{2} \frac{1}{8} \frac{1}{9} \frac{1}{10}$.

Hæc porro quantitate semper aquæ maris at-
 rollerentur in lunæ, & solis syzigiis ex horum
 astrorum attractione, si semper vis hæc nullo
 obstaculo in aquas ageret. Eadem quoque quan-
 titate infra naturalem altitudinem deprimeren-
 tur sex ferme horis post, si actio deprimens at-
 tollenti æqualis esset; ast illa hujus ferme di-
 midia tantum est (1237, II.). Hinc in ma-
 joribus æstibus habetur differentia elevationis
 pedum ferme 12 inter summam altitudinem, &
 infimam aquarum depressionem. Si quando ma-
 re ad litora altius affurgit, ex violento in li-
 tus incurso altius ita attolli cogitur.

IV. Ceterum hoc phænomenon, cujus causa
 veluti infinite parva videtur, magis aliis quam-
 plurimis, quæ non miramur, mirum esse non
 debet. Nonne sæpius maris aquas vehementer
 in ipsa malacia agitari videmus? Hoc a maxi-
 ma aquarum mobilitate procedit, quæ mini-
 mi zephyri impulsu agitantur, & ex inertia
 velocitatem conceptam servantes, tandem non
 exiguo motu cientur; etsi hujus causa in se mi-
 nima sit.

1472. OBJECTIO III. Certum est, doctis
 omnibus fatentibus, maris æstus causam præci-
 puam esse lunæ actionem in aquas maris. Ve-
 rum hæc actio quidni pressio sit, non attra-
 ctio? Hujusmodi actio facilius concipi posse vi-
 detur.

RESPONSIO. Non quæ facilius concipiun-
 tur in physicis sunt admittenda. Speciosa hæc
 sæpe sunt, non tamen vera. Nulla itaque præ-
 ter

ter attractionem phaenomeni hujus causa admitti potest. Evidens vero est, maris aestum non procedere a lunæ in aquas pressione a sua attractione in vacuo distincta.

I. Nequit luna pressione in maris aquas agere, nisi inter mare, & lunam materia sit comprimibilis satis densa, ut lunæ pressionem valide resistat, & satis reagens, ut valide, & citissime lunæ pressionem ad maris aquas transmittat, materia tandem Cartesianis vorticibus consimilis, quorum inanitatem pluribus demonstravimus. Atqui evidenter ex tota motus, & causarum physicarum theoria constat, hanc materiam inter tellurem, & lunam non haberi (1398); nequit ergo lunæ pressionem mari communicare.

II. Si inter tellurem, & lunam existeret materia comprimibilis apta mari lunæ pressionem communicare; patet, hanc materiam a luna compressam debere præcipue aquas illas premere, & deprimere, quæ cum luna in conjunctione sunt, & in oppositione; eas procul repellere, & undequaque attollere ad partes terrestres, quæ cum luna sunt in quadratura, ad polos scilicet, & ad puncta omnia peripheriæ terrestris; cujus radius lunæ vector axis esset: quod sane toti maris aestus theoriæ, & observationi adversatur.

Evidens ergo est, maris aestus causam non esse lunæ pressionem, neque ex theoria pleni, & vorticum felicius maris aestum, quam planetarum, & cometarum motus explicari (1399).

§. III.

MARIS ÆSTUS CONSECTARIA.

1473. OBSERVATIO. **Q**Uæcumque sit maris æstus causa physica, certum est, sphæroidem aqueum semper ad lunam præcipue directum perpetuo planeta hujus motum diurnum seu verum, siue apparentem sequi, revolutionem quotidie utrinque faciendo circa tellurem ab oriente in occidentem, easdem aquas successive elevando, & deprimendo tum in hemisphærio lunæ obverso, tum in opposito. Quum luna est in plano æquatoris, sphæroides aqueus revolutionem suam diurnam efficit in plano æquatoris. Quum luna extra æquatoris planum est, duplex apex oppositus sphæroidis aquei hinc inde ab æquatore duplicem peripheriam describit ad sensum parallelam circulo diurno, quem luna eodem tempore describit, aut describere videtur. Hac in re nonnulla non levis momenti adnotanda sunt (*Fig. 56*).

I. Quum axis sphæroidis aquei est in plano æquatoris, sphæroidis apex *b* horis 24, & minutis ferme 30 revolutionem perficit *b a d c b*, semper extans, ut in *b*, semper a luna distans gradibus ferme 45 ad orientem, semper post lunam aquas attollens, primo in *B*, dein in *X*, in *A*, in *G*, in *D*, in *H*, in *C*, in *R*, & iterum in *A*.

At non propterea inferas, aquas ipsas *b* diurnum lunæ motum sequi, sicut illum pars emittens

nens aquei promontorii sequitur. Aquæ hæ ipsæ individuae *b* alternis a B in *b* elevatæ, & a *b* in B depressæ semper ad sensum eodem in loco permanent; semper in eadem maris parte ferme persistunt; semper, saltem in malacia, eidem terrestri radio vectori T B insident; neque ex B in X lunam motu progressivo sequentes transeunt. Ratio hujus est, quia si modo luna in N eas attrahit directione B X; post horas 18 luna in K eas attrahet directione opposita B R; atque ita porro. Attractiones hæ æquales, & oppositæ invicem eliduntur; & aquæ *b* neque hac, neque illac ad sensum trahuntur. Itaque *attractio luna aquis, quas alternatim attollit, ac deprimit, motum non indit neque ab oriente in occidentem, neque ab occidente in orientem.* Idem de solis attractione dicas.

II. Quoniam pars eminens sphæroidis aquei semper lunæ obversa est; hæc vero alternis ab æquatoris ad tropicos, & hinc illuc transit; *pars eminens sphæroidis aquei modo per maria æquinoctialia procedere debet, modo utrinque ad tropicos accedere.*

Quum pars hæc eminens sphæroidis aquei erit utrinque in plano æquatoris; maria sub tropicis sita ad æquatorem confluent ad duplex promontorium aqueum efformandum, aut augendum. Quum deinde pars hæc eminens sphæroidis erit utrinque sub tropicis; maria æquinoctialia ad tropicos fluere cogentur, ut ibi utrinque duplex promontorium aqueum efficiant, aut augeant. *Hinc alterna, & periodica loci mutatio in ingenti aquarum copia; a qua loci mutatione plura in mari magna phænomena oriri debent; inter quæ solos marinæ aquæ-cursus considerabimus.*

III. Neque dixeris, eminentem sphæroidis aquei partem quid minimum esse immensis maris

ris

ris aquis comparatam. Facile ostendam, *partem hanc eminentem maximum aqua volumen esse.* Constat enim utrinque circa tellurem, & sub luna duplici cumulo aqueo, cujus crassities in summa altitudine pedum 10, aut 12 sensim minuitur undequaque protensa ad gradus 54, & minuta 44 (1237, VII.) scilicet per leucas ultra 1350 undequaque circa summam aquarum, quibus constat, altitudinem. Tantum aquæ volumen quod alternis ab æquatore ad tropicos, & hinc illuc feratur, quin magnos effectus pariat in diversis maris partibus, per quas perpetuo, & periodice evolvitur?

Marini aquarum cursus.

1474. DEFINITIO. *Marini aquarum cursus* vocantur torrentes quidem constantes, aut temporarii, magis, minusve celeres, magis, minusve vasti, qui in mari seu placido, siue agitato motum habent progressivum, instar torrentum, & fluminum per terras fluentium; hoc tamen discrimine, quod torrentes, & fluvii in terris semper eadem directione fluunt; at marini aquarum cursus sæpius in mari oppositis directionibus feruntur. Inter hos aquarum cursus in mari diversis in locis observatos,

I. Aliqui constantes sunt, qui semper eadem directione feruntur. Hujusmodi est qui perpetuo a ponto Euxino in mediterraneum per fretum Constantinopolitanum fluit. Item qui, ut ferunt, ab Africæ litoribus ad Americæ litora perpetuo feruntur.

II. Alii temporarii sunt; ab illius maris agitatione orti, & cum causa illos producente cessant, aut mutantur.

III. Alii duplices sunt, & alius supra alium op-

oppositis directionibus excurrunt : sicuti nubes duas videmus , alteram a borea in austrum , alteram ab austro in boream ferri a duobus ventis actas , aliam supra , aliam infra . Hujusmodi sunt , testibus nonnullis observatoribus , duo cursus oppositi in freto Gaditano , ubi cursus superior in mediterraneum prorumpit , dum inferior erumpit . Cursus hi permanentes esse nequeunt .

1475. **ASSERTIO** . *Marini aquarum cursus aut a fluviorum aquis maria quadam attollentibus , aut a ventis aquas ad quadam litora coacervantibus , aut a solis , & luna attractione ingens aqua volumen ab æquatore ad tropicos , & hinc illuc transferente repetendi esse videntur .*

EXPLICATIO . I. Aliquorum ex his cursibus causa unica constans esse videntur superfluentes fluviorum aquæ in quædam freta influentium . Hujusmodi est cursus in freto Constantinopolitano . Pontus Euxinus parum latus perpetuo immensam aquarum copiam excipit a pluribus magnis fluviis , Danubio , Borysthene , Tyra , Tanai . Sola evaporatione tanta aquarum copia non absumitur ; quare Euxinus hinc mediterraneo altior effectus eas in hoc exonerare perpetuo cogitur .

II. Aliorum causa unica esse videntur venti . Neque enim apparent , nisi mari procellis agitato , quæ aquas modo ad hoc , modo ad oppositum litus coacervantes , illas diversis directionibus ferri cogunt juxta ventorum impulsum , & litoris repellentis positionem .

III. Alii sunt , quorum causa physica prima , & præcipua videtur esse actio illa constans , quæ maris æstus efficitur , & ad diversas maris partes traducitur (1473 , II .) . Maris enim aquæ primo ab æquatore ad tropicos refluentes , inde mox utrinque ad æquatorem confluentes , necessario

in

in earum cursu derineri, aut alio diverti debent modo a magnis insulis, modo a continetibus terris, modo ab inæquali maris fundo. Debent ergo juxta fluidorum impulsus, & reactionis leges pluribus in locis aquarum cursus efficere, quorum causa generalis, & primigenia erit ipsa maris æstus causa; quorum vero directio, vis, diuturnitas, extensio a pluribus peculiaribus causis procedent; quæ aliquando statim patefient, aliquando acutissimam observatoris cujusque sagacitatem deludent.

Exempli causa, explicari possunt hoc pacto aquarum cursus ab Africæ oris ad Americæ oras directi. Concipiatur sub æquatore terrestri longa montium series in imo mari delitescentium. Quum duplex promontorium aqueum ab æquatore ad tropicos feretur, aquæ ab æquatore ad tropicum refluentes, & in hos montes incurrentes, obstaculo parallelæ fluent ab Africano litore, quo coacervatæ, & detentæ fuerant, ad Brasiliæ litora, & ad fretum Mexicanum, ubi maria latiora sunt. Quum vero duplex promontorium aqueum a tropicis ad æquatorem verget, aquæ a tropicis ad æquatorem affluentes, postquam ad Africæ litora, quibus coercentur, intumuerint, cogentur secus illam montium seriem ad Americam reflueré, ubi liberius extendi possunt.

Æstus

Æstus in athmosphærâ.

1476. ASSERTIO. *Atmosphæra terrestris æstus marino similem subire debet.*

EXPLICATIO. I. Verosimillimum, imo certum est, athmosphæram terrestrem eidem subesse causæ physicæ, a qua maris æstus produci-
tur; hujus enim causæ actio omnia omnino corpora afficit; athmosphæra vero terrestris partibus constat gravibus, seorsim mobilibus, circa tellurem diurna revolutione actis ut aquæ maris. Itaque,

II. Athmosphæræ terrestris pars, quæ a terræ centro visa est cum luna in conjunctione, aut oppositione, partem suæ gravitatis, ut pars maris, cui ipsa imminet, amittere debet; nitetur igitur utrinque attolli in duplex promontorium aereum supra ipsum promontorium aqueum. Contra vero omnes athmosphæræ partes, quæ a terræ centro visæ in quadratura cum luna erunt, gravitatis augmentum acquirunt, ut aquæ, quibus incumbunt; ergo undequaque deprimuntur ad terræ centrum, & partem depressam sphæroidis aerei efficient supra ipsam sphæroidis aquei partem depressam.

III. Sphæroides hic aereus axe suo primo semper ad lunam converso, & gradus ferme 45 a luna ad orientem distans, ejus motus sequetur ab æquatore ad tropicos, & vicissim; ut sphæroides aqueus; ab eadem enim causa omnino procedit.

IV. Sphæroidis aerei elevatio sphæroidis aquei elevatione major erit; sive quod athmosphæra, quum lunæ propior, quam mare sit, magis lunæ attractionem sentiat (1416); sive quod, quum athmosphæræ diameter maris dia-
mo-

metro major sit, ubique in quadraturis majori attractionis obliquitati obnoxia sit; quo fit, ut multo major lunaris attractionis pars insumatur in ea ad terræ centrum deprimenda. (1457)

V. Quum eminens sphæroidis aerei pars in barometrum gravitat, mercurium altius non attollet: etsi enim columna hæc aerea altior sit, quam quæ gradus 90 distat, minus tamen, proportionem habita, gravis est; adeoque inter utramque æquilibrium perseverat.

VI. Quum parseminens sphæroidis aerei hinc inde ab æquatore alternis feratur, & vicissim; patet perpetuum hunc transitum sine perpetuo aliquo motu partium aerearum fieri non posse: hæ vero periodice ab austro in boream, & vicissim refluentes partem aliquam in ventorum origine habere debent.

2477. NOTA. Quum dimidia terrestris athmosphæra semper soli obversa sit, atque hæc semper magis altera calefiat, & dilatetur; jam diurna, seu vera, seu apparens, solis revolutio perpetuam in athmosphæra agitationem parere debet, quam successive totam calefacit, & rarefacit ab oriente in occidentem. Hinc quoque in athmosphærae particulis oriri poterit exiguus motus ab oriente in occidentem semper partem versus magis calefactam, ac rarefactam, quæ motu hoc ab oriente in occidentem donata est.

Perpetuus hic exiguus athmosphærae motus ab oriente in occidentem solem sequens facile causa erit ventorum quorundam levissimorum, sed constantium, qui in mari præsertim Pacifico perflant; quibus, ut nautæ dicunt, facilius ab oriente in occidentem, quam contra, navigatur.

GON-

C O N C L U S I O.

1478. *Omnia itaque in natura attractionem Newtonianam testantur* ; omnia siquidem ipsam dari, & agere comprobant. Generalis hæc attractionis lex in directa ratione massarum, & duplicata inversa distantiarum innotescit in corporum gravitate, in ellipticis planetarum, & cometarum motibus, in miro maris æstus phaenomeno, in natura universa, cujus ipsa arcanum machinamentum est, & mobile præcipuum.

Ante Newtonum natura in suis effectibus nosci cœperat ; omnia tamen in illa perturbata videbantur, quod causa præcipua ignoraretur. Neutronus docta manu tenebras dissipavit, in quibus magna rerum omnium causa motrix delitescēbat ; tunc vero omnia ea, quæ in natura perturbata videbantur, uti lunæ anomalix, motus telluris retrogradus circa axem axi ecliptricæ parallelum, inæquales planetarum velocitates in curvis inæqualiter excentricis, & in se redeuntibus, detecta sunt esse consuetaria, & effectus causæ simplicis simul, & fecundæ, cujus theoria speculativa æque certe ad caelestium motuum cognitionem adducit, ac accuratissimæ observationes. Quo magis enim cælum cognoscitur, eo magis observationes Newtonianæ attractionis theoriæ consentiunt.

Quæ quum ita sint, quis jam in dubitationem venire possit, principium simplex adeo, & fecundum, toti naturæ theoriæ apprime consentiens, physicis, & astronomicis phaenomenis, eorumque conditionibus, proprietatibus, variationibus mirabili modo consentaneum, fictitium esse, & re ipsa non existere ? Præter omnem

434 *Theoria phænomenorum caelestium.*
omnem rationem sane esset ista suspicari. Qui
ita Pyrrhonicorum more sentiret, jam de cau-
sis omnibus physicis suspicari deberet, quæ tan-
tum ex effectibus innotescunt, & quarum nul-
la tam dilucide, tamque universim se, & vires
suas ostentat, quam attractio a Newtono dete-
cta, & explicata.

Itaque attractio cum impulsione in tellure,
ab impulsione sejuncta in cælis præcipua est
causa physica phænomenorum, quæ in univer-
sa natura videmus; in *magna hac verum uni-*
versitate scilicet, in qua ubique Dei creatoris
summa sapientia, potentia, & permanens actio
elucet, & cujus divitias, ac machinamentum
hactenus exposuimus in hoc opere, quod sin-
gillatim omnes Physicæ partes complectitur,
nec ullis, nisi ipsius naturæ terminis, limita-
tur.

F I N I S.

005679080



